

megjelent műveket vette figyelembe; utóbbi körülmény sajnálatos, mert az e térre vonatkozó értekezések száma is elég nagy.

A könyv az egyes munkákat a következő csoportok szerint tárgyalja: bevezetők (Herbart tanához), encyklopédikus kiadások s anthológiák, életrajzi munkák s levelek, általános philosophia, metaphysika, psychologia, æsthetika és ethika, vallásphilosophia, pædagogia. Az utolsó csoport ismét, a munkák könnyebb áttekinthetősége kedvéért, több fejezetre oszlik.

Az egyes művek a csoportokon belül időrendben, röviden, inkább irodalmilag mint kritikailag vannak jellemezve. Herbart elvi ellenségeit szerző mellőzte.

A könyv mindenképen hasznos szolgálatot tehet a Herbart-kutatónak.

*Dr. Lázár Szilárd.*

\*

### Az elemi matematikának néhány összefoglaló kézikönyve.

A matematikának egyik leghasználatosabb, de ennek dacára legkevésbé sem meghatározott fogalma: az «elemi matematika». Vannak olyanok, — s itt különösen Holzmüllert kell nagy, négykötetes «Elemente der Stereometrie» c. művével említenem, — kik szerint minden matematikai igazság beletartozik, ha csak bevezetésénél a differenciál- és integrál-számítás nem szerepel. Így például a jelzett Stereometriában elég részletes felvilágosításokat kapunk a felületek görbületéről s leképezéséről, a cikloidok és a csavarfelületek geometriájáról anélkül, hogy az ominosus  $d'dx$  vagy az integrál jellel találkozoznánk. A hozzáértőnek felesleges magyaráznom, hogy lényegében a nehézségeket csak megkerültük ily módon, mert hiszen a határ, vagyis a végtelen fogalmával lépten-nyomon dolgozunk.

Újabban evvel a szigorúbb felfogással mindinkább szakítanak. A Weber-Wellstein-féle «Encyklopädie der Elementar-Mathematik» evvel szemben külön fejezetben foglalkozik a differenciál- és integrál-számítással; — igaz, hogy nem sikerül azokat a többivel szerves egésszé feldolgoznia. Ebben a műben sem\* találhatjuk annak igazi definícióját, hogy mi is az «elemi matematika». Minkowski, a nemrég elhunyt göttingeni kiváló tanár előadásában az «elem» szót chemiai analogiával értelmezi. Az elemi matematika azokat a részeket tartalmazza, melyekből a matematikának tárgya összeállítható. Ez a fogalom azonban idővel változik; bármely része a matematikának elemivé lesz abban a percben, midőn elegendőképp átdolgozták s átgondolták.

\* Részletesebben foglalkoztam vele a «M. P. 1909. évfolyamában 312. lap.

Közönséges használatra azt mondhatjuk, hogy elemi matematika körülbelül az, amit a középiskolákban tanítanak. Bár nem ismerjük félre mindazokat a különbségeket, melyek különböző országok középiskoláinak matematikai tanítása között, sőt ugyanazon ország különböző középiskola-típusainál, reform előtt és után valóban léteznek, — mégis van egy bizonyos, — nem is túlságosan kicsiny, — minimalis tudás, mely az összesekre közös. Ily értelemben véve voltképpen minden nagyobb tankönyv az «elemi matematika» kézikönyve; mindezekre természetesen lehetetlen kiterjeszkednünk. Célunk csak az, hogy oly művekre figyelmeztessünk, melyek a tanár kezébe valók, az ő tudását akár matematikai, akár didaktikai szempontból fejlesztik. Ebből az okból csak megemlíjük a Tannery-Klaes és Borel-Stöckel-féle tankönyveket,<sup>1</sup> melyek, bár sok ügyes dolgot tartalmaznak, mégis elsősorban a tanuló részére irattak meg.

Ilyen irányú mű az említettem, Weber-Wellstein-féle Encyclopædia is, mely nagy előnyei mellett több hiánnyal bír. Így elsősorban hiányzik az összefüggés a valóságos tanítással. Ezt óhajtja pótolni elsősorban Schwing<sup>2</sup> műve, mely tapasztalt pädagogus munkája. Nem a teljes rendszer található meg benne, inkább egyes kiszakított részek; a közölt fejezetekben azonban sokszor ugyanahhoz az eredményhez többféle úton is jut (pl. a gyökvonásnál, másodfokú egyenlettel) s ekkor megvilágítja az egyes utak didaktikai értékét. Egy és más kérdésnél valamivel mélyebben hatol a problémákba, mint szokás (a 17-szög szerkesztése, irrationalis egyenletek, más helyeken a speciális eseteket halmozza kissé túlságosan (binomiális tétel). A sok részlet között akárhányszor kitűnő, sok gyakorlati érzékről tanuskodó megjegyzést találunk.

Sokkal kevésbé élvezetes olvasmánynak ígérkezik egy négykötetre tervezett vállalat,<sup>3</sup> melynek első megjelent kötete a geometria elemeit tartalmazza. Célja az, hogy a régi, szigorú módon, — mely pontosan kijelöli minden mondatról, hogy axioma, tantétel, feltevés, állítás, bizonyítás stb. — az újabb geometriai kutatások eredményeit közölje. Bizonyos, hogy sok oly anyagot nyújt, melyet egyébként csak elszórva találunk. Az újabb háromszöggeometria legnevezetesebb tételei, a különféle szerkesztési módszerek geometrographikus alapon,

<sup>1</sup> *Tannery-Klaes*: Elemente der Mathematik 1909. — *Borel-Stöckel*: Die Elemente der Mathematik. I. 1908. II. 1909. — B. G. Teubner kiadása.

<sup>2</sup> *Schwing*: Handbuch der Elementarmathematik für Lehrer.

<sup>3</sup> *Grundlehren der Mathematik*. I. Thieme. Die Elemente der Geometrie.

a térbeli szerkesztések módjai, részletes analytikai geometria, a terület- és felületegyenlőség (Inhaltsgleichheit, — Flächengleichheit.) a tetraeder mértana, — mind nagyon specialis és érdekes vizsgálatok, melyeket helyes volt összegyűjteni, csak persze nem lett volna szükséges azokat oly rideg skatularendszerben közölni.

Ebből a szempontból ép ellentétes a *Killing-Hovestadt*<sup>1</sup> féle munka, mely sokszor meglepő bőbeszédűséggel tárgyal elég egyszerű dolgokat is. Ennek a műnek is csak egy része, a geometriát tartalmazó jelent meg eddig. Alkalmasint Killing befolyásának tulajdonítható, hogy a nem-euklidikus geometria oly sok helyet foglal el, mert neki e téren több sikerült könyvet köszönhetünk. A szerzők maguk is elismerik, hogy a geometriának ez a része nem az iskolába való (a középiskolába) s így e fejezetek csak közvetve lesznek a tanításban hasznosak. Egyébként a könyv nagyjából kritikai munka, amennyiben különös súlyt helyez az egyes részletek didaktikai értékének megbecsülésére. A «Weber-Wellstein»-ben csaknem kigúnyolt geometrographiának meleg védője akad bennük. A geometrographia módot nyújt arra, hogy megállapítsuk két szerkesztés közül, melyekkel ugyanazt a célt érjük el, — melyik az előnyösebb. Bár a szerzők elismerik, hogy még nagyon tökéletlen jelen formájában, de érdemül kell betudni, hogy ezen az elemi szerkesztéseknek már teljesen learatottnak látszó mezején új eredményeket volt képes létrehozni. Érdekes, hogy ezt a gondolatot bizonyos mértékben ugyanazon tétel különféle bizonyításainak viszonylagos megbecsülésére is próbálták (Brandes) átvinni. — A könyv két fejezete elég eredeti: az egyik a geometriai logikát tartalmazza, vagyis a logika azon feltételeit (ellenmondás, azonosság, a tétel megfordítása stb.), melyek a geometriában folyton használtak. A másik pædagogiai tartalmú és a szóbeli kifejezés szerepét vizsgálja a matematika tanításban. A matematikus beszédét jellemezze a külső dísz elhagyása folytán világosság, egyszerűség, szabatosság; ilyen legyen az előadás, ilyen a tankönyv, s ilyet kívánjunk meg tanítványainktól is. Persze mindenütt okalmóddal! Nem szabad, hogy különösen a tanítvánnyal szemben ezeket a kívánalmakat túlságba feszítve, a tanítás közvetlensége és elmemozdító ereje veszítsen.

Egészen más jellegűek, bár tárgyuknál fogva idetartoznak, azok a jegyzetek, melyeket Klein Félix göttingeni egyetemi tanár előadásai után adtak ki.<sup>2</sup> Megtalálni bennük a közvetlen előadás frissességét, a

<sup>1</sup> *Killing-Hovestadt*. Handbuch des math. Unterrichtes.

<sup>2</sup> Klein-Hellinger. Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus. I. Arithmetik, Algebra, Analysis. — II. Geometrie.

tudós magasabb szempontjait. Az előadás célját Klein úgy jellemzi, hogy kisebbiteni akarja azt az ürt, mely az «elemi» és a «felsőbb» matematika között létesült, s melyet a tanárnak kétszer kell át-mérnie: egyszer, midőn a középiskolába az egyetemre megy tanulni, másszor, midőn az egyetemről a középiskolából jön tanítani. Sok kapcsa van e két iránynak és Klein épen e kapcsokat keresi. De sok más kérdésre találunk itt feleletet, vagy még inkább feleleteket. Ugyanazt a nehézséget többen többféleképp oldották meg és sok esetben ép e megoldások egybevetése a tanulságos és elmemozdító. Különösen a matematika és a filozofia mesgyéjén. Vannak ily fogas kérdések: min alapszik a matematikai tételeinek helyessége? Hol rejlenek a végtelen fogalmának nehézségei? Miből ered a szám, a tér fogalma? Véglegesen Klein sem intézi el ezeket a kérdéseket, de megismertet a különféle feleletekkel. Ez természetszerűleg historiai alapon történik; de érezni lehet, hogy nála ez nem könyvek összesítése, hanem hogy ő maga is benne volt e történelmi folyamatban, és sokszor irányítólag is szerepelt. Bár a rendes anyag tárgyalásában is sok helyütt újat nyújt, különösen sikerültnek mondhatjuk a függelékeket: Az I. kötetben különösen a másodikat emeljük ki, mely a halmazelméletet tárgyalja meglepő egyszerűséggel és szemléletesen. A II. kötetben pedig Euklides kritikája az, a mi főképp érdekel. A sokat csodált, de talán sokszor túlbecsült görög matematikus ellen ezek a kifogásai: Definiói nem világosak, postulatumainak rendszere hiányos, továbbá nincs érzéke a numerikus számolás és a matematika alkalmazásai iránt. A pædagogust jobban fogja az a másik függelék érdekelni, mely Anglia, Franciaország, Olasz- és Németország matematikai oktatását igen sikerülten jellemzi és bírálja.

Dr. Sós Ernő.

★

### Rákosi Viktor: A párisi gyűjtogatók.

A párisi 1871-iki *kommün* a közelmultnak azon eseményei közé tartozik, amelyek sokszorosan belejátszanak a mai társadalmi és politikai mozgalmakba is. Pedig kevesen ismerik; a régebbi nemzedék azért nem, mert a kortársak annak idején csak nagyon hiányos értesüléseket kaphattak róla, az ifjabb nemzedék pedig azért nem, mert nem volt nálunk forrás, amelyből megismerhetné. Ezért tarthat számot érdeklődésre Rákosi Viktor új könyve, mely *A párisi gyűjtogatók* címmel regényes korrajz formájában, színes, drámai elevevességű előadásban, a történeti adatokhoz mindenben híven mondja el a *kommün* egész borzalmas és fantasztikus részletekben gazdag történetét. Az előadás formája a regényíróé, a hitelesség azonban a lelkiismeretes