fakultásával. A fölvétel föltételei, az előképzettség mérlegelése fontos didaktikai és pedagógiai kérdés. Óhajtandó volna, hogy a Pædagogiai Társaságban vita tárgyává tennék a most alakuló Szabad Egyetem tantervét, megbeszélnék módszerét, eszközeit. Részt vettem az első kísérlet megalapozásában. Most a távolból nem tudom, minő stádiumban áll a dolog. Csak egy gondolat uralkodik lelkemen: meg kell lenni, még pedig az eredeti University Extension szellemében. A rendes iskola zárt korlátait nem szabad belevinni. Az önmunkásság ösztönét kell fölkelteni, táplálni, irányítani, az olvasás és kutatás szomját kielégíteni, a többi mellékes. Az egységes magyar társadalom egységes szelleme a fő. Ez a vezércsillag vezessen egy szebb, egy összhangzó társadalom alkotására. Isten segélyével előre!

HEGEDŰS ISTVÁN.

BOLYAI FARKAS ÉS A MATEMATIKAI OKTATÁS REFORMJA.

A matematika középiskolai tanításának reformja — apróbb kívánságokat nem tekintve — négy, elméletben meglehetős általánosan elfogadott főkövetelésbe foglalható össze: (I) *a térszemlélet állandó fejlesztése és fölhasználása;* (II) *a funkcionális szemlélet és gondolkodás vezérszerepe;* (III) *valódi alkalmazások bőséges tárgyalása;* (IV) *az elméleti értékek fokozatos érvényesítése.*

Ismeretes, hogy ezek az — itt csak emlékeztetőül, jelszószerűleg fogalmazott — főkövetelések többfelé elágaznak és egymással többé-kevésbé összefonódnak. Például a II elvezet a grafikonokhoz és az infinitézimális számításhoz is. Ezek pedig számos élő, nemcsak táblán tengődő alkalmazással függenek össze, vagyis a III-mal. A grafikonok bevezetése pedig része az I-nek is, bár elég kicsi és nem a legjellemzőbb része.

Nem célunk most e főkövetelések részletezése, de a IV-ről mégis szükséges néhány szót mondani.

A IV-be a tisztán logikai s matematikai szempontokat és a filozófiai elmélyítést foglaltuk egybe. Mindezt gyakran elhallgatják, vagy mellékesen tűrik meg, vagy épen visszautasítják a III mellett. Ezt a sivár egyoldalúságot részben a korszellem téves értelmezése, részben pedig az a történelmileg megérthető visszahatás okozta, amely a valóban terjengős és üres matematikai formálizmusokra következett be.

Azonban a korszellem nem kivánja a IV mellőzését, ha a III-nak eleget teszünk. Korunk gondolkodása nem is oly kizárólagosan haszonelvű, mint ahogy a IV mellőzői látják. Mutatja ezt pl. a filozófia iránti mind erősebb érdeklődés. A IV hatalmas mértékben segíthet ezt az érdeklődést — mely általános tapasztalat szerint már a középiskolák felsőbb osztályaiban jelentkezik — tartalommal tölteni meg és komoly irányba vezetni. Ha magára hagyjuk: nem pusztul ki, hanem fölületes marad és ferdévé válik.

Az említett visszahatás, bár megérthető történelmileg, mégsem jogosult, mivel elfogultságában egybefoglalja a nagyképű formálizmust a logikai helyességgel és a matematikai általánossággal. Épen úgy jogosulatlan lenne pl. az a visszahatás is, amely a matematika alkalmazásait csak azért száműzné, mivel voltak és vannak halvaszületett vagy pedig nevetséges (nem mulatságos!) «gyakorlati» alkalmazások is.

A valódi gyakorlati alkalmazások középiskolai fontossága kétségtelen. De csak addig szabad még az ilyen alkalmazások körében is menni, amíg lehetséges akkora, de a középiskola céljaival még nem ellenkező szakszerűség, hogy majd a főiskolákon természetes folytatás következhetik, mivel nagyon szomorúak és fölöslegesek a főiskolák első félévei, mint *elfelejtető* tanfolyamok. Az állandóan «tárgykörökkel» karikázóknak azt sem volna szabad elfelejteniök, hogy az életet még nem ismerő tanulónak csak más fajtájú, de szintén üres — és ezért hamar unalmassá váló — formálizmus egész sereg gyakorlati eljárás, ipari és gazdasági vonatkozás, statisztikai táblázat, kereskedelmi számítás, bankügy stb.

Nálunk a IV-et nemcsak legtöbb tankönyvünk üres, sőt hibás formálizmusa és az illető «szerzők» matematikai (sőt már logikai) kontárkodása veszélyezteti, hanem az ú. n. «tárgykörök» túlságos hangsúlyozása is. Pl. *A középiskolai matematikai tanitás reformja* c. értekezésgyűjtemény (Bpest, 1909) mélyen hallgat a matematika elméleti értékeiről, vagyis a matematikát puszta *módszerré* fokozza le. Akik pedig egész embereket akarnak nevelni, azoknak egyensúlyban kell tartaniok a matematika *tudományának* gyakorlati hasznát és elméleti jelentőségét. A matematika középiskolai tanításában majdnem kezdettől fogva érvényesülniök kell — van mód reá — kellő mérséklettel, de következetesen fokozódó erővel a IV. főkövetelésnek. Csak ez vezethet el a matematika *önértékének* megpillantásához. Csak ezáltal győződünk meg arról, hogy «a tudománynak a maga határtalan perspektiváival, megkapó szisztematikájával, mely az igazságok harmonikus összrendeződéséből áll elő, esztétikai értéke is van» és csak ez nevelhet arra, hogy a tudomány «szolgálatában önzetlenek, őszinték, állhatatosak, bátrak és alázatosak legyünk.» (Pauler Ákos szavai: *Bevezetés a filozófiába,* 1920. 5. l.)

A IV megvalósításakor számos elsőrangú és elterjedt — nemcsak speciális matematikai osztályok számára készült — olasz és francia tankönyv szolgálhat útmutatóul. A matematika mélyebbre menő, filozófiai szellemű tanításának szükségességét meggyőzően mutatta ki Kornis Gyula *Filozófia a középiskolában* c. értekezésében. (Magy. Pæd. 1910.)

*

Ismeretes, hogy a fölsorolt négy főkövetelés mindegyike különkülön (ha nem is végső elágazásaikkal együtt) sokkal régibb keletű, mint a középiskolai matematikai oktatás reformja. Az eddigi történeti visszapillantások szerint csak harminc-negyven-ötven éve határozott az a törekvés, hogy *mind* a négy főkövetelés, egymással és a tanulók fejlettségével arányosan, a tanítás egész folyamán érvényesüljön. A mai, jó úton járó és nem egyoldalú reformtörekvéseket a régebbi — még a XVIII. században megindult — iparkodásokkal szemben elsősorban épen ez a *teljesség* jellemzi. Ez a teljesség pedig — így olvassuk mindenütt — nincs még ötven éves.

*

Mindezeket azért bocsátottuk előre, hogy jól megvilágítsák a jelentőségét annak az *eddig legkisebb figyelemre sem méltatott ténynek, hogy Bolyai Farkasnál már mind a négy főkövetelés megvan és igy ő a modern matematikai oktatásnak is előhirnöke.*

A következők célja ezt bebizonyítani pontos idézetekkel. Bolyai Farkas már eddig is csodálatosan gazdagnak ismert egyéniségét ezáltal még gazdagabbnak fogjuk látni. Lássunk benne mostantól kezdve a tanításnak sokszor kicsinyes munkáját nehezen viselő, rajban röpülő gondolatait visszatartani nem tudó «rossz» tanár és korát annyi mindenben megelőző «különc» tudós mellett egy tisztán és messze látó nagy didaktikust is.[1]

Bolyai Farkasnál a négy főkövetelést külön-külön mutatjuk ki. A gyakrabban idézendő munkákra a következő rövidítésekkel hivatkozunk:

Aritm. 1830: Bolyai F., Az arithmetica eleje (az elő-szóban írt módon) stb. (1830; nyomtatási engedélye 1829-ben kelt.)

Aritm. 1843: Bolyai F., A Marosvásárhelyt 1829-be nyomtatott Arithmetika Elejének részint rövidített, részint bővített, általán jobbított s tisztáltabb kiadása. (1843.)

Aritm. 1834: Bolyai F., Az arithmetikának, geometriának és physikának Eleje a M.-Vásárhelyi Kollégyombéli alsóbb Tanúlók számára stb. Első kötet. (1834.)

Aritm. 1850: Bolyai F., Arithmetika eleje kezdőknek. (Évszám nélkül 1850-ben.)

Űrtan 1850: Bolyai F., Űrtan elemei kezdőknek. (Évszám nélkül 1850—51-ben.)

Szily: Szily Kálmán, Adatok Bolyai Farkas életrajzához. (Értekezések a math. tudományok köréből. Kiadja a M. Tud. Akadémia, XI-ik kötet 9-ik szám, 1885.) E dolgozat *D)* és *E)* melléklete Bolyai két oktatásügyi javaslata 1832-, illetve 1852-ből.

B.—G. lev.: Bolyai F. és Gauss F. K. levelezése. (M. Tud. Akadémia, 1899.)

*

(I) *A térszemlélet állandó fejlesztése és fölhasználása* különösen meglepő és nagyon jellemző Bolyai didaktikai érzékére, ha ismerjük az aritmetika és geometria rendszerére vonatkozó *tudomá-*

[1] Goldziher Károly *Reformtörekvések a math. oktatás terén* c. hasznos könyvészeti dolgozata (Magy. Pæd. 1908.) szerint: 1. «a mai reformmozgalom alapvető követelései első *határozott* kifejezést magyar nyelven nyertek,» 2. és ez Kármán Mór által történt 1874-ben. E kettős állítás második részét a következők tehát megdöntik. Különben az említett dolgozatban közölt jegyzőkönyvből az is világosan látszik, hogy Kármán, voltakép: egy bizottság «néhány szakértő tagja» *csak* a II. főkövetelést — ezt is eltorzítva és *csakis* a VII. osztály számára — vette tekintetbe. Ez pedig korántsem «mai reformmozgalom».

nyos fölfogását. Főművében, a *Tentamen*ben (1832—33) — melynek alapgondolatait harminc évnél tovább érlelte és utolsó művében a *Kurzer Grundriss*ban (1851) megismételte — az aritmetikát és a geometriát egymástól a lehető leghatározottabban elválasztva iparkodik fölépíteni. Az aritmetika nála az «idő formájára vont» mennyiségnek, a geometria a tiszta ürnek a tudománya. Két testvérfának látja őket, melyek bár még együttgyökereznek külső és belső világunkban, de azután a matematika tudományában szétválnak és mint különálló törzsek nőnek föl. Csak koronájuk ér újra össze: a mechanikában.

Bár Bolyai úttörő az aritmetika és geometria egymástól függetlenül való fölépítésében, de azért idevágó, egész tudományos pályáját jellemző gondolatai sem teszik elfogulttá a tanításban. Többször ismétli, hogy sok aritmetikai föladat az «ürtan segítségével láthatóbb, könnyébb és rövidebb.» (Aritm. 1843. 178. l.) Megállapítja, hogy «ma éppen az egész mértan [= matematika, v. ö. 341. l.] idtani [= időtani = aritmetikai] túlzásra ment; s a mi az ürtan segítségével edjszerre szem előtt vàn, idtani szövényeken tapogattatik ki a betűk sűrűsége homályában.» (U. o. 179. l.) Hivatkozik a görögökre: «az edjszerű égkék tiszta szép görög ész a mértant [= matematikát] az ürtanon kezdette.» (U. o.) És ez a természetes, mivel «sok minden az ürtanban kap életet, világosságot.» (U. o. 178. l.) Az aritmetika és geometria örök testvérek, a tanításban miért «az örök testvéreket erőszakosan fallal választani el? csak annak megmutatására, hogy mennyit tehet edjik a másik nélkül: észrevétettlen is reászorul mindenik a másikra; az idtanban sokszor üri rend kell, s az ürben lesznek a folytonian változóktól függők láthatóvá.» (U. o.) Mindez «jóltévő ajándék a tanulónak,» mondja ugyanott, és a 180. l. megismétli, hogy «a két örök testvért, az erőszakos elválasztás helyett egymás kölcsönös segítségére öszve kell ölelkeztetni.» (V. ö. még u. o. 165. 354. l.)

Ezek eléggé jellemzik teljesen modern fölfogását a térszemlélet didaktikai *fölhasználásáról.* Magát a véghezvitelt, mivel matematikai részletezést kíván, itt nem tárgyaljuk. (Megemlítjük, hogy Aritm. 1843. 178—179. l. oly föladatokat említ, melyeknél célszerű geometriai segédeszközt vagy mozgást használni.) Szólunk ellenben a térszemlélet *fejlesztésére* vonatkozó javaslatairól és eljárásairól.

Fia, János úgy tanulja a geometriát, hogy burgonyából testeket farag és papirból síkidomokat vág ki. (B.-G. lev. 86. l.) És annyira a térszemlélet fejlesztése a főcél, hogy János még kilenc éves korában sem erős az összeadásban (U. o. 99. l.) De annál izmosabb és üdébb a geometriai képzelete. Például már öt esztendős korában emlékezetből rajzolgatja a csillagképeket. Mikor pedig a Jupiter bolygót egymásután két különböző helységből látja, megjegyzi (öt esztendős korában), hogy ez azért lehet, mivel távol van a Jupiter. (U. o. 86. l.)

Azonban mindezek egy lángelméjű tanítványra vonatkoznak. Ámde mégis jellemzők Bolyai Farkas didaktikájára, mivel az átlagos tanítványokkal szemben is ugyanily elveket hirdetett.

«Geometriai formákon s az olvasáson kell kezdeni» javasolja 1832-ben. (Szily 27. l. *D)* melléklet.) És a részletezése mutatja, hogy *szószerint* ezt a sorrendet érti. Azután hamar «ki kell a lapból is menni» és csak «ezután.... tanulhatnának arithmetikát (egész szám, fractio, proportio).» (U. o.) Továbbá: «a magoktól rajzolt épületet kicsi téglákból vagy egybetömött földből építsék fel.» (U. o. 28. l.) A rajz szerinti építést ismétli az 1852-iki javaslatában. (Szily 30. l. *E)* melléklet.) Ide tartozik, hogy «a mechanikában minél több modellát kell mutatni s velek kicsináltatni.» (Szily 28. l. *D)* melléklet.)

Magát a számolást későn kell kezdeni: «tapasztalásból szóllok. 9 esztendős gyermeket még nem mertem a numerátióra tanítani, elég egyéb van, tanúljon számlálni [csak] az ujjan s fuszujkával, a míg könnyen el-lát.» (Aritm. 1830. VI—VII. l.) Hivatkozik Gallra ki «Raum Sinn»-t talált állatoknál, «különösen a bujdosó madarakba», de «Zahlen Sinn»-t egyiknél sem. (U. o. VII. l.) Mikor pedig rendszeresen tanítja az összeadást és kivonást, ezeket a ma már általános módon szemlélteti egy egyenesen. (Aritm. 1830. 14—18. l.; Aritm. 1834 75. l.) Ismeretes, hogy a geometriának az aritmetika elé való helyezését a modern lélektani vizsgálatok is helybenhagyták. (V. ö. pl. Katz, *Psychologie und mathematischer Unterricht,* 1913. 40. l.) Bolyai több idevágó kitűnő geometriai gyakorlatot ajánl. Ilyenek: néhány igen egyszerű geometriai szerkesztés; síkidomok egymásba való forgatása (a Bolyainál levő példa a szimmetria-pont illetve egyenes megtalálásán fordul meg, tehát manapság lélektani okokból nagy figyelemre ajánlott körülményen); síkidomok egymásból való kirakása; keztyű kifordításával (vagy jobbra és balra menő csavarok szemléltetésével) annak a megmutatása, hogy formák megegyezhetnek anélkül, hogy egymást fedni tudnák (a keztyűt e célra, vagyis a szimmetria és a kongruencia közötti különbség megmutatására, használja: Borel-Stäckel, *Die Elemente der Mathematik,* II. 1909. 152., 160. l.); geometriai testek papirból való készítése. (Aritm. 1830. VII—VIII. l.)

A tanítás magasabb fokán unikum számba menő ábrákat is alkalmaz: olyanokat, melyek alaprajzból és ehhez ragasztott s fölhajtható papirlapokból állanak. (Aritm. 1843. végén, az I-ső tábla.) Ezek a perspektiv (plasztikusnak csak látszó) ábrák helyett alkalmazott, tényleg stereometrikus «ábrái» a modern papirhajtogatásra is emlékeztetnek. Ez pedig az eddigi történeti visszapillantások szerint 1883-ból eredt. (V. ö. pl. Magy. Pæd. 1918. 89. l. 5. jegyzet. [Goldziher Károly.]) Ilyen stereometrikus ábrák már a *Tentamen*ben is szerepelnek. A geometriában Bolyai nagyon sokszor alkalmaz mozgásokat és ezért ezek az ábrák célszerűbbek, mint a mozdulatlan perspektiv ábrák. A mozgás pedig — nem szükséges részletezni — a geometria szemléletes tanításában is elsőrendű segédeszköz.

(II) *A funkcionális szemlélet és gondolkodás vezérszerepe* Bolyainál főként a grafikonok alkalmazásában, az arányosság és az egyenletek tárgyalásában s az infinitézimális számítás fölvételében nyilvánul.

Grafikonokra is vonatkozik egyik előbbi idézetének a következő része: «az űrben lesznek a folytonian változóktól függők láthatóvá.» (Aritm. 1843. 178. l.) De sokkal korábban tizenhat éves fiának, Jánosnak is ajánlja a grafikus módszereket. (Két levele 1818 szept. 14-ről, illetve kelet nélkül 1818 szept. végéről vagy okt. elejéről, a M. Tud. Akad. Bolyaianájában.) Azonban átlagos tanítványai számára is bevezeti a grafikonokat: «a függvény az ürtan által következőleg láthatóittatik: Valamely egyenen nőjjön x valamely ponttól kezdve, s minden x végéről bizonyos törvény szerint emeltessék negyedszögi s legyen ezen negyedszögiek közneve y. . . . .» (Aritm. 1843. 214. l.) De mindjárt úgy is származtatja a grafikont, hogy az ordinátán, amelyet önmagával párhuzamosan eltolunk, egy pont föl és le mozog. (U. o. 215. l.) Ez pedig lényegében a mai regisztráló műszereknél (barográf, termográf stb.) alkalmazott eljárás.

Kétszínű grafikonokat is vesz segítségül Bolyai, akárcsak egynémely modern tankönyv. (Aritm. 1843. I. tábla.) És milyen megható, hogy a második (vörös) szint — még az akkori időben is kezdetleges nyomtatás után — kézzel kellett fölrakni.

A változást s a függést korán bevezetve, az egyenes és a fordított arányosságot mint bizonyos növő, illetőleg fogyó függvényvonatkozást értelmezi. (Aritm. 1834. 39—40., 47. l., Aritm. 1843. 33., 72. l.; Aritm. 1850. 14. l.) Azután ehhez illően tárgyalja (nem veszve el fölösleges formálizmusokban) a hármasszabályt, a «társasági» s a« lántz-regulát.» (Aritm. 1834. 50—52. l.; Aritm. 1843. 75—77. l.; Aritm. 1850. 14—19. l.) Sehol sem látjuk Bolyainál az ú. n. aránypárok jelentőségének azt a túlzását, amely ellen Höfler még 1910-ben is szükségesnek tartotta tiltakozni. (*Didaktik des mathematischen Unterrichts*, 1910. 84—88. l.)

Az egyenletek elméletében, a mondottak logikus folytatásaként, egy-egy adott függvény zérus helyeit keresi. (Aritm. 1843. 180., 216—217., 220. l.) A lényeget nem homályosítja el a legkisebb fölösleges formálizmus sem.

Az infinitézimális számítást szintén mint a függvénytan egyik részét tárgyalja. (Aritm. 1830. és 1843.) Már tanársága első éveiben szép eredményeket ért el ebben a tekintetben is. (Levele Gausshoz 1807. dec. 18-án: B.—G. lev. 86. l.)

Itt említjük meg, hogy megvalósította a matematikai oktatás reformjának azt a kívánságát is, hogy *jellemző történeti elemek* is legyenek tanításunkban. Talán a matematika történetírásának akkori fejletlensége és Bolyai kevés irodalmi segédeszköze okozták, hogy tankönyveiben gyéren vannak történeti megjegyzések. De a meglevők annál mélyebbre világítanak! Egy nagyszabású elme jellemzi a megelőző korszakok vezető szellemeit. Például a differenciál számítás elveinek fejlődéséről többek között ezt mondja: «Archimedes gömb, henger és tsupja [= kúpjának] egyszeri szeletei is reá mutathattak: de nem szollalt vala még meg a közönségesség nyelve; Cartes adta a tollakat, mellyek a sasszárnyakba meg nővén, a fészekből kiterjesztett erősségre [= firmamentum] repítették Leibnitzot és Newtont.» (Aritm. 1830. 44—45. l.)

(III) *Valódi alkalmazások bőséges tárgyalása* Bolyai gyakorlatilag is sokoldalú és vállalkozó szelleme miatt nagyon természetes. Mérnöki, erdészeti, gazdasági, ipari és pénzügyi kérdésekkel sokat és alaposan foglalkozott. Tanításán mindez nagyon meglátszott.

Mikor a marosvásárhelyi kollégium 1804-ben meghívja a matematika, fizika és kémia professzorának: rögtön Gausshoz fordul és egyebek között a kettős számvitel és a tükrös sextáns irodalmáról kérdezősködik. Arról, hogy számvitelt tanított volna, nincs adatunk, de a tükrös sextánst tanítványaival használta gyakorlatoknál. Még pedig emlékezetből készítette el műszerét, mivel a Gauss által ajánlott művet nem kapta meg, s az ottani mérnökök nevét sem ismerték a sextánsnak. (B.—G. lev. 58, 59—60, 63, 86, 88. l.)

Később, mikor 1820-ban az erdélyi kamarai erdők főfelügyelői állására pályázik, akkor is hivatkozik kérésében arra, hogy tanítványait a földmérésben is szokta gyakorolni. (Szabó Péter, Bolyai Farkas törekvései az erdészi pályára. Akad. Ért. 1914.) Munkáiban jellemző, hogy a szabadban való méréseket, a trigonometriát megelőzőleg, nagyon korán bevezeti. Így már egész kezdőknek is ajánlja a mezőn való fölvételeket. (Aritm. 1830. VII. l.) Haladottabbaknak szintén, de még mindig trigonometria nélkül, tisztán az arányosság segítségével tanácsolja 1832-ben a «földmérést nemcsak a táblán, hanem a mezőn is.» (Szily, 27. l. *D*) melléklet.) Legrészletesebben az Űrtanban (1850—51) foglalkozik a földmérésekkel. (28—38. l.) Itt, közvetlenül a trigonometria figyelemre méltó, rövid tárgyalása előtt, különböző mérnöki munkákat ír le. Úgy egyszerűeket, mint mesterkélteket. (Itt adja [32—33. l.] azt a kedélyes módot is valamely távolság megmérésére, melyet újabban Lietzmann említ. [*Methodik des math. Unterrichts*, II. Teil, 1916. 162. l.] Ez a, legcélszerűbben egy kemény karimájú szalmakalappal történő mérési eljárás Lietzmann forrásai szerint már a XVII. században ismeretes volt. Azonban nagyon könnyen lehetséges, hogy Bolyai maga eszelte ki.)

De másféle alkalmazásokkal is bőven találkozunk Bolyainál. Például: árúszámítás, pénz átszámítás, kamatszámítás, kamatos-kamat és fordított föladatai, népesedés számítás és az erdők gyarapodásának számítása, elegyítési föladatok, társaság- és láncszabály, négyzet és köbmértékek alkalmazása, életkor és időszámítás, a húsvét ideje. (Aritm. 1830, 1834, 1843, 1850. számos helyén.) De még ezzel sem elégszik meg, hanem forrásokat említ további példákra. (Aritm. 1843. 136., 152. l.) Nem ok nélkül említhette tanári sikerei között már 1807-ben az «alkalmazott matematikában» elért eredményeit. (B.—G. lev. 86. l.)

Ide tartozik az is, hogy szép, derült estéken tanítványainak a szabadban tartott csillagászati előadásokat. Bár költői lelke sokszor elkalandozott tárgyától, mégis bizonyos, hogy ismertette a számító csillagászat kérdéseit is. (Koncz, *A marosvásárhelyi evang. ref. kollegium története*, 1896. 301. l. V. ö. még B.—G. lev. 48, 58, 86, 87, 97, 99, 100, 120, 122, 130, 136. l. stb., hol Bolyai csillagászati kérdésekről is ír.)

(IV) *Az elméleti értékek fokozatos érvényesitése* annál, ki annyi modern matematikai gondolat előhirnöke volt, magától értetődik. Már 1832-ben leszögezi: «alaposan kell a legalsóbb oskolában is tanítani és ugy, hogy a legfelsőbben tanítandókkal megegyezzék; sok függ a kezdettől, hogy a folytatás, ha szükséges lesz, *egy* planum szerint menjen.» (Szily, 22. l., *D*) melléklet.) Az egységesség és folytonosság e követelésével jár, hogy «a tudományt le kell a lehetségig minden szükségtelenből vetkeztetni,» vagyis «minden, a mi taníttatik, valóság (azaz a lélek épületére tartozó) legyen,» de azért tiltakozik az ellen, «hogy a tudomány könnyűszerűvé tétessék.» (U. o. 21, 22. l.) A valóságból kell kiindulni: «az okos nevelő a természet fejlődését szemérmes tisztelettel kisérje, s annak jel-adására figyelmezve, gyengéd, vigyázó kezekkel közelíttsen segítésére. Mindég azokon kezdje, amit láthat, foghat, nem generalis-definitiókan, (nem grammaticán kezdődik az első szollás); s ne kinozzon idő előtt hiába, hosszu soru okmutatással.» (Aritm. 1830. VI. l.) Többször int, hogy a definicióktól és az axiomáktól a *kezdőt* óvjuk meg. (U. o. VIII. és Aritm. 1834. IX. l.) A magasabb álláspónton azonban szükséges az axiomák tudatossá tétele, de mellőzendő egymástól való függetlenségüknek az elve. (Aritm. 1843. 199. l.) Ez a mérsékelt s mégis a középiskolában teljesen kielégítő álláspont (képviselői pl. a legjobb modern olasz tankönyvek: Veronese, Enriques-Amaldi) azért jellemző különösen a didaktikus Bolyaira nézve, mivel a *Tentamen*ben követeli a tudományos tárgyalás számára az axiomák függetlenségét és ez a gondolat akkor még merőben új volt. (Tentamen, I. 7. l. [2. kiadás: 1897.] V. ö. Stäckel, *Bolyai Farkas és Bolyai János geometriai vizsgálatai,* I. [1914] 38. l.)

A matematika logikai alapjait külön is tárgyalja (Aritm. 1843. 195—202. l.), mint több modern tankönyv.

Bolyai álláspontja tehát az, hogy a matematikában a szemléletes-kisérletező kiindulástól fokozatosan be kell vezetni a tanulót egy olyan komoly deduktiv tárgyalásba, melyet axiomátikusan építünk föl, az említett könnyebbítéssel. Ide tartozik a következő nyilatkozata is: «Szerző .... a képzeteket az elsőben eredőkből természetes párosulások által származtatva, úgy kívánta alkotni, hogy a mathesis tárgyai s munkálatai mind csaknem kézzel fogható valók legyenek, s a tan mostani állásával is megegyezőleg mindenütt biztosan álljon a rendszer.» (Aritm. 1843. XXXIV. l.) De bármilyen «jóltévő ajándék a tanulónak» az aritmetika és a geometria egymásra hatása, ez mégis csak ott engedhető meg «a hol a szigor vesztése nélkül» lehetséges. (U. o. 178. l.) Ez a szigorúság mindenesetre más és más nagyságú az egyes tanítási fokozatokban, de mindenikben meglevő.

Így tanította Bolyai a matematikát s valóban csak *ilyen* tudományról hirdethette egész hosszú életén át: «Plátó azt mondotta, hogy a Mathesis nyítja fel a belső szemet az eredeti szépnek (az Istennek) látására.» (Aritm. 1843. XVIII. l.) De kevesen voltak, kik ezt megérezték és átértették. Aggódott is, nehogy csak egy szürke «kétszer-kettő négy» legyen az utóda a tanszékén. (Bedőházi, *A két Bolyai*, 1897. 316. l.)

*

Az előbbi idézetek nem merítik ki mindazt, amit Bolyai Farkastól mint didaktikustól tanulhatunk. Mellőztünk pl. mindent, ami behatóbb matematikai tárgyalást kíván. Érdemes munka volna mindezt kimerítően földolgozni: értékes részletek kerülnének elő a szokatlan elnevezések és a sajátságos jelölések sűrűjéből.

Bolyai didaktikai jelentőségének helyes megítélése végett tekintetbe kell venni még a következőket is. Mikor 1804-ben elfoglalta tanszékét, nem talált megfelelő tanterveket. A marosvásárhelyi kollégium osztályai számára (vagyis a mostani VI. osztályig bezárólag) volt ugyan 1801-től kezdve hivatalos tanterv, de sem ez, sem az 1777-iki *Ratio*-

educationis nem felelhetett meg annak, ki az I—IV főkövetelések szellemében akart tanítani. A mostani VII. és VIII. osztálynak megfelelő két éves deák-tanfolyamon pedig, mint főiskolán, természetesen semmiféle tanterv nem volt. Bolyai egyfelől előadott a deákoknak, másfelől irányította az osztálytanítókat: kénytelen volt tehát maga készíteni tanítási terveket a legkülönbözőbb korú tanulók számára. Így szerezte tapasztalatait a tanítás minden fokán. (V. ö. Koncz, id. mű 575—579., 633. l.)

De bármilyen mély lélekismeretről tanuskodnak didaktikai elvei, bármennyire harmonizál bennük a székely ember gyakorlatiassága és az igazi tudós alapossága és ideális gondolkodása: tankönyvei még sem voltak megfelelők. Ha mellőzzük is azokat a részeket, melyeket szerzőjük kifejezetten a tanítónak szánt, ha mintegy lefordítjuk is könyveit a szokásos elnevezésekre és jelölésekre: átlagos tanuló akkor sem tud megbirkózni Bolyai mélyenjáró és nehézkes tankönyveivel. De ez nem teszi kisebbé azt az önmagában is hatalmas lépést, mellyel Bolyai eljutott a mai matematikai oktatás valamennyi vezető eszméjéhez. Évszázados hagyományokat kellett odahagynia, mikor annyi értelemnélküli, sőt káros szokással szakított. A teljesen megfelelő tankönyvhöz ilyen lényeges átalakuláskor kevés is egy ember, több nemzedék munkája és tapasztalata kell ide még most is. A magyar tanárság büszkeséggel és nyugodtan követheti Bolyai Farkast a matematikai oktatásnak középiskoláink újjászervezésével kapcsolatos reformjában. Nyugtalan lángelméje csak az erőteljes körvonalokat rajzolta meg, ránk maradt az aprólékos és gondos részletezés. Dávid Lajos.

IRODALOM.

Nagy József: A filozófia története. Budapest, 1921. A Pantheon kiadása. 324 l.

Nagy József könyvét várakozással vettem kezembe s e várakozásban nem is csalódtam. Végre annyi száraz, szín és vér nélkül való, felületes hazai kompendium után megjelenik egy olyan könyv, melynek írója a maga hangján tud és mer beszélni. Talán legbecsesebb e könyvben a kifejezésmód, mely nemcsak józan, világos értelmet árul el, hanem egyszersmind művészt is, aki mások gondolatait is mindig *maga* mondja el, még pedig úgy, hogy a nagy, fagyos észkonstrukciókat ötletek gyöngyszemével vagy egy-egy kép ornamentikájával díszíti. Tárgyilagos, mégis lendületes; érdekes anélkül, hogy megszűnnék tudományos lenni. Stílus tekintetében az efféle hazai összefoglalások közt alig ismerünk e könyvnél érdemesebb kísérletet.

Ami a szerző tárgyalási szempontját illeti, ő a nagy filozófusok alkotásaiban látja a filozófia történetét, mégsem bomlik ez kezében — von Pfordten receptje szerint — egyes gondolkodók képsorozatára, hanem a fejlődés meg a történeti folyamatosság nagy követelményének is eleget tesz. Ma már a rendszeres tárgyalás nem is eshetik vissza a Hegel és a Trendelenburg előtti idők hibáiba. Mindazon-