

## REFORMOK A KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKAI OKTATÁSBAN.

Amint a középiskolai oktatás egész feladata — a nemzeti műveltség elemeinek továbbadása — nem jelöl meg valamely pontosan körülhatárolható ismeretanyagot, úgy a matematikai anyagnak az elemi matematika nevével való megjelölése sem határozza meg az ismeretek azon körét, amelyet a középiskolában tanítani kell. Hiszen már az is vitás, hogyan értelmezzük az elemi matematika tartalmát. Klein Félix, göttingeni egyetemi tanár szerint az iskola szempontjából csak az a meghatározás fogadható el, hogy eleminek nevezzük a matematika különböző ágainak mindama részeit, amelyeket bármely közepes képességű tanuló különösebb erőfeszítés nélkül elsajátíthat. De míg ez a meghatározás majdnem azt mondja, hogy elemi az a matematikai anyag, amelyet a középiskolában tanítani lehet, két fontos megjegyzést enged meg. Először azt, hogy az elemi matematika köre nem állandó, mert lehetnek eredetileg nehezebb részek, amelyeket a módszer javultával ide lehet sorolni; másodszor azt, hogy ennek folytán a középiskolának nem kell feltétlenül kimerítenie az elemi matematika egész anyagát, hanem csak annyit kell abból tanításanyagul felvennie, amennyi a középiskolának, különösen pedig a matematikai oktatásnak céljával összeegyeztethető.

A matematika egyik ilyen, az idők folyamán elemivé vált fejezetének, a differenciál- és integrálszámítás (közös néven infinitesimális számítás) elemeinek a középiskolai oktatás menetébe való bekapcsolását sürgetik ma már majdnem minden művelt nemzet matematikusai. Minden jel arra mutat, hogy a mozgalom Angliából indult ki; a reformok azonban először Franciaországban valósultak meg, ahol az 1902. évi középiskolai reform alkalmából ezeket a törekvéseket is tekintetbe vették és az itt keletkezett kitűnő tankönyvek adtak sok tekintetben irányt a mozgalom további folyásának más országokban. Jelenleg legszélesebb körű a mozgalom Németországban, ahol a reformtörekvések vezetőinek élén Klein Felix, az erős pädagogiai érzékkel megáldott nagy matematikus áll s ahol részletesen kidolgozott tantervek alapján egyes iskolákban a kivitellel is megpróbálkoztak. Lássuk, mennyiben szükséges, lehetséges és célszerű e fejezet középiskolai tanítása és még milyen irányban mozognak a reformtörekvések.

A modern műveltséget legjobban mindenesetre a természettudományok és alkalmazásaik mind nagyobb fontossága jellemzi és így a

középiskolának arra kell törekednie, hogy a belőle kilépő ifjú a különböző természettudományok elemein kívül birtokában legyen azoknak a segédeszközöknek is, amelyek e tudományágak művelésére elengedhetetlenül szükségesek. Ámde minden természettudomány fejlődésének közös vonása, hogy az illető tudományág mindjobban igyekszik matematikai alakot öltetni, aki tehát valamely természettudománnyal akar foglalkozni, annak feltétlenül szüksége van bizonyos fokú matematikai képzettségre is. A természettudományok mai állása szerint pedig ez a matematikai képzettség, amely elengedhetetlen segédeszköze a természettudományok eredményes művelésének, vagy akár csak modern természettudományi világfelfogásunk megértésének is, magába foglalja az infinitesimális számítás elemeit. A physikában olyan alapvető fogalmak tisztázása is, mint sebesség, tehetetlenségi nyomaték, potenciál stb. teljesen lehetetlen a differenciál- és integrál-számítás igénybevétele nélkül, az elméleti physika pedig teljes egészében a felsőbb matematika alkalmazása. Ennélfogva nem lehet infinitesimális számítás nélkül egyetlen tudománnyal sem foglalkozni, amely a physikát használja segédeszközü, vagy éppenséggel ezen alapszik. Ide pedig nemcsak a szorosabb értelemben vett technikai tudományok tartoznak, hanem a chemia is, melynek egyik újabb, igen fontos ága, a physikai chemia, nemcsak kísérleti, hanem elméleti physikai eredményeket is felhasznál. A physiologiában igen szépen használják fel a physikai chemia eredményeit, de különben is a folyamatok kvantitatív vizsgálatánál elég bonyolult függvénytani viszonyok kerülnek szóba. Hasonlóan áll a dolog a nemzetgazdaságtan, statisztika, biztossági kérdéseinél is. Ez a néhány megjegyzés is azt mutatja, hogy nemcsak a technikusnak, hanem orvosnak, chemikusnak, sőt jogásznak is egyaránt szüksége van bizonyos felsőbb matematikai ismeretekre. Ezeknek kellő matematikai képzéséről az egyetem külön nem gondoskodik, a matematikusok számára tartott előadások pedig egyrészt nehéz elemeket is tartalmaznak, amelyeknek megértését és elsajátítását tőlük nem kívánhatjuk, másrészt az említett szaktanulmányok sem engedik meg ilyen nagyobb matematikai előadások látogatását. Azok, akik a középiskolát az egyetemre előkészítő intézménynek gondolják, fontosnak tekinthetik az infinitesimális számítás elemeinek középiskolai tanítását abból a célszerűségi szempontból is, hogy azokat, akiktől pályájuk messzemenő matematikai ismereteket nem kíván, megkíméljük az egyetemen végzendő hosszasan matematikai tanulmányoktól. De azt hiszem, sikerült az előzőkben megmutatnom a jelzett ismeretkörről, hogy az ma már közműveltségünknek lényeges eleme és így a középiskolának módot kell keresnie arra, hogy e fejezet is szerepeljen tanítási anyagában.

Hogy ezen elemek felvétele után a középiskola matematikai tanításanyaga sem nagyon nehéz, sem túlságosan nagy nem lesz, annak bizonyítása teljesen felesleges, mert mindaz, ami az infinitesimális számításnál nehézséget okozhatna, már ma is benn van minden középiskolai tantervben. A legnehezebb dolog itt mindenesetre a határátmenet, már pedig ennek mindamaz esetei, amelyek az infinitesimális számítás szempontjából fontosak, sorra kerülnek a középiskolában, sőt differenciálunk és integrálunk is, csak nem mondjuk meg. Csak gondoljunk a változó mozgások sebességének, vagy a görbevonalú idomok területének megállapítására. Joggal állíthatjuk, hogy a differenciál és integrálszámítás elemeivel nem tesszük nehezebbé a középiskola matematikai tanítását, sőt sok tekintetben könnyebbítünk rajta. Ez a könnyebbítés először is abban van, hogy ezek a műveletek, amelyeket burkoltan eddig is végeztünk a középiskolában, de a melyeknek gondolatmenetét éppen ezért minden egyes esetben elejétől végig kellett követnünk, a különálló példáknak bizonyos típusok köré való csoportosításával könnyebben el lesznek végezhetőek és kevesebb időt is vesznek igénybe. Másrésztől vannak a mai matematikai tananyagban olyan fejezetei, amelyek az új anyag bekapcsolásával feleslegessé válnak, vagy differenciál- és integrálszámítással sokkal egyszerűbben adhatók elő. Az így nyert időt felhasználhatjuk a természettudományok köréből vett fontos példák tárgyalására, amelyek ma szóba sem kerülnek idő és alkalmas segédeszközök hiányában. Ezzel különösen a fizikai tanítást szahadítanók meg olyan tehertől, amely eredményességének lényeges akadálya, mert ha az anyag nagyságára való tekintetből a példákat mellőzi, csak a maga munkáját nehezíti meg.

Abból, hogy a régi anyagba az új anyag ily erősen belekapcsolódik, sőt abban már csaknem teljesen meg is van, nemcsak az következik, hogy mai tantervünk megváltoztatása nélkül is megvalósíthatók a szükséges reformok, hanem az is, hogy e reformok nem állhatnak csak abból, hogy a változatlanul hagyott régi anyaghoz újabb fejezeteket csatolunk, hanem az egész anyagot a methodikus eljárás szempontjából teljesen át kell alakítanunk. Ennek az átalakításnak az irányát könnyen megállapíthatjuk, ha meggondoljuk, hogy a felsőbb osztályok algebrai anyagának nagy része egymással össze nem függő, elszigetelt fejezetek egymás mellé állítása, holott e részletfejezetek közös alapon, az infinitesimális számítás szempontjából is oly fontos függvényfogalmon nyugszanak. Ez tehát maga tűzi ki a feladatot: úgy kell a középiskola matematikai tanításanyagát átalakítanunk, hogy középpontjába a függvényfogalom kerüljön és pedig oly módon, hogy a középiskola tanulóiban a függvénytani gondolkodást meg-

gyökereztesse. És ez már csak azért sem nehéz, mert a közönséges számtanban is elég korán fordulnak elő oly mennyiségek, amelyeknek változása valamely más mennyiség változását követi s egyes függvények tárgyalását (mint pl. az első- és másodfokú egész függvény, vagy a trigonometriai függvények) eddig sem lehetett mellőzni. Szabad legyen itt megemlítenem, hogy Kármán Mór már két évtizeddel ezelőtt is utalt az algebrai anyag összefüggéstelen voltára és arra, hogy a számfogalom kiépítése, amely ennek az anyagnak gerince, legkevésbé alkalmas összefüggést hozni az egész tömegbe.\*

A külföldön jelentkező többi reformtörekvések is a középiskolai anyag methodikus feldolgozásának javítására irányulnak. Kivánják e végből, különösen Németországban, az u. n. alkalmazott matematikának határozott tekintetbevételét, a térszemlélet erősebb kifejlesztését és általában az oktatás tárgyi elemeinek előtérbe hozatalát. Nem új gondolat, hogy a matematikai tanítás a konkrét tényekben rejlő számviszonyok megállapításából kiindulva, csak fokozatos általánosítással emelkedhetik a matematikai fogalmak elvont rendszeréhez. De azoknak a tárgyi viszonyoknak a megállapítása, amelyekre a matematikai oktatás vonatkozhatik, nagyon lassan halad előre s egyelőre úgyszólván csak az alsóbb osztályok számtani anyagára terjed ki; az algebrai tanításnak még nincsenek megfelelő tárgyi körei. Ezeket első-sorban a matematika alkalmazásaiból vehetnők, amelyek fontos gyakorlati ismeretek mellett tisztább belátást adnának az alapfogalmakba. Az alkalmazásokban való jártasságot tehát meg kell a tanárságtól követelnünk. Ezt látták be Németországban, ahol a tanárvizsgálati szabályzat 1898-iki változtatása alkalmából külön alkalmazott matematika- és physikai vizsgálatokat létesítettek, amelyekre matematika-physikából már vizsgázott jelölteket bocsátanak és csakhamar sok jelölt igyekezett ezt a képesítést megszerezni. Ennek hatása alatt azóta már a legtöbb német egyetemen tartanak e körbe vágó előadásokat és megindult a törekvés ez előadások rendszeresítésére és e külön szaknak általánosan kötelezővé tételére, a mi végből minden egyetemen két rendes és egy rendkívüli tanszék szervezését sürgetik. És tagadhatatlanul lehetetlen állapot, hogy valaki trigonometriát, vagy stereometriát taníthasson a geodæsia, illetve ábrázoló geometria legelső elemeinek ismerete nélkül, még ha minden a régiben maradna is. Hogy nálunk, ahol a matematika-physika szakos tanárjelöltek képzését az egyetem eddig sem tudta kellően végezni a műegyetem segítsége nélkül, milyen akadályai vannak az e téren való haladás-

\* V. Ö. Kármán—Waldapfel: Adalékok a gymnasiumi oktatás elméletéhez. Budapest, 1898.

nak, arról felesleges is beszélnünk. De ez nem jelenti azt, hogy egyáltalán semmit sem tehetünk. Az egész geometriai oktatásnak Európaszerte az a hibája, hogy nem tud szabadulni Euklides előadásmódjától és ahol fel is vettek újabb geometriai eredményeket a tanításba, ezt az új anyagot is a régi módon adják elő. Itt mindenekelőtt a bevezetés elvontságán kell csökkenteni s a geometriai szemlélet fejlesztésére fektetni a főszúlyt, mert különben nem várhatjuk, hogy a közepes tanuló is könnyen megértse a geometriai tanítást.

Ezek azok a főbb irányok, amelyekben reformokra van szükség a külföldi mozgalmak vezetői szerint s amelyekben nekünk is tennünk kell valamit. De a reformoknak alkalmazkodniok kell a hazai viszonyokhoz. Itt csak azt akartuk föltüntetni, milyen okok indították a külföldi középiskolák vezető embereit a reformálás szükségességére hangsúlyozására. A külföldi reformtörekvések eddig sem voltak ismeretlenek hazai tanáraink előtt, sőt akadtak olyanok is, akik megpróbálkoztak a reformok megvalósításával.\* Ez a próbálkozás azonban eddigelé csak a differenciál- és integrálszámítás elemeinek bevezetésére terjedt ki és szorosan alkalmazkodott a külföldi törekvésekhez. Az Országos Középiskolai Tanáregyesület ez évi közgyűlésén a külföldi mozgalmak ismertetése mellett Beke Manó dr., egyetemi tanár jelölte meg azokat a pontokat, amelyekben reformokra van szükség és az az általános helyeslés, amelylyel előadása találkozott, engedi remélnünk, hogy a mi középiskoláink matematikai oktatásán is mielőbb rajta lesz a modern műveltség bélyege és hogy az újítás meg fog felelni a mi speciális viszonyainknak.

KELEMEN I.

## OLVASMÁNY SERDÜLT IFJAK SZÁMÁRA.

Szűkiben vagyunk az oly nevelő- és fölvilágosító iratoknak, melyek egyenesen serdült ifjak számára készültek. E hiány abból az általánosan elterjedt fölfogásból ered, mely szerint a tanuló nevelése közép- vagy szakiskolai tanulmányainak végeztével be van fejezve s azontúl az ifjút szabadjára eresztik. Pedig mennyi és milyen életbevágó az a mondanivaló, mely igazi haszonnal csak felnőtt ifjával közölhető!

\* Próbálkozása módjáról számol be ifj. Albrich Károly nagyszebeni tanár a következő címen: «Behandlung der Funktionen im Mittelschulunterricht» Aus der Festschrift für Direktor C. Albrich zum 70. Geburtstag, 1. Februar, 1906.