

AZ ÁBRÁZOLÓ GEOMETRIA HELYE AZ EGYSÉGES KÖZÉPISKOLÁBAN.

Most, midőn a vallás- és közokt. miniszterium kezdeményezésére az egységes középiskola fontos kérdésének megoldása körül avatott férfiak tanácskoznak, czélszerűnek tartom, hogy oly tantárgyról tegyek említést, a melyet eddig a kétféle középiskola egyikében, t. i. csakis a reáliskolában tanítottunk (nem említvén itt a polgári-, ipar-, bányászati-, katonai stb. iskolákat). Nézeteim előadásával e fontos tárgyat az ez iránt érdeklődő közönség előtt kellő világításba óhajtom helyezni.

A mióta Monge a descriptiv geometriának szilárd alapját megvetette, azóta e tárgy a szakférfiak legéberebb figyelmében és ápolásában részesül és manapság, mint a matematikai tudományok egy külön ága, saját biztos medrében halad; elméleti és gyakorlati szempontból megalkotta a maga módszerét úgy, hogy mint középiskolai disciplina a reáliskolákban nagy tért hódított magának és egyike azoknak a tárgyaknak, melyek a reáliskola jellegét teszik.

Középiskolai igényeknek kettős céljával tesz megbecsülhetetlen szolgálatot. Megismerteti azokat az eljárásokat, melyekkel téralakokat előállíthatunk, illetőleg rajzban feltüntethetünk úgy, a mint azokat a szemlélő látja; másfelől meg megtanít bennünket, hogy hogyan kell a helyesen elkészített rajzból arra a tárgyra következtetni, a melyet a rajz pótol, hogy az előállított tárgyaknak összes mértani tulajdonságait és vonatkoztatásait a képből világosan és minden nehézség nélkül fölismerhessük. Ezen szempontból az ábrázoló geometria segítségével a rajz a térben levő alakzatot teljesen pótolhatja, a geometriának nagy szolgálatot nyújt és így tudományos szempontból elvitázhatatlan e tárgy becsé. De gyakorlati oldalát tekintve belenyúl a technikai tárgyak nagy részébe: az építész, a gépész, a mérnök nem lehet el nála nélkül és általában a technikusnak jóformán egyik keze. Az egyéb tudománnyal foglalkozók bárhánya rászorúl: minden demonstratív tárgynál szükséges a téralakoknak helyes és biztos lerajzolása, így rászorul pl. a természetbúvár, az orvos stb.

De nemcsak ezen praktikus szempontok ajánlják e tárgyat arra, hogy a középiskolai oktatásban helyet foglaljon. A fiú figyelme nemcsak a rajzban kifejtendő tevékenységre irányul. A szemügyre vett téralakokat minden szempontból megfigyelni, magunknak róluk helyes fogalmat és képzetet alkotni, a tárgyak részei között levő kölcsönös viszonyokat kutatni azon czélból, hogy az így szerzett és a valóságnak híven megfelelő benyomásokat a rajzban visszatükröztes-

sük: oly szellemi munka, melyhez hasonlót más középiskolai studium ily módon nem nyújt, mert ez a studium szoktat hozzá bennünket, hogy a körülöttünk levő tárgyakat helyesen lássuk és megfigyeljük, és megtanítt, hogyan kell lelki szemünkkel a tárgyról tiszta képet szerezni, hogy a keletkezett gondolatmenetet rajzpapíron állandósítsuk. — E szerint a tisztán megfigyelésből keletkezett képzelet csak akkor teljes, ha a tárgyra vonatkozó minden viszonylatot kellőképen átértettük olyannyira, hogy a szerzett képzeletet rajzban állandósítsuk, mely képből a szemlélő gondolatmenetünket leolvashatja, illetőleg következtethet a képen előállított tárgyra minden oly tekintetből, a melyekből a téralakot tanulmányozásunk tárgyává tettük. — Ez a kölcsönös összefüggés, mely a tárgy és képe között fennáll, állapítja meg az ábrázoló geometria célját és most vázolt módszerével a szellem képzelő képességét tetemesen támogatja és elősegíti. — Ebből következik, hogy az ábr. geometria általánosan képző erejű tudomány és mint ilyen, méltán foglal helyet a középiskolában.

Szellempépző hatása a matematika további tanulásában is nyilvánul. Így a stereometriában csak úgy gondolható biztos haladás, — mivelhogy a testekről a térben csakis a belső képzeletek által alkothattunk magunknak helyes fogalmat, — ha már megszoktuk a testeket kellő módon a valóságnak megfelelően elképzelni. Éveken keresztül tanítottam matematikát reáliskolában és gymnasiumban; bő alkalmaim volt észlelni, hogy jobb eredményvel tanulták a reálisták a stereometriát és egyáltalán az összes elemi geometriát, mint a gymnasiumi tanulók. E jelenségnek egyik oka bizonyára az ábr. geometriában való jártasság foka. Még jóval nagyobb hasznát vehetjük az ábr. geometriának majd az elemző térmértannál; de ebbe nem bocsátkozom, mert ez nem tárgya a középisk. oktatásnak. — Összefügg a geographiával is, mert a térképhálózat szerkesztése ábrázoló geometriai ismeretek nélkül nem is gondolható. — A szabadkézi rajzolásnál, árnyékolásnál nélkülözhetetlen, mert a tárgynak perspektivikus képét, árnyékát hogyan szerkeszthetjük meg, ha nem az ábrázoló geometria nyújtotta elméletek segítségével?

Ime, ezen felsorolt néhány példából is eléggé látható, hogy mennyire kapcsolódik több fontos középisk. tantárgy az ábr. geometriához. Ez a szoros összeköttetés is bizonyítja, hogy ama tantárgyak láncolatában, melyekkel az egységes középiskolában célzott akarunk érnit, az ábr. geometria is befoglaltatik és ha belőle kiszakítják, a láncznak egy szeme hiányzik. A nyújtandó egységes kiképzetésben e szerint hézag maradna fenn.

Van még egy ok, a miért a szóban levő tantárgy a középiskolákban tanítandó. Alkalmat ad a rajzolásbeli ügyesség megszerzésére; a

szép, szimmetrikus és harmonikus alakok felvétele után törekedvén, a fiú esztetikai ízlése fejlődik, megszokja a téralakokat is ezen szempontokból szemügyre venni és így a művészeti tárgyakat is érdemlegesen fogja megbirálása tárgyává tehetni.

Az előkészítő fokon a rajzoló geometria két, sőt három irány felé vezet. Az egyik irány szerint az alsóbb osztály növendékeit előkészíthetjük a szabadkézi rajzolásra; a másik út a matematikai tanulmányok előcsarnoka felé egyengeti az ösvényt. Itt ismét elágazik az irány, a mennyiben az ábrázoló geometria gyökereinek legvégső szárait ide terjeszti ki és legelső táplálékát innen szívja magába. — A rajzó geometria ennél fogva két tanfolyamból állana: az alsó osztályokban a geometriai alaktan volna veendő díszítményi rajzolással, a felsőbbekben pedig az ábrázoló geometria gyakorlati tárgyak képeinek és árnyékainak előállításával.

Az előadottakból kitűnik, mennyire méltó az ábrázoló geometria, hogy ama tantárgyak sorába foglaljuk, melyek a középiskolai oktatás anyagát teszik.

Lássuk most a részleteket. Előbb azonban tisztába kell jönnünk az iránt, hogy mi a célunk e tantárggyal az új középiskolában. Ez nem lehet más, a mint azt már kifejtettem, mint az, hogy a fiú megtanulja, miképen lehet a téralakzatokat helyes megismerés után rajzban föltüntetni és viszont amaz összefüggést és viszonyokat kutatni, melyek a téralak és az azt pótló rajz között vannak. — Hogy e kettős munkát nem helyettesíthetjük a kettő közül csak az egyikkel, azt már a nagy Steiner is bebizonyította, mondván, hogy nagy út van ám még hátra a szóbeli földalástól a kézzel való előállításig. — Ha képesek vagyunk biztos elvek szerint rajzolni azt, a mit átértettünk, a mit szellemi szemünkkel magunk elé képzelünk, ha viszont a rajz után indulva, elképzelő tehetségünk segítségével könnyen magunk elé varázsolhatjuk ama tárgyat, melynek képe előttünk van, akkor e nagy előny tudatában bizonyára nehezebb föladatakon is teszünk kísérletet, a mi a technika és ipar jelen fejlődési korszakában elvitázhatatlan nagy vívmány.

Másrészt meg el kell ismernem, hogy a nagy számú és terjedelmű egyéb tantárgyak mellett óvatosan kell a középiskolában megválogatni a földolgozandó anyagot és még inkább óvakodni annak csupán csakis tudományos szempontból való tárgyalásától. — Eme fokon ajánlatos a tantárgynak gyakorlati úton való földolgozása után törekedni. Mit használ a fiúnak, ha a folytonos elméletben elveszti a fonalat és nem látja és nem érzi, hogy e tárggyal tulajdonképen mit akarunk elérni? Arra kell tehát törekedni, hogy az ifjuságnak minden fokon és mindig teljes egészet nyújtsunk. Ezt pedig csak úgy érhetjük el, ha rövid elméleti oktatás után azonnal a gyakorlati alkalmazás következik. Sőt gyakran

ez út megfordítottja biztosabban célhoz fog vezetni, mint a száraz elméleti, illetőleg elvont oktatás. Ki fogná helyeselni ama tantást pl. a fizikában, melynél az egész tananyagon egy huzamban végig nyargalunk és a kísérleti részt csak azután vennék elő? nem fogná az ilyen módszer a fiút untatni? De ha mind a két irányt fölváltva alkalmazzuk, akkor az érdeklődést a tárgy iránt már elejétől fogva fölbreszthetjük és mindig ébren tarthatjuk, a mire elkerülhetetlenül szükségünk van arra nézve, hogy a célt sikeresen megközelíthessük.

Lássuk, hogyan érvényesülhet ez az elv az ábrázoló geometriánál. Az 1885. oktatási tervezetnek e tantárgyra vonatkozó intézkedései szerint pl. az árnyéktan nem tesz egy már önmagában vett elszigetelt merrev egységet, hanem az egész tananyaggal, mint ennek egyik lényeges kiegészítő része, szerves összeköttetésbe lépett. Ez a módszer kiterjeszthető továbbra is, ha sem az elemi feladatok elméleti fölöldását, sem pedig a testek előállítását egymástól függetlenül nem tárgyaljuk. Hozzuk inkább ezeket természetes összefüggésbe, vonatkoztassuk egyiket a másikra, válaszszuk a szükséghez és a viszonyokhoz képest fölváltva az egyik és a másik útát, hogy így az egyik támogassa a másikat.

Ezek után a következő módszert bátorodom a t. szakferfiak elé terjeszteni. — Két képsíkon való ábrázolást föltéve bemutatjuk a kockát. E testen fölleljük a két képsíkot (a harmadik képsík e fokon, legalább kezdetben, elmarad), ezek a hátsó és az alsó lap. Ezekre projekciáljuk a kocka felső-mellső két csúcspontját. Ennyit vezetünk le a kocka első szemléltetéséből. Most e testtől egyelőre eltekintünk és a pont projekcióinak előállítására vonatkozó tételekre térünk át. Ezután a kocka átszőgelőit, oldaléleit és oldallapjainak átszőgelőit. vévén tekintetbe, meghatározzuk a ferde, valamint a különleges helyzetű biró egyenesek projekcióit. A ferde helyzetű egyenes tüzetes tárgyalása előtt egy, az első képsíkon nyugvó merőleges gúlát mutatunk be és előállítjuk ennek projekcióit. E gúla oldaléleinek projekciói mutatják, hogy hogyan nyerjük a tetszőleges helyzetű egyenes képeit. — Ezután áttérünk az egyenes nyomaira, hajlásszögeire, valódi nagyságára stb. — Ezzel elég ismeretet nyújtottunk arra, hogy a pont és egyenes árnyékát a képsíkokra, de a gúla árnyékát is megszerkeszthessük. — A harmadik test, a melyet bemutatunk és a melynek képeit előállítjuk, az egyenes hasáb. Erről levezetjük a vízszintes helyzetű sokszögek képeit. Itt már a test hátsó és elfödött részeire lehetünk tekintettel, a testet felülről, illetőleg elülről nézvén végtelen messzeségből.

Az említett három test fölhasználható a sík descriptio előállítására. A gúlának metszete vízszintes síkkal föltünteti a gúla oldallapjainak, illetőleg a síknak fővonalát, míg a gúlát határoló egyenlőszáru háromszögek magasságainak szemléltetése az esés vonalakra vezet. Itt

tárgyaljuk a síkban levő egyenesek tulajdonságait, míg a gúla csúcs-pontját fölhasználhatjuk annak kimutatására, hogy a sík tetszőleges pontjának képe nem esik bele a sík megfelelő nyomába.

Most oly ferde gúlát mutatunk be és állítunk elő projekcióiban, melyet alapjával az első képsíkra helyezünk és melynek csúcsa a második képsíkban van. (Ez a különleges helyzetet a ferde gúla előállítását sehogysen nehezíti meg és mindig át lehet erről térni a legáltalánosabb helyzetre.) Ezt a negyedik testet két sík metszésvonalának puhatólására és szerkesztésére használjuk föl és ezzel az egyenes és sík közös pontját is föl tudjuk keresni.

A gúla és hasáb metszete síkkal, egyenes átdőféspontja e testekkel, e testek hálókifejtésük, pont és egyenes árnyéka e testekre, valamint e testeknek egymásra ejtett árnyéka e részlet betetőzését képezik. Alkalmazásul vehető: a tárgyalt testekből összeállított testesoportozat, egyszerű épület alap- és homlokrajza és egyéb technikai tárgyak két projekciójának előállítása.

A hengernek és kúpnak projekcióikban való előállítását fölhasználjuk a kör projekciálására, a mit a téralakok helyzetváltoztatása (forgatás) követ. A kúp és gúla, illetőleg a henger és hasáb alapja és síkmetszete között, valamint e síkmetszet képe és az illető képsíkba eszközölt leforgatott helyzete között levő összefüggés a collineációra, illetőleg affinitásra, mint új és érdekes mértani rokonságra vezet. — A hengerre és kúpra vonatkozó árnyéktani szerkesztések után ismét tetszőleges csoportozatot állítunk egybe a tárgyalt testekből, megrajzoljuk ezeknek projekcióit, majd saját-, egymásra és a képsíkokra ejtett árnyékaikat.

A gömb polár és diametrál síkjainak és diametrál vonalainak szerkesztésénél a felületek érintési földadatai és szegélyvonalai általánosabb szempontból tárgyalhatók.

Ily módon az orthogonális projekcióban való előállításához szükséges tételek és eljárások ismertethetők és levezethetők az egyszerű geom. testek szemléltetése alapján. Az előadott módszer kétségtelenül előnyösebb, mint az, a melynél elejétől végig egy huzamban elméletet tanítunk; mert fölkelte a gyermek érdeklődését a tárgy iránt és a térszemléléshez jobban hozzászokik, ha elmékedéseinket a bemutatott testhez fűzzük és a fiú látja: miképen kapcsolódnak az egyes tételek egymásba és mennyiben támogatja az elmélet a gyakorlatot és fordítva. Ha még egyik-másik ügyesebb fiú arra vállalkozik, hogy egyes tárgyalt földadatokat, pl. a hasáb metszetét síkkal és a metszés által keletkezett idom valódi nagyságának meghatározását a metsző síknak a képsíkok egyikébe eszközlendő forgatás által kemény papirosból előállítsa, akkor a tárgy iránti érdeklődés és szeretet még jobban fölébred.

A vázolt eljárással csakis az ábrázoló geometria legfőbb elemeinek levezetését irtam le. Alkalmos helyen ezek kibővítendőék még a tárgyalandó feladatok speciális eseteivel, két egyenesnek a térben elfoglalt kölcsönös helyzetével, sík nyomainak előállításával adott részekből, egyenesnek síkkal képezett hajlásszögével, sík képsíkszögével, két sík hajlásszögével, egyenes és sík merőleges helyzetének tárgyalásával, új képsíkok behozatalával, az árnyékszerkesztésnél föllépő affinitással stb.

A mi azt a kérdést illeti, hogy az ábrázoló geometria egyéb előállítási módjait, minő a centrál-, axonometrikus- és parallelprojekció, az egységes középiskolában vegyük-e? arra nézetem szerint könnyű felelni. Ha az idő engedi, akkor a centrál projekció — mint a legáltalánosabb előállítási mód — ismertethető. De a téralakoknak ábrázolására és az ábrából a téralakokra való következtetésre, szóval: az e tantárggyal elérendő cél megközelítésére kezdetben kielégítőnek tartom az orthogonális projekciót.

Szorosan összefügg a megbeszélt tárggyal az alsó osztályok számára előírt rajzoló geometria. Az erre vonatkozó nézeteimet a következőkben foglalom össze.

A szorosabb értelemben vett rajzoló geometria előiskolája a matematikai tudományoknak és a szabadkézi rajzolásnak. Mert — a mint azt már megelőzőleg jeleztem — magában egyesíti a geometria elemi tárgyalását, a geometriai alakoknak és az ezek összetételéből álló díszítményeknek rajzolását. Hogy e kettős céljának megfelelhessen, vagyis hogy a matematikának és a szabadkézi rajzolásnak biztos alapot nyújtson, föl kell ölelnie egyrészt a geometriai sík- és téralakoknak szemléltetését, tulajdonságait, a részek között levő kölcsönösséget és szerkesztését; másrészt pedig a rajzolás követelte ismereteket, melyeknek fonálán a tanulóban fölébresztjük a csinoság, tisztaság és szép ízlés iránti érzéket, fejlesztjük kézi ügyességét a rajzoknak biztos és öntudatos elkészítésében és rávezetjük arra, hogyan lehet gondolatainkat képen föltüntetni és a bennünket környékező tárgyakat lerajzolni.

Mint a matematikai tudományok előkészítője két részre oszlik. Ezek a részek *a geometriai alaktan és a geometriai szerkesztéstan a síkban*. Lássuk ezeket közelebbről.

A geometriai alaktan ismerteti először a síkban előforduló geometriai alakokat, nevezetesen a pontot, az egyenest, a szöget és az idomokat; másodszer a térben előforduló mértani alakokat, t. i. a pontot, az egyenest, lapot, lapszöget, testszögletet és testet. Ennélfogva kétféle geometriai alaktanról szólhatunk: az egyik *a síkalakok*-, a másik *a téralakok tana*. Az egyik a felsőbb osztályokban veendő planimetriára készít elő, a másik pedig a testmértannak és az ábrázoló geometriának

szolgáltatja a szükséges előismereteket. Mind az egyik, mind a másik részben az elősorolt alakok ismertetése mellett a köztük levő összefüggésre és viszonyításra ügyeljünk, kutassuk közös tulajdonságait vagy az eltérések mibenvoltát. Az idomok tárgyalásánál az átszőgelők és symmetriavonalaik tulajdonságai alapján megállapíthatjuk az idomok jellegét. A három-, négy- és sokszögek symmetrikus volta azoknak bizonyos szabályszerűségét jelenti. E szerint a geometriai alakokban a symmetriára — mint a geom. alakok egyik rokonságára, — továbbá az összeillőségre és hasonlóságra nagy gond fordítandó. — A testek átszőgelő- és symmetria síkjai a testek belsejében rejlő viszonyok kutatására vezet, a mely alkalommal e síkokkal a testeket átmetszve gondoljuk és az elmetezett részeket külön vizsgáljuk és kirajzoljuk. Ajánlatos a testeket különféleképpen síkkal metszeni és az elmetzés által keletkezett részeket külön kirajzolni, mert ez a fiúkat igen érdekli és gondolkodásra és a térben levő alakok tulajdonságainak kutatására serkenti. Jó szolgálatot tesznek e tekintetben a fiúk által kemény papírból készített testminták.

A geometriai szerkesztésben a geom. alakokban tanult tételekre és az idomok tulajdonságaira támaszkodik. Itt kerülni kell oly szerkesztéseket, melyek csak nehéz és a fiú előismereteinek vagy fölfogásának meg nem felelő módon bizonyíthatók be. De megokolás nélkül ne nyujtsunk egy szerkesztést sem; mert az ilyeneknek semmi értékök sincs és a fiút gépies másolásra szoktatjuk a helyett, hogy önálló gondolkodásra indítanak. Kerülni kell továbbá minden oly föladat szerkesztését, a mire a fiúnak a középiskolai tanulás alatt többé nem lenne szüksége, mert ezen a fokon alapot kívánunk nyújtani a későbbi tanulmányoknak. — A gyakorlati mértan beleszöhető az egészbe oly formán, hogy a föladatok — a mennyire csak lehet — előbb a szabadban oldandók meg. Ilyen föladatok a párhuzamosak és merőlegesek szerkesztése, távolság közvetlen vagy akadálylyal való mérése, összeillő és hasonló idomok szerkesztése, kisebb földterületek és tárgyak magasságának lemérése. A tanulókat tehát minél többször vezessük ki a szabadba, itt oldjuk meg velük a kitűzött feladatot és innen hozzuk anyagot a további tanításhoz.

A görbe vonalak tárgyalásánál a symmetriához, hasonlósághoz és összeillőséghoz — mint eddig ismert mértani rokonságokhoz — vesszük még az affinitást. Ennek alapján a kúpszeletek egyik szerkesztési módja már biztosítva van; a további szerkesztést a geometriai helyre és a mozgás törvényeire alapítjuk. Nagy gondot fordítsunk a vonalak fő- és jellemző részeire és azok szerkesztésére, ne csupán csak a görbe vonalaknak pontok szerinti előállítására. A mely görbe vonalnak keletkezési törvényét e fokon nem közölhetjük, azt ne is vegyük.

A rajzolást illetőleg is két irányban kell a tevékenységét fejleszt-



teni. Először is a mértani tananyagot rajzolják a fiúk. Itt az legyen irányadó, hogy nem szükséges az egyes feladatok speczialis eseteit rajzolni, hanem a megoldott feladatokat képviselő egy-egy példára szorítkozni, nehogy ugyanazon szerkesztés ismétlődése által a fiuk munkája nagyon fölhalmozódjék. — A rajzok csinos kivitelére törekedvén mellőzendők a sok időt igénylő kihúzási módok, minők a pontos vonalak rajzolása és a sok sraffolás, a melyek a szemet nagyon megerőltetik. — A rajzlapok számát is korlátozni kell; minden hat hétre legfőlebb egyet számíthatunk. Ugyanez áll az ábrázoló geometriai rajzokra is.

A mértani rajzolással lehetőleg párhuzamosan haladjon a díszítmények rajzolása. Itt főképen a geometriai díszítményi rajzokat értjük, a melyek nagyrészt körzővel és vonalzóval készülnek. Azért ez a tanult mértani alakokból veszi tárgyát. — A tömegtanítás módja szerint nagy mintában bemutatjuk a tárgyalandó rajzot; ebben fölkeressük az ismeretes alakokat, melyekből az egész áll, a részeket külön kirajzoljuk, további részekre bontjuk és ezeket is kirajzoljuk — : analitikai módszer. — Azután a nyert részekből a tanár a táblán, a fiúk a rajzlapon a bemutatott mintát összeállítják — : synthetikai módszer. — Egy másik példán fordított útat lehet követni: a tanár megnevezi az alapidomokat, a melyekből az egész állani fog; az egyes részeket fölrajzoljuk, egymásba való kapcsolódásukat megmagyarázzuk és föltüntetjük. Ez alkalommal a munka minden stádiumában más más alakot nyerünk eredményül és ezek, már miután a táblán is, a rajzlapon is elkészültek, nagy mintán bemutatandók, míg végre az egészet el nem végeztük, mire nagy mintában azt is bemutatjuk. — E tisztán synthetikai eljárás mellett az elemeknek vagy mintarészeknek az eleve kijelölt összeállítási módján kívül más csoportosítását is megpróbálhatják a fiúk és így aztán más főalakokat is nyerhetnek. De mindezeknek a főalakoknak elemzése, azaz alkotó részekre való bontása által ugyanazokra az alapidomokra akadunk, a melyekből kiindultunk.

Az analitikai eljárást sikeresen alkalmazhatjuk még a testek, testcsoportok és azok síkmetszései által nyert részeknek külön kirajzolásánál, mely eljárás üdvös voltára már rámutattam.

A díszítményi rajzlapok száma se legyen több, legfőlebb hat hetenkint egy.

A rajzlap csinoságát emelik a nagy gondal rajzolt szép betűk; ezért a betűk mikénti szerkesztésére és írására is oktatni kell a fiúkat. annival is inkább, mert a szépírásra szánt heti egy órában nem lehet az előírt tananyagon kívül még a díszbetűket is ismertetni.

(Pécs.)

SZIRTES IGNÁCZ.