Iskolakultúra Online

Iskolakultúra Online, 2, (2008) 141-159

A tanulók matematikai meggyőződéseinek értékelése:
Egy három országot érintő összahasonlító viszgálat[1]

Paul Andrews[1*], Jose Diego-Mantecon[1], Peter Vankuš[2], Peter Op 't Eynde[3] és Paul Conway[4]

[1] *University of Cambridge*
[2] *Comenius Uviversity, Bratislava*
[3] *University of Leuven*
[4] *University of Cork*

Absztrakt

Ez a tanulmány egy összehasonlító vizsgálatot mutat be, amelyben angliai, szlovákiai és spanyolországi tanulók matematikai meggyőződéseit vizsgáltuk. Kutatásunkban a tanulmány negyedik szerzőjének és munkatársainak kutatásaira és a Leuven-i Egyetemen kifejlesztett és Flandriában kipróbált MRBQ (Mathematics-related Beliefs Questionnaire, Matematikai Meggyőződések Kérdőív) kérdőívre támaszkodtunk. Az eredeti mérőeszköz, amelyet a tanulói meggyőződések egy átfogó és elméletileg igazolt mérőeszközeként fejlesztettek ki, négy olyan faktort eredményezett, amelyeket a szakirodalom alapján várni lehetett, de ezek közül csak kettőnek a reliabilitása bizonyult megfelelőnek. A mérőeszközt a Cambridge-i Egyetemen átdolgoztuk, és ezután – angol és spanyol tanulókon végzett felmérés alapján – már négy megbízható faktort kaptunk. Ezeknek a faktoroknak az interpretációja nem csak a korábbi belgiumi vizsgálatban kapott faktorokhoz illeszkedett, hanem bizonyítékot nyújtott arra vonatkozóan, hogy a faktorok két különböző országban is azonos szerkezetűnek bizonyultak. Tovább bővítettük a bevont országok körét, és szlovákiai tanulók is szerepeltek az új mintában. Tanulmányunkban most ennek a három országra kiterjedő vizsgálatnak az eredményeit mutatjuk be. Faktoranalízist és más többváltozós elemzéseket alkalmaztunk. A faktoranalízis megerősítette korábbi eredményeinket, mely szerint a kérdőív általánosan használható, abból a szempontból, hogy a matematikát tanulók meggyőződés-rendszerét minden országban hasonlóan lehetett vele azonosítani. Többváltozós elemzéseink azt mutatták meg, hogy mely meggyőződéseket és milyen mértékben határozza meg az életkor, a nem és a nemzetiség.

1. Bevezetés

Ebben a tanulmányban egy, a belgiumi Leuven-i Egyetemen kifejlesztett, a matematikai meggyőződéseket vizsgáló kérdőív (MRBQ) adaptációját mutatjuk be (Op 't Eynde és De Corte, 2003). Az eredeti cél egy olyan, általánosan használható eszköz kifejlesztése volt, ami egy elfogadott elméleti alapvetésből kiindulva értékeli a tanulók matematikával és annak tanításával-tanulásával kapcsolatos meggyőződéseit. Az MRBQ-t flamand tanulók körében végzett felméréssel fejlesztették ki, és a mérőeszköz érzékenynek bizonyult a tanulók matematikai meggyőződéseinek különbségeinek

[1] A tanulmány a 12. EARLI Konferencián bemutatott előadás szerkesztett változata

[*] Email: pra23@cam.ac.uk

mérésére a különböző iskolatípusok és nemek függvényében (De Corte és Op ’t Eynde, 2003; Op ’t Eynde és mások, 2006). Ugyanakkor számos kutató, különösképpen a Patricia Alexanderrel együtt dolgozók (Alexander és Dochy, 1995; Alexander és mtsai, 1998, Buehl és Alexander, 2006) úgy érvelnek, hogy a bizonyítékok alapján „a kultúra fontos szerepet játszik az egyén tudásról és meggyőződésekről alkotott felfogásának formálásában” (Alexander és mások, 1998, 98. o.), ezért nagyobb figyelmet kellene fordítani a meggyőződések különböző kulturális környezetben való kutatására; nem utolsósorban azért, mert a nyugati fogalomalkotás alkalmatlan lehet a nem nyugati kultúrákban (Chan és Elliott, 2004). És valóban, egy kutatás kimutatta, hogy lényeges különbségek vannak a meggyőződésrendszerekben, legalábbis a matematika természetének és tanításának tekintetében, két különböző európai kultúra tanárainak körében (Andrews és Hatch, 2000; Andrews, 2007a), és további bizonyítékaink is vannak a témában.

Fontos megemlítenünk, hogy az MRBQ más kultúrákra transzferálhatósága még vizsgálat előtt áll. Ráadásul az eredeti faktoranalízisben kimutatott négy skálából kettő mérsékelt reliabilitással bírt. Ebben a tanulmányban bemutatjuk az MRBQ finomított változatát és elemezzük, hogy az átdolgozott mérőeszköz hogyan vihető át különböző kontextusba, illetve vizsgáljuk a korra és nemre vonatkozó érzékenységét. Ez magában foglalta három kulturálisan eltérő európai országból (Anglia, Szlovákia és Spanyolország), illetve két korosztályból származó (12 és 15 évesek) tanulók adatainak gyűjtését. Így a tanulmány bizonyos tekintetben felfogható egy ismétlő vizsgálatnak is. Fontos, hogy a más kulturális környezetben történő ismétlő kutatások, amibe a kutatók ritkán vágnak bele (Bauman és Del Rio, 2005), megkönnyítheti az értelmezést és segítheti „a kutatókat összehasonlításokat tenni jelenségekről vagy vizsgálódni a vizsgálati helyzetek közötti hasonlóságokról és különbségekről” (Bauman és Del Rio, 2005: 433).

2. A tanulmány fogalmi keretei

Az elmúlt néhány évben a kutatóknak rá kellett jönniük, hogy a kogníció és metakogníció szükséges, de nem elegendő pszichológiai funkciók a hatékony tanulásban, és az affektív tényezők „fontos alkotóelemei a tanulásnak” (Op ’t Eynde és mások, 2002, 14. o.). Csakugyan, Kilpatrick és mtsai (2001) amellett érvelnek, hogy a matematikai szakértelem öt egybefonódó szálat foglal magába, amelyek egyike az eredményre irányultság (productive disposition). Ez elsősorban affektív és kevésbé kognitív vagy metakognitív interakciókra utal, és magában foglal matematikai meggyőződéseket, elképzeléseket az önhatékonyságról, valamint tanulási motivációt, tanulási attitűdöket, és így tovább. Ezek az eredmények egybecsengenek De Corte és mtsai (2000) gondolatával, miszerint a matematikai irányultság öt hasonló jelenséget foglal magában, amelyek között ott vannak a matematikai meggyőződések, amelyek a tanuló matematikatanításra vonatkozó szubjektív elképzeléseire és énképére terjednek ki. Az énkép egyaránt vonatkozik a tanulóra, mint matematikát művelőre és mint az osztály, az iskola vagy a tágabb közösség tagjára. Egyszóval, egyre inkább tudatossá válik, hogy az affektív tényezőknek minden szempontból jelentős befolyásuk van a matematika tanulására. Az affektív t jellemzőket különböző tényezők sokasága határozza meg, beleértve a környezetet, ahol a tanuló él, illetve ahol tanul, a tanár szerepét és az iskolában nap mint nap lezajló kölcsönhatásokat, melyeket befolyásol például a tanuló motivációja (Kloosterman, 1988), önbizalma (Middleton és Spanias, 1999), erőfeszítései (Kloosterman és Stage, 1992), önhatékonysága (Schwarzer, 1992) és a feladatok értékéről való felfogása (Pintrich és De Groot, 1990).

Mindezeket figyelembe véve a leuveni kutatócsoport kifejlesztette a matematikai meggyőződéseket mérő kérdőívet (MRBQ) azzal a céllal, hogy kategorizálja a „meggyőződésrendszerek szerkezetét, azonosítsa a meggyőződések releváns kategóriáit, és a módot, ahogy azok egymáshoz viszonyulnak” (Op ’t Eynde és De Corte, 2003, 3. o.). Szakirodalmi áttekintésükben Op ’t Eynde és mtsai (2002) a meggyőződésekkel kapcsolatos kutatás négy kategóriáját különböztetik meg, amelyek hatással voltak a mérőeszköz kifejlesztésére. (1) Meggyőződések a matematika természetéről és a matematikatanulásról; (2) az énre (self) vonatkozó meggyőződések a matematikatanulás kontextusában; (3) a matematika tanítására és a tanulás társas környezetére vonatkozó meggyőződések; illetve (4) az ismeretek és tudásszerzés természetére vonatkozó meggyőződések. Mindezek alapján megkísérelték összeegyeztetni a kognitív, motivációs és affektív kutatási hagyományok szerint dolgozó kutatók munkáit, akik gyakran „működnek viszonylag elszigetelve egymástól” (Op ’t Eynde és De Corte, 2003, 3. o.).

A fogalmi keretek felvázolása szempontjából fontos, hogy kifejtsük nézőpontunkat a meggyőződésekkel kapcsolatban, ami a matemetikatanítással kapcsolatos irodalomban egy problémás területnek bizonyult (Barkatas és Malone, 2005; McLeod és McLeod, 2002; Op ’t Eynde és mtsai, 2002), bár Pajares (1992: 308) szerint „nem lehetséges a kutatók számára, hogy megfelelően ragadják meg a tanárok meggyőződéseit anélkül, hogy előbb elhatároznák, milyen jelentést kívánnak adni a *meggyőződés* szónak, és hogy ez a jelentés mennyiben fog különbözni más, hasonló fogalmaktól”. Az okok, amiért a meggyőződéseket tanulmányozzuk, jól ismertek, és valószínűleg nincs is szükség túl sok magyarázatra itt, habár Schoenfeld (1985) összefoglalója egy összegzést nyújt arról, hogy mi garantálja az érdeklődést a terület iránt. Szerinte a meggyőződésrendszerek

> *„az egyén matematikai világképe, a nézőpont, ahonnan az egyén megközelíti a matematikát és a matematikai feladatokat. Valakinek a meggyőződései a matematikáról determinálhatják, hogy hogyan áll hozzá egy problémához, milyen technikákat használ vagy kerül el annak megoldásához, mennyire hosszan, mennyire nehezen fog vele dolgozni, és így tovább. A meggyőződések kijelölnek egy környezetet, amelyben az erőforrások, a heurisztikák és az ellenőrzés működik” (Schoenfeld, 1985, 45. o.)*

Sajnos, annak ellenére, hogy nyilvánvalóan szükséges vizsgálnunk a meggyőződéseket, nincs egyöntetűen elfogadott definíció a meggyőződésekről a matematikához kötődő kutatók között (McLeod és McLeod, 2002; Beswick, 2005, 2007). Aguirre és Speer (2000, 328. o.) például úgy definiálják a meggyőződéseket, „mint személyes filozófiák (melyek gyakran implicitek maradnak), melyek fogalmakból, értékekből és ideológiákból állnak”. Handal (2003) a következő definícióval kezdte tanulmányát: „E tanulmány céljaihoz illeszkedően, a tanárok matematikai meggyőződése alatt olyan meggyőződésrendszereket értünk, amelyeket a tanárok a matematika tanulásáról és tanításáról birtokolnak”, míg Beswick (2005, 2007) úgy magyarázza a meggyőződéseket, mint „bármi, amit egy egyén igaznak tekint”. Mindhárom definíció problematikus. Aguirre és Speer a meggyőződéseket olyan konstruktumokhoz viszonyítva definiálja, amelyeket nem tudnak definiálni, Handal definíciója körbeforgó, míg Beswické nem kielégítő, nem utolsósorban azért, mert az emberekben vannak olyan meggyőződések, amelyek akár egy szellemi világ meglétére utalnak a megfoghatón túl, amelyekről tudják, hogy ellenőrizhetetlenek, és inkább meggyőződésként fogadják el, mint tudásként. Tehát, mit is hozhatunk ki a téma meglehetőst eltérő irodalmából, különösen más, hasonló fogalmakhoz, és főképp, a tudás fogalmához viszonyítva?

McLeod (1992, 579. o.) a meggyőződésekkel, attitűdökkel és érzelmekkel kapcsolatos problémákat több síkon magyarázza: értelmezhetjük „a meggyőződéseket, attitűdöket, érzelmeket úgy, mint amelyek az affektív részvétel növekvő szintjeit, a kognitív részvétel csökkenő szintjeit, a kiváltott válaszreakció növekvő intenzitását és a kiváltott válaszreakció stabilitásának csökkenő szintjeit jelenítik meg”. Azonban mások kikerülték a fogalmi elemzést azáltal, hogy ignorálták azt. Ez különösképpen megszokott, a pszichológia égisze alatt folyó kutatásokban (de nem kizárólagosan csak ott), ahogy ez ki is fejeződik például Bauman és Del Rio (2005), Bråten és Strømsø (2005), Torff és Warburton (2005), illetve Valanides és Angeli (2005) tanulmányaiban, akik egytől egyig a meggyőződések különböző aspektusait vizsgálták különböző pedagógiai pszichológiai folyóiratok hasábjain.

Általában úgy tartják, a meggyőződések két szinten működnek (Green, 1971, Abelson, 1979). Az alsó szinten egyszerű meggyőződések vannak, amelyek négyféleképpen jellemezhetők; vonatkozhatnak a meggyőződést birtokló személy irányításán kívüli entitások létezésére, megjeleníthetnek egy ideális alternatív világot, lehetnek affektív és értékelő elemeik, illetve származhatnak az egyén tapasztalataiból is (Abelson, 1979; Nespor, 1987). „Mélyen személyesek, semmint általánosak, és nem változnak rábeszélés hatására. Kialakulhatnak véletlenszerűen, a tapasztalás hatására, vagy események sorozata miatt” (Pajares, 1992, 309. o.). A második szinten meggyőződésrendszerek találhatóak, amelyek elszigeteltek lehetnek más meggyőződésrendszerektől, ezzel megteremtve a meggyőződések összeütközésének lehetőségét (Green, 1971). A meggyőződések szűrők, amelyeken keresztül a tapasztalatokat magyarázzuk (Pajares, 1992), és eszközök, amelyekkel az emberek védik és támogatják magukat (Snow és mtsai, 1996). Mindazonáltal újabb keletű munkák arra utalnak, hogy „a tanulók meggyőződései komplexek, több dimenziósak, interaktívak, szociokulturálisak, kontextuálisak és fejlődésre képesek" (Buehl és Alexander, 2006, 39. o.). Mind az idő, mind a tapasztalatok meghatározó tényezők, nemcsak a meggyőződések kialakításában, de abban is, hogy mekkora biztonsággal épülnek be a már létező struktúrákba (Baxter Magolda, 2004; Kuhn és mtsai, 2000).

Bár a meggyőződések és az ismeretek elkülönítésére vonatkozóan Pehkonen és Pietilä (2003) állítják, hogy a megkülönböztetés homályos, Abelson (1979 és Nespor (1987) úgy vélik, hogy a meggyőződések nem konszenzuson alapulók, következésképp vitathatók, míg az ismeretek általánosan igazolhatók. Ez alapján a meggyőződések „az ismeretektől csupán az egyetértés fokában különböztethetők meg" (Beswick, 2005, 39. o.), hiszen a meggyőződések egyénileg alkotott dolgok, míg az ismeretek alapvetően társas konstruktumok (Op 't Eynde és mtsai, 2002). Valóban, Alexander és mtsai (1998, 98. o.) megjegyzik, hogy az ismereteket a tanulás és tanítás résztvevői általában úgy tekintik, mint „tényszerű, bizonyított információk, amelyeket az oktatás közvetít", míg a meggyőződések „inkább nem bizonyított, de mély ítéletek, melyek gyakran az élettapasztalatból nőnek ki." Furinghetti és Pehkonen (2002), kísérletet téve a helyzet tisztázására, megkülönböztetnek objektív és szubjektív ismereteket, mint a formalizált és mindenki által elfogadott tudás, ami tulajdonképpen a matematika, illetve az egyén saját maga által megalkotott, tapasztalati és szavakba nem öntött tudása. A fenti eredmények indokolták napjaink érdeklődését a tanulók meggyőződéseinek változását célul kitűző fejlesztő programok iránt, összhangban Green (1971) vélekedésével, miszerint a tanároknak minimalizálni kell tanulóik szubjektív meggyőződéseit, gondoskodva arról, hogy a maximumra növeljék a bizonyítékokon alapulókat.

Jelen tanulmányban a meggyőződéseket „szubjektív, tapasztalaton alapú, gyakran implicit ismeretekként" (Pehkonen és Pietilä, 2003, 2. o.) kezeljük, ezen belül különösen a „tanulók matematikai meggyőződésrendszerei definiálhatók úgy, mint *implicit és explicit szubjektív konstrukciók, amelyeket a tanulók igaznak tartanak a matematikaoktatással, önmagukkal mint matematikát tanulókkal, illetve a matematikaórák kontextusával kapcsolatban*" (Op 't Eynde és De Corte, 2003, 4. o. (kiemelés tőlük)). Ezáltal elfogadjuk az ismeret és tapasztalat kulcsfontosságú szerepét a meggyőződések formálódásában. Fontos megjegyeznünk, hogy ez a definíció megengedi, hogy bizonyos korábbi tapasztalatok különböző leképeződése vezethet ahhoz, hogy különböző emberek különböző meggyőződéseket alkothatnak ugyanazokból a tapasztalatokból.

Az eddigi kutatások alapján a meggyőződések, akárcsak a motiváció, attitűd, vagy más pszichológiai konstruktumok, nehezen értékelhetők közvetlenül és alapvetően csak következtetésekkel érhetőek el (Fenstermacher, 1978). Miközben elismerjük, hogy „meggyőződéseink alakítják a tapasztalatainkat, fel kell ismernünk, hogy egyénként nem feltétlenül a legalkalmasabbak vagyunk arra, hogy világosan kimondjuk a meggyőződéseinket és nézőpontjainkat, mivel ezek némelyikének kimondására nem vagyok felkészültek" (Munby, 1982, 217. o.). Az ehhez hasonló eredményekből egyenesen következik az az álláspont, miszerint „a tanulók matematikai meggyőződésrendszereinek, és nem csak elszigetelt meggyőződések tanulmányozása lendítheti előre a téma kutatását" (Op 't Eynde és De Corte 2003, 3. o.). Hagyományosan a meggyőződéseket kérdőíves felmérésekkel és a feltáró faktoranalízis módszerével vizsgálják, ami lehetővé teszi a kutatók számára, hogy meghatározzák azoknak a faktoroknak a számát és természetét, amelyek a nagyszámú kérdőív-item mögött vannak (De Vellis 1991). Mivel minden változó korrelál bizonyos mértékben a többivel, a faktoranalízisek célja, „hogy olyan faktorokat állítsunk föl, amelyek száma alatta van a változók számának, és amelyek az *n* darab változó egymás közötti korrelációiról számot adnak" (Cureton és D'Agostino, 1983, 2. o.). A tanulók matematikai meggyőződéseivel kapcsolatban Op 't Eynde és De Corte (2003, 6. o.) úgy érvelnek, hogy egy, a legfontosabb komponenseket magába foglaló vizsgálat „fényt vetne …arra a kérdésre: Mely kategóriáknak és alkategóriáknak van empirikus alapja?" Mivel ez a tanulmány egy kísérlet arra, hogy továbbfejlesszük az ő munkájukat, és jelentős mennyiségű új vagy megváltoztatott itemet tartalmaz kérdőívünk, álláspontunk szerint a megerősítő faktoranalízis módszere nem lett volna célravezető.

Ebben a tanulmányban kifejezetten arra összpontosítunk, hogy a matematikai meggyőződések milyen módon jelennek meg kulturálisan különböző környezetben. A korábbi tanulmányok többsége, melyek a tanulók matematikai meggyőződéseivel foglalkoztak, egyféle nemzeti kontextusban valósultak meg (Pintrich és De Groot, 1990), és csak néhány próbálkozott összehasonlító értékeléssel. Pehkonen, a téma egyik legkiválóbb kutatója úgy érvel, hogy a „nemzetközi összehasonlítás a tanulók matematikai meggyőződéseiről még mindig egy szinte feltáratlan területnek tűnik” (Pehkonen, 1995, 34. o.). Ez az érdektelenség, ami az összehasonlító szemléletet veszi körül, problematikus és számos helyénvaló kérdést provokál. Például jelenti-e azt, hogy bizonyos kutatók, akik egy bizonyos kontextusban dolgoznak, feltételezik, hogy a meggyőződések olyannyira ahhoz a kontextushoz kötöttek, ahol kialakultak, hogy a kultúrák között átvinni lehetetlen? Jelenti-e azt, hogy a kutatók feltételezik, hogy a téma specifikus meggyőződései függetlenek kultúrától és kontextusról, és az eszköz, ami az egyik környezetben érvényesnek bizonyult, érvényes lesz-e egy másikban is? Vagy jelenti-e azt, hogy a kutatóknak csak egyszerűen képtelenek voltak figyelembe venni a nemzeti környezet jelentőségét? Ez a hiba, úgy véljük, a témával kapcsolatos naiv hozzáállást jelzi. Vannak bizonyítékok egyetlen kulturális környezetben lefolytatott tanulmányokból, hogy léteznek kultúrák között megosztott meggyőződések. Például egy olyan szűk látókörű meggyőződést, mint azt, hogy mindig van egy rutin eljárás egy matematikai problémára, hogy a matematika csak számolás, vagy hogy a matemetika csak szabályok gyakorlása – azonosítottak az Egyesült Államokban (Garofalo, 1989a, 1989b; Spangler, 1992), Finnországban (Hannula et al, 1996; Pehkonen, 1992) és Hong Kongban (Lam és mtsai, 1999; Wong, 2002) folytatott kutatások. Ugyanakkor kérdéses és további vizsgálatokat igényel, hogy ezek az egyetlen kultúrkörben vizsgált meggyőződések milyen mértékben interpretálhatók úgy, mint kultúrákon átívelő meggyőződések.

Ahogy arra az előző bekezdésben már utaltunk, a tanulók meggyőződéseit összehasonlítóan vizsgáló tanulmányokban – úgy tűnik, ezekben a kutatásokban mindig ott vannak a finn tanulók – változó, hogy a meggyőződések szerkezeti tulajdonságait milyen mértékben tárják föl. Például, Pehkonen és Tompa (1994) a finn és magyar diákok meggyőződéseinek összehasonlításában faktoranalízist alkalmazott, hogy lecsökkentse az itemek számát „kompakt” egységekre, alapvetően elvetve az egyedi eredmények összehasonlításának lehetőségét. Más tanulmányokban a kutatók előre meghatározott kategóriák szerint csoportosították az elemeket, és nem faktoranalízis alapján, mint például Pehkonen (1995) öt országra kiterjedő összehasonlító tanulmányában, Berry és Sahlberg (1996) finn és angol tanulók meggyőződéseit vizsgáló kutatásában, illetve Graumann német és finn tanulók matematikai nézeteiről készített tanulmányában. Az ezekhez hasonló tanulmányok segítettek a kutatások kereteinek felállításában, de ugyanakkor csalódást keltő az az érdektelenség, amit a meggyőződések szerkezeti megközelítése kapcsán tapasztaltunk.

A fenti tanulmányokból kiindulva úgy tűnik, hogy a meggyőződésrendszerek összehasonlító elemzése egy problémás vállalkozás, és könnyű megérteni a nehézségeket, melyek egy, az eredeti rendszerétől más környezetbe átvitt eszköz használatához kötődnek. Osborn (2004) írja, hogy az összehasonlító kutatást végzőknek különösképpen figyelniük kellene a konceptuális és nyelvi egyenlőségre azért, hogy biztosak lehessenek benne, az eszköz azt méri, amit azzal mérni szeretnének. Valóban, a konceptuális és nyelvi eredetű problémák gyakran rejtetten maradnak az összehasonlító kutatásban, azzal a következtetéssel, hogy az eszköz egyes kultúrákban hatékony, máshol nem. Ez egy olyan probléma, melyet Mason (2003) tapasztalt a Kloosterman és Stage (1992) mérőeszköz olaszországi adaptációjában. Az ilyen problémák, gyakran annak következményeként, hogy egy adott projekt mérőeszközének fejlesztését egy adott ország kutatói uralták, már több matematikai összehasonlító vizsgálatot gyengítettek (Keitel és Kilpatrick, 1999, Wiliam, 1998). Mindemellett ezeket a nehézségeket legyőzni időigényes és drága. Andrews (2007b) például leírja, hogy öt különböző európai országból érkezett kutatók hogyan töltöttek egy évet azzal, hogy az egymás kultúrájához tartozó, hatékony tanítással kapcsolatos meggyőződéseket mutatták be, mielőtt sikerült kifejleszteniük egy kölcsönösen elfogadott kerettervet a matematikaórai tevékenységekről. Az ilyen munkák fényében nem meglepő, hogy az ilyen egyeztetéseket nem tekintik fontosnak, és ez különösen azért szembetűnő, mert a matematikai tantervek kongruenciája jelenti az alapot olyan nagyméretű vizsgálatok számára, mint a TIMSS vagy PISA felmérések.

3. Módszerek

Az eredeti tanulmányt az hívta életre, hogy kategorizálja „a meggyőződésrendszerek szerkezetét, és azonosítsa a kapcsolódó meggyőződés-kategóriákat, és ezek viszonyát egymáshoz” (Op ’t Eynde és De Corte, 2003, 3. o.). A mérőeszköz négy faktort eredményezett, összhangban az elméleti keretekkel, és – ellentétben a legtöbb kutatással – a vizsgált pszichológiai konstruktumok szerkezeti és rendszerszintű kapcsolataira is reflektált. Mindazonáltal a négyből csak kettő faktor ért el megfelelő szintet a megbízhatósági mutatók szerint, és még nem történt rá kísérlet, hogy meghatározzuk, milyen mértékben lenne ez a mérőeszköz sikerrel használható a flamandtól eltérő kultúrákban. Így a célunk az eredeti kérdőív adaptálása és bővítése volt, hogy lássuk, tudjuk-e növelni a faktorok reliabilitását, és meg tudjuk-e határozni, hogy ez a továbbfejlesztett eszköz milyen mértékben alkalmas a tanulók matematikai meggyőződéseinek értékelésére különböző kulturális kontextusokban.

Az MRBQ 58 itemet foglalt magába, amelyet az eredeti leuveni vizsgálatban 40-re csökkentettek. Ezt növeltük meg további 33 elemmel, amelyeket különféle forrásokból vettünk, és amelyekről úgy gondoltuk, hogy nemcsak kiegészítenék, hanem tökéletesítenék is az eredetit. Forrásként használtuk a Kloosterman és Stage (1992), illetve Pintrich és De Groot (1990) által használt eszközöket. Az összes elemet több angol és spanyol munkatársunk ellenőrizte, hogy ne csak egy konceptuális és nyelvi egyenlőséget (Osborn, 2004) állítsunk fel, hanem biztosítsuk, hogy minden item annyira tömör legyen, amennyire csak lehet. A folyamat kevésbé volt egyszerű, mint vártuk, és megtapasztaltuk az összehasonlító munka Andrews (2007b) által leírt több problémáját is. Az angol és spanyol változatokat önkéntes tanulókból álló kis mintákon próbáltuk ki, és a 73 itemet végül lecsökkentettük 60-ra. Végül az elemeket egy-egy hatfokú Likert-skálára helyeztük, és összekevertük. A hatfokú skálát a leuveni csoport nyomán alkalmaztuk, és azt reméltük, hogy ha a páros számú lehetőséggel kikényszerítjük a döntést, az jobb minőségű adatsort eredményez majd. Az így létrejött kérdőívet Angliában, Cambridge-hez közel, egy iskolában alkalmaztuk (220 tanuló), Spanyolországban háromban Santader mellett (405 tanuló) és Szlovákiában egy iskolában, Pozsonyban (250 tanuló). A 11-12 és 14-15 éves korosztályt azért választottuk, hogy az adott országtól függetlenül az oktatási rendszer szerkezetváltó pontjait válasszuk ki. A felmérésre 2006 tavasza és 2007 nyara között került sor.

4. Eredmények

A leuveni kutatócsoport a faktoranalízis főkomponensanalízis változatát használta, varimax rotációval, és így négy faktor született. Következésképpen, e korábbi kutatást követve, az eredeti folyamatot adoptáltuk, némi változtatással. Elsőként egy kényszerített négyfaktoros megoldást számítottunk ki minden ország adataira. Helytakarokossági okokból nem adunk tájékoztatást a részletekről, bár úgy gondoljuk, hogy a következőkben több mint kielégítő kárpótlást nyújtunk e hiányért. Minden egyes tanulóra kiszámítottuk a faktorpontszámokat, amelyek úgy adódtak, hogy mindhárom ország esetén adódó mind a négy faktor pontszámát megállapítottuk. Így minden tanulónak tizenkét faktorpontszáma lett. Hagyományosan, Gorard (1997) leírását követve, az egyéni faktorpontszámok úgy adódnak, hogy az egyes itemeken elért pontszámot megszorozzuk a faktorsúllyal. Ebben az esetben, minthogy az item faktorsúlya egy korreláció mértéke az adott item és a faktor által reprezentált háttérváltozó között, minden egyes elem faktorponthoz való hozzájárulása arányos az adott faktornak az adott item által megmagyarázott varianciájával. Ez után korrelációt számoltunk, hogy meghatározzuk, hogy egy adott országban definiált faktor milyen mértékben tükröződnek más országok faktoraiban. Ennek a folyamatnak az eredményeit láthatjuk az 1. táblázatban.

Az 1. táblázatból látható, hogy a Szlovákia 2, Anglia 2 és Spanyolország 2 faktorok alapvetően megegyezők voltak. A párban képzett korrelációik 0,970, 0,978 és 0983 voltak, ebből egy 95,5 százalékos átlagos megmagyarázott varianciát adva. Szintén láthatjuk a Szlovákia 1, Anglia 2 és Spanyolország 3 faktorokat 0,991, 0,959 és 0,976 korrelációkkal, illetve 95,1 százalékos átlagos megmagyarázott varianciával, ami gyakorlatilag ugyanannyi. A Szlovákia 3, Anglia 3 és Spanyolország 2 faktorok 0,931, 0,891 és 0,924 korrelációkkal, illetve 83,3 százalékátlagos megmagyarázott varianciával szintén nagyon közel vannak, és végeredményben a Szlovákia 4, Anglia 4 és Spanyolország 4 faktorok 0,858, 0,861 és 0,910 korrelációkkal és 76,9 százalékos átlagos megmagyarázott varianciával szintén közel voltak. Ezek a számok megmutatják, hogy egyes, a hozzá tartozó ország vizsgálata által meghatározott faktorok megegyezőek a többi ország faktoraival. Fontos megjegyeznünk, hogy a projektünk nézőpontjából az azonosság e magas szintjei hozták azt a döntést, hogy kombináljuk a három ország adatait, és egy új faktoranalízist készítsünk. Ismét, az eredeti tanulmánnyal összhangban egy négyfaktoros megoldást alkalmaztunk. A négy faktor részletei, 44,7%-

os megmagyarázott varianciával (ami eléggé hasonlít az eredeti tanulmány 38,3 százalékához), láthatók lejjebb, és képezik az alapját a továbbiaknak.

1. táblázat
A Pearson-korrelációk 12, a három ország vizsgálatából kapott faktor között

	Szlo 1	Szlo 2	Szlo 3	Szlo 4	Ang 1	Ang 2	Ang 3	Ang 4
Anglia 1	**0.991**	0.565	0.699	-0.378				
Anglia 2	0.551	**0.970**	0.569	-0.310				
Anglia 3	0.711	0.623	**0.931**	-0.373				
Anglia 4	-0.322	-0.238	-0.316	**0.858**				
Spanyolország 1	0.544	**0.978**	0.574	-0.380	0.527	**0.983**	0.564	-0.204
Spanyolország 2	0.796	0.597	**0.891**	-0.349	0.755	0.563	**0.924**	-0.266
Spanyolország 3	**0.959**	0.517	0.662	-0.362	**0.976**	0.491	0.647	-0.298
Spanyolország 4	-0.184	-0.223	-0.195	**0.861**	-0.153	-0.121	-0.202	**0.910**

4.1. Az 1. kombinált faktor

Alább láthatók a kényszerített négyfaktoros megoldásból származó első faktor itemei, faktorsúlyokkal együtt, az egyesített adathalmaz alapján A Cronbach-α érték erre a skálára 0,924 lett, ami meglehetősen hasonlít az eredeti tanulmányban közölt 0,921-hez.

0,798	A tanárom barátságos hozzánk.
0,781	A tanárom figyelmesen meghallgatja, amit mondunk neki.
0,778	A tanárom megérti a matematikai problémáinkat és nehézségeinket.
0,777	A tanárom megpróbálja érdekessé tenni a matematikaórákat.
0,772	A tanárom értékeli, ha keményen dolgozunk, mégha az eredményeink nem is olyan jók..
0,729	A tanárom mindig lépésről lépésre megmutatja, hogyan oldjunk meg egy problémát, mielőtt gyakorló feladatot adna.
0,725	A tanárom tényleg szeretné, ha élvezettel tanulnánk új dolgokat.
0,689	A tanárom mindig ad elég időt, hogy megvizsgáljuk az új problémákat, és megoldási stratégiát dolgozzunk ki rá.
0,659	A tanárom szeretné megértetni velünk ennek a matematika kurzusnak az anyagát.
0,580	A tanárom elmondja, miért fontos a matematika..
0,561	A tanárom úgy gondolja, hogy a hibák rendben lévő dolgok, hiszen tanulunk belőlük.
-0,486	A tanárom túlságosan el van merülve a matematikában ahhoz, hogy észrevegyen minket..
-0,433	A tanáromat nem nagyon érdekli, hogy érezzük magunkat az osztályban.
0,408	Sok csoportmunkát végzünk ebben a matematika csoportban..

E tényező összes iteme – bár némelyek kis változtatással már az MRBQ-ban is benne voltak – megtalálható az MRBQ elemzésekor nyert első faktorban. Úgy interpretáljuk ezt a faktort, hogy ennek legtöbb iteme arra vonatkozik, hogy a tanár mennyire bátorítja a tanulók megfelelő hozzáállását. Például egyes elemek, melyek olyan szavakból ismerhetők fel, mint *élvez, értékel*, vagy *barátságos*, az affektív oldalra, míg az olyanok, mint *megért*, *megvizsgál*, *elmagyaráz*, a kognitív oldalra koncentrálnak. Op ’t Eynde és De Corte (2003) arra a következtetésre jutottak, hogy ez a faktor a tanulók „saját tanáraik szerepéről és funkcióiról” tartott meggyőződéseit fejezi ki, és ezzel egyet is értünk, bár mi megkockáztatjuk, hogy a faktor inkább a **tanárra mint a tanulás elősegítőjére** összpontosít. Így elhelyezhetjük benne az affektív és a kognitív tényezőket is. Érdekes, hogy ez a kétoldalú értelmezés megengedi alfaktorok létezésének lehetőségét, amelyeket az eredeti tanulmány elméleti modellje is megjósolt.

4.2. A 2. kombinált faktor

Alább láthatók a második, a kényszerített négyfaktoros megoldásból származó faktor itemei, faktorsúlyokkal, a kombinált adattáblából. Az α együttható erre a tényezőre (0,927) hasonlít az eredetihez (0,89).

0,704 Mindent megértettem, amit matematikából tanultunk ebben az évben.
0,693 Még a legnehezebb témákat is megértem, amit tanítottak matematikából.
0,677 Szeretek a matematikával foglalkozni.
0,673 Úgy gondolom, az osztálytársaimhoz képest jó vagyok matematikából.
0,654 Nagyon érdekel a matematika.
0,642 Úgy gondolom, ebben az évben jól fogok teljesíteni matematikából.
0,610 Úgy gondolom, hogy amit az iskolai matematikaórán tanulunk, az érdekes.
0,602 Úgy gondolom, jól fogok teljesíteni a matematikateszteken és felméréseken.
0,597 Általában meg tudok csinálni olyan matematikafeladatokat is, amelyek hosszabb időt vesznek igénybe.
0,593 Szeretem, amit az iskolai matematikaórán tanulunk.
0,587 Nem kell sokat dolgoznom érte, hogy megértsem a matematikát.
0,570 Biztos vagyok benne, meg tudom tanulni megoldani a legnehezebb matematikai problémát is.
0,553 Türelemmel meg tudok csinálni nehezebb matematika feladatokat is.
0,541 Akkor szeretem jobban a matematikát, ha keményen kell dolgoznom ahhoz, hogy megoldást találjak egy problémára.
0,517 Jobban szeretem a kihívásokkal teli csoportmunkát, hiszen így új dolgokat tanulhatok meg.
0,412 Ha elég keményen próbálkozom, megértem azt a matematikát, amit tanítanak nekünk.
0,409 Azért tanulom a matematikát, mert tudom, milyen hasznos.

Úgy tűnik, a második tényező a tanulók saját, matematikai képességeiről alkotott elképzeléseire összpontosítl. A *megértem, elvárom,* és a *biztos vagyok benne* kifejezések mind egyfajta matematikai önhatékonyságra utalnak, míg a *nagyon érdekel, szeretem, amit tanulok* és az *úgy gondolom, amit az osztályban tanulok, érdekes* mind a matematika kognitív értékeihez köthetők. Így tehát ez a faktor közel áll az eredeti tanulmányéhoz, ami egy, a feladatértékelésről, illetve önhatékonyságról szóló faktorként szerepelt, amit itt úgy foglalunk össze, mint matematikai **kompetencia**. Akárcsak az első faktor esetén, az az itemek kétarcúsága lehetővé teszi alfaktorok jelenlétét.

4.3. A 3. kombinált faktor

Alább láthatók a harmadik, a kényszerített négyfaktoros megoldásból származó faktor itemei, faktorsúlyokkal, a kombinált adattáblából. Az α együttható ennél a faktornál (0,890) egy jelentős előrelépést mutat az eredeti faktor 0,65-os értékéhez képest.

0,636 Úgy gondolom, a matematika egy fontos tantárgy.
0,609 A matematikatudás segít majd könnyebben boldogulni az életben.
0,597 A matematikát folyamatosan fölhasználjuk a mindennapi életben.
-0,597 Matematikát tanulni csak időfecsérlés.
-0,580 A matematikánaknincs jelentősége az életemben.
0,579 Azért tanulok matematikát, mert tudom, milyen hasznos.
0,577 A matematika értékes és szükséges tantárgy.
0,564 A matematika segít minket abban, hogy megértsük a világot, amelyben élünk.
0,556 Úgy gondolom, hogy amit az iskolai matematikaórán tanulunk, azt hasznos tudnom.
0,472 Hasznosan töltött idő az, amit annak megértésére fordítunk, hogy egy megoldás miért jó.
0,457 Amit matematikából megtanulok, más tantárgyaknál is tudom alkalmazni.
0,430 Úgy gondolom, fontos, hogy különböző stratégiákat tanuljunk meg ugyanazon probléma megoldásához.
0,427 A rutinfeladatok nagyon fontosak a matematikatanulásban.
-0,404 Csak azt érdemes megtanulni matematikából, amit teszttel felmérnek.

0,402 Szeretem, amit az iskolai matematikórán tanulunk.

A leuveni kutatócsoport harmadik faktorát a „matematika való életben való hasznosságához kötötték, illetve még általánosabban ahhoz a tényhez, hogy a matematika emberi tevékenységeken alapul, és egy dinamikus tudományág" (Op 't Eynde és De Corte, 2003, 6. o.). A faktor eredeti elemeinek egy részét adaptáltuk a vizsgálatunkhoz. Mindemellett némely elemet, mint például *a matematika folyamatosan fejlődik,* vagy *vannak még mindig felfedezetlen újdonságok*, melyekről úgy gondoltuk, hogy inkább „a matematika egy dinamikus, társadalmi-kulturális nézőpontjához" köthetők, kivettünk a kérdőívből, mivel úgy gondoltuk, ezek megközelíthetetlenek a spanyol és angol tanulók számára. Továbbá, az eredeti elemek közül néhányat, mint *bárki képes matematikát tanulni*, vagy *több megoldás és útvonal is létezik ugyanarra a matematikai problémára*, melyekről a leuveni csoport úgy gondolta, hogy a tanulás egy szociokonstruktivista nézőpontjából értelmezhetők, eltávolítottunk az előfelmérés alapján, mivel nem kaptak faktorsúlyt egyik faktorban sem. Összefoglalva úgy tűnik, a harmadik faktor itemeinek többsége arra vonatkozik, hogy a tanulók hogyan észlelik **a matematika relevanciáj**át. Ez megjelenhet a valós életben való sikeres felhasználásként, vagy a matematika mint önmagából adódóan értékes tárgy, vagy mint más foglalkozásokat, tevékenységeket szolgáló jelenség szintjén. Egyértelmű összefüggés van e harmadik faktor és az eredeti vizsgálat harmadik faktora között, de úgy gondoljuk, hogy sem ez, sem a többi, a mi elemzésünkben létrejövő faktor nem tükrözi a „társas tevékenység" dimenziót, amely az eredeti MRBQ vizsgálat harmadik faktoraként megjelent. A matematika relevanciája faktor, amely tehát elemzésünkben a harmadik faktor itemei alapján értelmezhető, alfaktorok lehetőségét jelzi, melyek mind a matematikai relevancia más-más komponenseire mutatnak rá.

4.4. A 4. kombinált faktor

Alább láthatók a negyedik, a kényszerített négyfaktoros megoldásból származó faktor itemei, faktorsúlyokkal, a kombinált adattáblából. Az α együttható erre a tényezőre (0,777) előrelépést mutat az eredeti faktor 0,69-os értékéhez képest.

0,610 Megtalálni a helyes megoldást sokkal fontosabb, mint megtalálni, miért is működik az.
0,581 Csak a nagyon intelligens tanulók érthetik meg a matematikát.
0,553 Átlagos tanulók nem érthetik meg a matematikát, csak a szabályokat tudják megtanulni.
0,537 A tanárunk csak azt várja tőlünk, hogy memorizáljuk a matematika kurzus anyagát.
0,504 Ha nem tudok gyorsan megoldani egy matematikai problémát, abbahagyom a próbálkozást.
0,497 Csak azt érdemes megtanulni matematikából, amit teszttel felmérnek.
0,491 Ha nem tudok megoldani egy matematikai problémát pár percben, valószínűleg egyáltalán nem tudom megoldani.
0,460 Azzal, hogy a legjobbat nyújtom matematikából, amit csak tudok, azt próbálom megmutatni a tanárnak, hogy jobb vagyok a többieknél.
0,450 A tanáromat nem nagyon érdekli, hogyan érezzük magunkat az iskolai matematikaórákon.
0,446 Mindenkinek keményen kell gondolkoznia ahhoz, hogy megértsen egy matematikai problémát.
0,445 Időpocsékolás, amikor a tanárunk hagy minket a magunk feje után gondolkodni.
0,435 Csak egy megoldási út lehetséges egy matematikai probléma megoldására.
0,431 Az egyetlen dolog, ami a matematikával kapcsolatban érdekel, hogy jó jegyet kapjak.
0,422 Matematikát tanulni csak időfecsérlés.
0,421 A tanárom úgy gondolja, mindent ő tud a legjobban.
0,419 A matematikatanulás főleg azon múlik, hogy jó-e a memóriánk.

A leuveni analízis negyedik faktora elméletileg a matematikára mint a kiválóság egyik terülére koncentrált, olyan elemeket magába foglalva, mint *azzal, hogy a legjobbat nyújtom matematikából, amit csak tudok, azt próbálom megmutatni a tanárnak, hogy jobb vagyok a többieknél*, ami „a tanulók extrinzik célorientációs meggyőződéseit" tükrözi illetve *csak egy megoldási út lehetséges egy matematikai probléma megoldására*, amiről úgy gondoljuk, hogy a „matematikatanulás egy abszolutista szempontját" reprezentálja. Egyszóval, ezek az itemek „azzal foglalkoznak, hogy mennyire fontos kitűnni matematikából" (Op 't Eynde és De Corte, 2003, 6. o.). Bár az eredeti faktor és a mi negyedik faktorunk számos iteme ugyanaz, ez a faktor szerintünk kevésbé foglalkozik a matematikai kiválósággal, mint a matematikával mint nehéz tantárggyal, amely alapvetően érthetetlen azoknak, akik nem a legjobb intellektussal rendelkeznek, és amit a többség gépiesen tanul meg. Ezen felül a mi értelmezésünkben az itemek többségének negatív tónusa kevésbé szuggesztív egy kiválósági témára – valamire, amire a tanulók törekednének – mint inkább az iskolai élet egy **funkcionális szükségességé**re. Ahogy a fenti három faktornál, ennél az utolsó tényezőnél is alfaktorok lehetőségét vetik fel az itemek, és ezt a következőkben majd tárgyaljuk.

4.5. Az átdolgozott MRBQ kiértékelése

A faktorpontszámokat a kombinált faktorok esetében a korábban tárgyalt módon számoltuk. Sajnos ezek a pontok nem az adatgyűjtésre használt kérdőív változóit tükrözik, hanem egyéni pontszámokat fejeznek ki, amelyek értelmezése nehéz. Következésképpen egy második fajta faktorpontrendszert számoltunk az egész adattáblára. Ebben az esetben az egyén faktorpontszáma úgy adódott, hogy összeadtuk az adott faktorba eső összes itemen elért pontszámát, és ennek vettük az átlagát. Ez minden egyénnek egy olyan pontszámot adott, amit már egyszerűbb értelmezni. Mindazonáltal, hogy biztonsággal tudjuk használni ezeket az új pontszámokat, fontos meghatároznunk meghatároznunk, hogy milyen mértékben tekinthetők egyenlőnek az eredetivel. Ezért korrelációkat számoltunk az eredeti, súlyozott faktorpontok, illetve az egyszerű átlagfaktorpontok között. Az eredmények a 2. táblázatban láthatók. A korrelációs együtthatók nagysága egyértelműen jelzi, hogy az egyszerű átlag, megkönnyítve az értelmezést, akár az igazi faktorpontok helyettesítésére is használható.

2. táblázat
Teljes adatbázison számolt korrelációk a súlyozott faktorpontszámok és a faktorpontszámok nyers átlagai között

	Tanári szerep (súlyozott)		Kompetencia (súlyozott)
Tanári szerep	0,995	Kompetencia	0,998
	Relevancia (súlyozott)		Szükségesség (súlyozott)
Relevancia	0,902	Szükségesség	0,988

Végül, ugyanezt a gondolatmenetet követve, minden egyes ország esetén is kiszámoltuk ezeket a korrelációs értékeket. Ezzel azt teszteltük, hogy a projektünkben kimutatott faktorok mennyiben tekinthetők egy-egy ország szintjén megfigyelhető faktornak. A korreláció-számítás eredményei a 3. táblázatban láthatók. A 3. táblázat számadatai egyértelműen mutatják, hogy az egyes országok faktorai között a korrelációk eléggé magasak ahhoz, hogy megerősíthessük: egymással ekvivalens pszichikus konstruktumokat reprezentálnak. Valóban, a varianciának csak kis részét nem magyarázzák a korrelációs értékek. Így, amikor az Anglia 2 faktorról beszélünk, közvetlenül kapcsolhatjuk a Szlovákia 2, vagy a Spanyolország 1 faktorhoz, vagyis a kombinált 1. faktor, amely a tanárról, mint a tanulás elősegítőjéről vallott meggyőződéseket tartalmaz, mindegyiket reprezentálja. A következőkben tehát azokat a faktorpontszámokat használjuk, amelyeket a második módszerrel, az egyén számára definiált módszerrel számoltunk ki.

A 3. táblázat számadatai Pearson korrelációs együtthatók és a hozzájuk kapcsolódó varianciák, melyeket az egyes országok adataiból az adott ország egyszerű, átlagolt faktorfaktorpontszámai és a kombinált minta faktorai között számoltunk. Szignifikancia-szinteket nem közlünk, minthogy a korrelációk mérete ezeket redundánssé teszi. Például, a legnagyobb valószínűségi érték (p), ami a táblázat értékeihez kapcsolható, kisebb, mint 10^{-72}. A többi valószínűség kisebb lesz, ezzel megengedve, hogy teljes bizonyossággal elutasítsunk minden nullhipotézist azzal kapcsolatban, hogy a faktorok nem korrelálnak.

3. táblázat
Pearson korrelációs együtthatók és a hozzájuk kapcsolódó varianciák, melyeket az egyes országok adataiból az adott ország egyszerű, átlagolt faktorfaktorpontszámai és a kombinált minta faktorai között számoltunk

				Variancia átlag
	Szlovákia 2	Anglia 2	Spanyolo. 1	
Tanári szerep	0,988	0,959	0,972	94,7
átlag	97,6	92,0	94,5	
	Szlovákia 1	Anglia 1	Spanyolo. 3	
Kompetencia	0,984	0,991	0,979	97,0
átlag	96,8	98,2	95,8	
	Szlovákia 3	Anglia 3	Spanyolo. 2	
Relevancia	0,944	0,982	0,979	90,9
átlag	89,1	96,4	87,2	
	Szlovákia 4	Anglia 4	Spanyolo. 4	
Szükségesség	0,858	0,926	0,979	85,1
átlag	73,6	85,7	95,8	
Variancia átlag	89,3	93,1	93,4	

4.6. A kor, a nem és a nemzeti hovatartozás hatásai

A nemzeti hovatartozás szempontjából néhány szembetűnő különbséget figyelhetünk meg a faktorpontokban.

4. táblázat
Átlag faktorpontszámok és szórások minden ország adattáblájára, t-próbával összehasonlítva az egyes országok átlagát az összesnek az átlagával. A 3,5 érték a semleges viszonyulást jelzi, és az alacsonyabb értékek jelzik a pozitívabb viszonyulást.

	Spanyolo.		Anglia		Szlovákia		Mind	
	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás
Tanári szerep	2,43[1]	1,01	2,84[5]	0,98	2,66	0,99	2,60	1,01
Kompetencia	2,66[2]	0,85	3,47[6]	0,90	3,30[8]	1,03	3,04	0,99
Relevancia	2,51[3]	0,52	2,85[7]	0,57	2,90[9]	0,67	2,71	0,61
Szükségesség	4,34[4]	0,70	4,07	0,61	3,69[10]	0,60	4,09	0,71

	t	p		t	p		t	p
1	-4.627	$<10^{-5}$	5	-4.199	$<10^{-5}$	8	-4.980	$<10^{-6}$
2	-11.775	$<10^{-29}$	6	-7.586	$<10^{-13}$	9	-5.655	$<10^{-7}$
3	-9.593	$<10^{-20}$	7	-4.212	$<10^{-5}$	10	11.161	$<10^{-26}$
4	10.437	$<10^{-23}$						

A 4. táblázat számai megmutatják, hogy a spanyol pontszámok szignifikánsan pozitívabb meggyőződéseket mutattak (nem feledve, hogy a Szükségesség faktor alapvetően negatív tartományt jelent), mint az összes többi tanuló pontjai. Az angol tanulók szigifikánsan kevésbé pozitív (de nem negatív) eredményeket értek el a tanáraik szerepéről, kompetenciáiról és a matematika relevanciájára vonatkozó meggyőződéseikben, mint más tanulók, bár, a matematikai személyes kompetenciák terén alapvetően semleges eredményt értek el. A szlovák tanulók szignifikánsan kevésbé pozitív eredményt értek el a kompetenciára, relevanciára és szükégességre vonatkozó meggyőződésekben, mint a többi tanulól, bűr az utóbbi kategóriában inkább a semlegesség felé tendálva.

Az 5. táblázat számai megmutatják, hogy általában az idősebb tanulók meggyőződései a matematikáról és annak tanításáról kevésbé pozitívak, mint a fiatalabbaké.

5. táblázat
Átlag faktorpontszámok és szórások az egyes korcsoportokra és nemekre a t-próbák adataival. A 3,5 érték a semleges viszonyulást jelzi.

	14-15 évesek		11-12 évesek		Lányok		Fiúk	
	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás
Tanári szerep	2,97[1]	1,06	2,27[1]	0,83	2,60	0,97	2,60	1,04
Kompetencia	3,39[2]	0,99	2,74[2]	0,87	3,21[5]	0,98	2,89[5]	0,96
Relevancia	2,96[3]	0,62	2,48[3]	0,51	2,74	0,60	2,67	0,62
Szükségesség	4,03[4]	0,67	4,14[4]	0,74	4,16[6]	0,67	4,02[6]	0,73

	t	p		t	p
1	10,729	0,000	4	2,180	0,029
2	10,297	0,000	5	4,983	0,000
3	12,409	0,000	6	2,780	0,006

Bár egyik csoport eredményei sem lettek negatívak egyik tényező tekintetében sem, az idősebb tanulók Kompetencia faktorban született átlaga nagyon közel volt a semlegeshez. A nemek tekintetében alapvetően mindkét csoport pozitívan reagált a kérdésekre minden egyes faktorban, bár a kompetencia tekintetében a lányok jelentősen kevésbé voltak pozitívak, mint a fiúk, viszont jelentősen pozitívabbak a matematika, mint funkcionális szükségesség elutasításában. Mindemellett, ahogy a 6. táblázat varianciaanalízise mutatja, óvatosnak kell lennünk ilyen adatok értelmezésénél, hiszen a háttérváltozók egyesült hatásai még érdekesebb magyarázatokkal szolgálhatnak. Hogy meghatározzuk, mely különbségek voltak szignifikánsak, illetve a nemzetiség, kor és nem kombinált hatásait felderítsük, varianciaanalízist végeztünk. Ezek az eredmények, melyek a 6. táblázatban láthatók, mutatnak néhány érdekességet.

6. táblázat
A varianciaanalízisek eredményei, melyeket azért végeztünk, hogy meghatározzuk, a tanulók korának, nemének és nemzetiségének egyszeri és sokszoros hatásait a faktorpontokra.

	Tanári szerep		Kompetencia		Relevancia		Szükségesség	
	F	p	F	p	F	p	F	p
Nem (G)	0,08	0,771	23,35	0,000	0,70	0,402	7,42	0,007
Életkor (E)	102,01	0,000	107,95	0,000	148,47	0,000	2,71	0,100
Nemzetiség (N)	11,96	0,000	66,03	0,000	40,27	0,000	81,71	0,000
G x E	1,79	0,181	3,71	0,054	1,08	0,298	1,37	0,242
G x N	4,56	0,011	4,13	0,016	0,15	0,857	6,36	0,002
E x N	4,75	0,009	5,29	0,005	3,75	0,024	4,16	0,016
G x E x N	2,75	0,064	1,40	0,248	0,04	0,958	0,71	0,491

Először is, a három változónak együttes, szignifikáns hatása nem volt egyik tényezőn sem. Másodszor, a páros próbák kimutatták, hogy a kornak és nemnek nincs együttes hatása egy tényezőre sem. Azonban a nemzetiség, mind a korral, mind a nemmel kombinálva szignifikáns hatást gyakorol több tényezőre. Negyedsorban, ahogyan azt már láttuk, mind a nem, a nemzeti hovatartozás és az életkor szignifikáns hatással van több faktorra is.

A nemzetiség és nem kombinált hatására tekintve, ahogy azt a 6. táblázatban láthatjuk, minden faktorra, a Relevancia területéhez tartozó meggyőződéseket kivéve, érvényesült a kombinált hatás. Hogy megtaláljuk a különbségek forrásait, átlagokat számoltunk minden szóban forgó tényezőre, minden alkotó csoportra, ezeket a 7. táblázatban mutatjuk be. A tanárokról mint a tanulás elősegítőiről birtokolt meggyőződések tekintetében a hat csoportból az angol lány tanulók voltak a legkevésbé pozitívak, míg a spanyol lányok a legpozitívabbak. A szlovák tanulók, nemre való tekintet nélkül valahol középtájt vannak, míg az angol fiúk kicsivel átlag alatt, a spanyol fiúk kissé átlag fölött voltak pozitívak. Összességében igaz, hogy a lányok és fiúk átlagos szintje megegyezik, ahogy azt az 5.

táblázatban láttuk, ám míg a fiúknál az adatok kicsiny varianciáját látjuk (0,26 egy pontra), addig a lányoknál sokkal nagyobb mértékűt (0,57 egy pontra).

A matematikai személyes kompetenciákra vonatkozó meggyőződések tekintetében, ahogyan azt a 7. táblázat mutatja, a spanyol fiúk csoportja volt a legpozitívabb, míg az angol lányok átcsúsztak a negatív oldalra. A fiúk mindhárom országban sokkal pozitívabbak voltak, mint a lányok. Ezzel megmagyarázható a teljes projektet tekintve a lányok átlagainak fiúkéhoz képest szignifikánsan kevésbé pozitív volta. A matematika, mint funkcionális szükségesség tekintetében pedig a spanyol lányok voltak a legpozitívabbak (ennél a faktornál az elutasítás jelent a pozitív viszonyulást), míg a szlovák fiúk a legkevésbé pozitívak. A teljes projektben tapasztalt átlagokat így magyarázhatjuk.

7. táblázat
Minden olyan faktorra átlagot és szórást számoltunk, melyeket úgy értékeltünk, hogy érvényesült rajta a nem és nemzetiség együttes hatása.

		Lányok		Fiúk	
		Átlag	Szórás	Átlag	Szórás
Tanári szerep	Spanyolország	2,37	0,89	2,48	1,09
	Szlovákia	2,61	0,93	2,70	1,06
	Anglia	2,94	1,04	2,74	0,90
Kompetencia	Spanyolország	2,77	0,83	2,56	0,85
	Szlovákia	3,38	0,97	3,22	1,10
	Anglia	3,71	0,93	3,21	0,78
Szükségesség	Szlovákia	3,75	0,57	3,63	0,63
	Anglia	4,05	0,60	4,09	0,62
	Spanyolország	4,51	0,60	4,21	0,75

A nem és nemzetiség kombinált hatásának tekintetében a 8. táblázat egy érdekes jelenséget mutat. Például a tanár mint a tanulás elősegítője szerep tekintetében a 12 éves spanyol tanulók voltak a legpozitívabbak, míg a 15 éves angolok a legkevésbé pozitívak. A fiatalabb tanulók mindig sokkal pozitívabbak voltak, mint az idősebbek, nemzetiségre való tekintet nélkül.

8. táblázat
Átlagok és szórások, nem és kor szerint, minden faktorra, amit a varianciaanalízis alapján kombináltan befolyásoltnak találtunk.

		15 évesek		12 évesek	
		Átlag	Szórás	Átlag	Szórás
Tanári szerep	Spanyolország	2,91	1,11	2,07	0,73
	Szlovákia	2,98	1,03	2,21	0,74
	Anglia	3,04	1,03	2,69	0,91
Kompetencia	Spanyolország	3,00	0,88	2,39	0,72
	Anglia	3,66	0,95	3,32	0,82
	Szlovákia	3,68	0,98	2,79	0,87
Relevancia	Spanyolország	2,73	0,52	2,34	0,46
	Anglia	3,07	0,59	2,69	0,50
	Szlovákia	3,16	0,65	2,55	0,51
Szükségesség	Spanyolország	4,37	0,60	4,32	0,77
	Anglia	3,92	0,62	4,18	0,58
	Szlovákia	3,70	0,58	3,68	0,64

A tanulók személyes kompetenciáról alkotott meggyőződéseinek nézőpontjából az adatok azt mutatják, hogy az idősebb angol és szlovák tanulók alapvetően semlegesek, míg a fiatal spanyolok különösen pozitívnak bizonyultak meggyőződéseikben. Ezen túl, míg a fiatal angol tanulók csak kicsivel voltak pozitívabbak, mint idősebb társaik (0,34 pont különbség), a fiatal szlovák tanulók figyelemre méltóan elkülönülnek az idősebbektől (0,89 pont különbség).

A matematikához való viszonyról tartott meggyőződésekben a fiatal spanyol tanulók voltak a leginkább, és az idősebb szlovákok a legkevésbé pozitívak. Ezen felül, a fiatalok átlaga minden országban megközelítőleg 0,4 ponttal pozitívabb, mint az idősebb társaiké. A matematika, mint funkcionális szükségesség tekintetében az adatok azt mutatták, hogy a spanyol tanulók, korra való tekintet nélkül, a legpozitívabbak voltak elutasításukban, míg a szlovákok, szintén korra való tekintettel, a legkevésbé pozitívak. Az angol tanulók pontjai a kettő közé estek, érdekes módon az idősebb tanulók eredményeinek a fiatalokéhoz képest szignifikánsan kevésbé pozitív voltával.

5. Az eredmények értelmezése

A vizsgálatunkban kimutatott és a leuveni vizsgálatban nyert négy faktornak sok közös tulajdonsága van. Vannak ugyan különbségek, részben egyes itemek eltávolítása vagy újak alkalmazása miatt, de összességében az alapvető szerkezet feltűnően hasonló. Ez biztató, mivel az eredeti eszköz robusztusságát és az annak alapjául szolgáló elméleti keretek megfelelőségét bizonyítja. Fontos, hogy vizsgálatunk azt mutatja, hogy a matematikai meggyőződésrendszerek átnyúlnak az európai kulturális határokon. Hogy a nem-európai kultúrákban ugyanilyen vagy hasonló konstruktumok fordulnának-e elő, további kutatást igényel, bár egy közelmúltbeli kutatás kiemeli a szókratészi és konfuciánus filozófiák hatását a Nyugat, illetve Kína kultúrájának nevelési hagyományaira (Leung, 2001; Tweed és Lehman, 2002; Watkins, 2000), és ez inkább a különbséget, mint hasonlóságot sugallja. Érdekes megjegyezni, hogy a fent tárgyalt hasonlóságok még az európai környezeten belül is mintha cáfolnák a különböző nevelési hagyományokat. Sharpe (1997) például arról ír, hogy a protestáns és a római katolikus egyházak hogyan alakították az angol és francia nevelés fejlődését. Osborn az egyén, közösség és nemzet fejlődésének társadalmi hangsúlyainak angliai, dániai és franciaországi gyakorlatairól és elvárásairól ír. Ami a matematikát illeti, Kaiser (1999) írja le, hogy az angol és német oktatási rendszerekben a tanulók matematikatanulását meghatározó filozófiai alapokban hogyan jelentek meg a társadalmi különbségek, míg Andrews (2007a), ellentétben LeTendre és mtsai (2001) a meggyőződések hasonlóságáról szóló kijelentésével, lényeges különbségeket talált az angol és magyar tanárok matematikáról és annak tanításáról kifejtett meggyőződéseiben. Ezek a kultúrák közötti különbségek teszik a tanulói meggyőződésrendszerek közti hasonlóságot még inkább figyelemre méltóvá, és – bár további kutatásokra van szükség – arra következtethetünk, hogy a tanulók meggyőződésrendszerei között sok kultúrafüggetlen hasonlóság figyelhető meg.

A fentiekből egyértelmű, hogy a strukturális hasonlóságok ellenére számos dolog van hatással arra, hogy mennyire intenzívek a tanulók által birtokolt meggyőződések. Talán nem meglepő, hogy a tanulók matematikához és annak tanításához való viszonya mind kevésbé lesz pozitív, ahogy idősebbek lesznek. Valójában ez nem egy váratlan, és további adalékot szolgáltat a mérőeszköz felhasználhatósági körének érvényességéről, különös tekintettel erre a korral összefüggő hanyatlásra, mely mindhárom országban feltűnik. Valószínűleg az sem meglepő, hogy mind a négy faktorra más-más módon hatott a nemzeti hovatartozás. Szintén nem meglepő, hogy a nemek közötti különbségek két faktorra gyakoroltak hatást. Így a fiúk matematikai kompetenciában szerzett jelentősen magasabb pontszámai és a lányok negatív eredményei a matematika funkcionális szükségességét tekintve az eredeti tanulmányéhoz hasonló eredményeket tükröznek (De Corte és Op 't Eynde, 2003).

Mindemellett a nemzetiségnek és a nemnek a négy faktorra gyakorolt összetett, kombinált hatása megmutatta, hogy továbbra is nehéz jellemezni az ilyen változók együttes hatásait, és akár rejtve is maradhatnak egy olyan eszköz szerkezeti különbségeiben, mely nem elég érzékeny ahhoz, hogy ezekhez a hatásokat feltárja. Az egymásra hatásnak ezt az összetettségét a leuveni csoport is felismerttel, mikor kísérletet tett a nemek, szakirányi szintek[2] és a tanulmányi előremenetel egymásra hatásának vizsgálatára a matematikai meggyőződések szempontjából (De Corte és Op ’t Eynde, 2003). Eredményeik közül néhány az elvártnak megfelelő volt, például a matematikához való viszony szempontjából a magasabb szakirányokban elhelyezkedő tanulók pozitívabb meggyőződéseket tartottak, mint az alacsonyabbakon lévők, a jól teljesítő tanulók pozitívabbak voltak, mint a gyengébben teljesítők, és a fiúk pozitívabb meggyőződéseket birtokoltak a lányoknál a „matematika, mint a kiválóság megjelenése” tényező tekintetében. A mi vizsgálatunk szempontjából a szakirányú szintek egyértelmű hatása „feltétlenül bizonyítja a társas környezet hatását a tanulók meggyőződésrendszereire”, ez olyan „összetett változóként értelmezhető, mely magában foglalja az osztálytermi környezet és más jellemzők sokféleségét” (De Corte és Op ’t Eynde. 2003, 5. o.). Kutatásunk szempontjából a nemzeti hovatartozás hasonló módon értelmezhető, mint a flamand szakirányok a korábbi vizsgálatban, hiszen azok a jellemzők, amelyeket a leuveni csoport a szakirányokhoz kapcsolt – „a matematikaórák aktuális tartalma, a tanítási stílus, a csoportképzés, fegyelmi problémák, a szülők elvárásai, stb.” – jobbára az egyes oktatási rendszerek közötti különbségekben érhetők tetten, kevésbé pedig bennük. Mindazonáltal, a mi kutatásunkhoz hasonló módon, az iskoláztatás és a nemek, illetve az előremenetel és a nemek együttes hatása olyan kölcsönhatásokra enged következtetni, amelyek korántsem egyszerűen érthetők meg.

Egyértelmű, hogy a meggyőződések kutatása továbbra is problémákkal teletűzdelt törekvés marad. Ez a tanulmány, a leuveni csoport korábbi munkájára alapozva számos, a matematikához, annak tanításához és tanulásához kötődő meggyőződésrendszert azonosított, és egyértelműen kimutatta a környezet hatását alakulásukban. Azonban, a leuveni csoport céljával ellentétben, hogy egy széles körben használható mérőeszköz készüljön, még sok minden marad hátra. Például, Ruthven és Coe (1994) tanulmánya hat ismeretelméleti meggyőződésrendszert azonosított, amelyek közül három, a *befogadás preferenciája*, *kritikátlan tényszerűség*, illetve *erőltetett tényszerűség* összhangban van a matematikával, mint funkcionális szükségességgel. Azonban úgy gondoljuk, hogy az ő faktoraik közül az első, a *bizonyítások kétségbevonhatatlansága*, amit a bizonyítás általános matematikai tudásban betöltött szerepéről alkotott meggyőződésekhez kötnek, a mi eszközünkből hiányzik, és egy további fejlesztésre alkalmas területet nyújt. Ezt alátámasztják középiskolás tanulóknak a reformtantervek keretében történt, a matematikai tudásról alkotott meggyőződéseikre vonatkozó kutatások. Mind Gfeller és mtsai (2000), mind Coe és Ruthven (1994) azt találták a középiskolai tanulók matematikai gondolkodásról tartott meggyőződéseinek vizsgálatai során, hogy a „leggyakoribb félreértés, amit a tanulók leírnak, az a gondolat, hogy a matematikai tudást csak a fizikai valóság megfigyelése igazolhatja” (Gfeller és mások, 2000, 19. o.), mivel a „tanulók bizonyítási stratégiái elsősorban és túlnyomórészt tapasztalatiak, és nagyon kevés esetben beszélhetünk olyan stratégiákról, amit deduktívnak írhatunk le” (Coe és Ruthven, 1994, 52. o.). A két tanulmány következtetései azonban eltérőek. Az első alapján „a való világ problémáira fordított nagyobb mértékű figyelem… félrevezetheti a tanulókat abban, hogy azt gondolják, a matematikát a való világhoz kell kapcsolni”, ezzel biztosítva „egy hiányos képet arról, hogy a matematikai tudás milyen módon bizonyítható” (Gfeller és mások, 2000, 19-20. o.). A második úgy érvel, hogy mivel a tanárok „a gondolkodtató feladatokhoz prototípus példákat” használnak „és szabványosítják a megoldásmeneteket és a közlésmódot”, ezzel azt érik el, hogy „a feladatmegoldás folyamatát taníthatóbbá és mérhetőbbé” teszik. Ezzel nemcsak lerombolják a tantervi célokat, hanem támogatják „egy rejtett tanterv folyamatos diadalát a reformretorika fölött” (Coe és Ruthven, 1994, 52. o.). Röiden, úgy tűnik, hogy nemcsak az átdolgozott MRBQ szorul még további fejlesztésre, hanem az is igaz, hogy a matematikával kapcsolatos meggyőződések, és ahogyan tudás létrejön, mind erősen kontextusfüggő. Számot adni ezekről a különbségekről, különösképpen annak a fényében, hogy mit is tudunk a matematika tantervekről a különböző országokban, érdekes vállalkozás lesz.

[2] A flamand oktatásban a tanulók három irányból egyet választhatnak: (1) klasszikus irányultságú képzés, ami görög és latin kurzusokat is magába foglal, (2) humán irányultságú, és (3) szakképzés-irányultságú képzések. A tantervi mag, ami tartalmaz matematikát is, ugyanaz minden irány számára, bár az, hogy ki milyen irányt választ, gyakran a képességekről tartott meggyőződésekhez, illetve a szülők és tanulók oktatási rendszerrel kapcsolatos elvárásahoz köthető. Vagyis a választás szó ebben az esetben egy rejtett szelekciós folyamatot takar.

A további munka egy másik területe az alfaktorok azonosítása és vizsgálata. Amint korábban utaltunk rá, az itemek változatossága az egyes faktorokban lehetőséget nyújt erre, és a korábbi leuveni vizsgálat alapján is várható ezek létezése. Mindazonáltal a leuveni csoport nem vállalkozott a négy faktor másodlagos elemzésére, és bár a részletek közlése meghaladná ennek a cikknek a kereteit, a mi másodlagos elemzésünk, az egyes országok adatainak szintjén, általános és egyedi álfaktorokat létezését jelzi. Például mikor a Kompetencia-faktor elemeit másodlagos vizsgálatnak vetettük alá, két álfaktort adtak, amelyek robusztusnak és reliábilisnek tűntek. Az első, úgy tűnik, arra vonatkozik, hogy a tanulók hogyan észlelik a matematikát mint intellektuális és örömteli kihívást. A második, ami nem független az elsőtől, egy abszolút matematikai kompetencia fogalmához kapcsolódik. Ám ezeknek a vizsgálata még korai stádiumban van, és túlmenne a mostani tanulmány határain.

Irodalom

Abelson, R. (1979) Differences between belief systems and knowledge systems, *Cognitive Science* 3 (4), 355-366

Aguirre, J. and Speer, N. (2000) Examining the relationship between beliefs and goals in teacher practice, *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (3), 327-356.

Alexander, P., Murphy, K., Guan, J. and Murphy, P. (1998) How students and teachers in Singapore and the United States conceptualise knowledge and beliefs: Positioning learning within epistemological frameworks, *Learning and Instructions*, 8 (2), 97-116.

Alexander, P. and Dochy. F. (1995) Conceptions of knowledge and beliefs: A comparison across varying cultural and educational communities, *American Educational Research Journal,* 32, 413-442.

Andrews, P. and Hatch, G. (2000) A comparison of Hungarian and English teachers' conceptions of mathematics and its teaching, *Educational Studies in Mathematics*, 43 (1), 31- 64.

Andrews, P. (2007a) The curricular importance of mathematics: A comparison of English and Hungarian teachers' espoused beliefs, *Journal of Curriculum Studies*, 39 (3), 317-338.

Andrews, P. (2007b) Negotiating meaning in cross-national studies of mathematics teaching: kissing frogs to find princes, *Comparative Education*, 43 (4)

Barkatsas, A. and Malone, J. (2005) A Typology of mathematics teachers' beliefs about teaching and learning mathematics and instructional practices, *Mathematics Education Research Journal*, 17 (2), 69-90.

Bauman, S. and Del Rio, A. (2005) Knowledge and beliefs about bullying in schools: Comparing Pre-Service Teachers in the United States and the United Kingdom, *School Psychology International,* 26 (4), 428-442.

Baxter Magolda, M. B. (2004) Evolution of a constructivist conceptualisation of epistemological reflection, *Educational Psychologist,* 39 (1), 31-42.

Berry, J. and Sahkberg, P. (1996) Investigating pupils' ideas of learning, *Learning and Instruction*, 6 (1), 19-36.

Beswick, K. (2005) The beliefs/practice connection in broadly defined contexts, *Mathematics Education Research Journal*, 17 (2), 39-68.

Beswick, K. (2007) Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms, *Educational Studies in Mathematics,* 65 (1), 95-120

Bråten, I. and Strømsø, H. (2005) The relationship between epistemological beliefs, implicit theories of intelligence, and self-regulated learning among Norwegian postsecondary students, *British Journal of Educational Psychology*, 75, 539-565.

Buehl, M. and Alexander, P. (2006) Examining the dual nature of epistemological beliefs, *International Journal of Educational Research*, 45 (1/2), 28-42

Chan, K. and Elliott, R. G. (2004) Epistemological beliefs across cultures: Critique and analysis of beliefs structure studies, *Educational Psychology*, 24(2), 123-142.

Coe, R. and Ruthven, K. (1994) Proof practices and constructs of advanced mathematics students, *British Educational Research Journal*, 20 (1), 41-53.
Cureton, E., & D'Agostino, R. (1983) *Factor analysis: An applied approach*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
De Corte, E., Verschaffel, L. and Op 't Eynde, P. (2000) Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics learning, in M. Boekaerts, P. Pintrich and M. Zeidner (Eds.) *Handbook of self-regulation*, Academic Press, San Diego (687-747).
De Corte, E. and Op 't Eynde, P. (2003) When girls value mathematics as highly as boys: an analysis of junior high students' mathematics-related beliefs', *Paper presented to the symposium, the relationship between students' epistemological beliefs, cognition and learning, at the annual meeting of the American Educational Research Association*.
De Vellis, R.F. (1991) *Scale development: theory and applications*, Sage, London.
Fenstermacher, G. (1978) A philosophical consideration of recent research on teacher effectiveness, *Review of Research in Education*, 6, 157-185.
Furinghetti, F. and Pehkonen, E. (2002) Rethinking characterizations of belief, in G. Leder, E. Pehkonen and G. Törner (Eds.) *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, Kluwer, Dordrecht (39-57).
Garofalo, J. (1989a). Beliefs, responses, and mathematics education: Observations from the back of the classroom. *School Science and Mathematics*, 89(6), 451-455.
Garofalo, J. (1989b) Beliefs and their influence on mathematical performance, *The Mathematics Teacher*, 82 (7), 502-505.
Gfeller, M. K., Niess, M. L., Lederman, N. G. (2000). High school epistemological views of mathematics. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans.
Gorard, S. (1997) Market forces, choice and diversity in education: The early impact, *Sociological Research Online,* 2 (3), http://www.socresonline.org.uk/socresonline/2/3/8.html. Accessed August 21, 2007
Graumann, G. (2001) Mathematical views of pupils and first-year students, in E. Cohors-Fresenborg, H. Maier, K. Reiss, G. Törner and H-G Weigang (Eds.) *Developments in mathematics education in German speaking countries, Band 2: selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics*, Hildesheim (62-74).
Green, T. (1971) *The activities of teaching*, McGraw Hill, London.
Handal, B. (2003) Teachers' mathematical beliefs: A review, *The Mathematics Educator*, 13 (2), 47–57.
Hannula, M. and Malmivuori, M.L. and Pehkonen, E. (1996) Development of pupils' mathematical beliefs: a description of a research project. In E. Pehkonen (Ed.) *Current state of research on mathematical beliefs. Proceedings of the MAVI-3 Workshop*, University of Helsinki Department of Teacher Education Research report 170, 42-50
Kaiser, G. (1999) International comparisons in mathematics education under the perspective of comparative education, in: G. Kaiser, E. Luna and I. Huntley (Eds.) *International comparisons in mathematics education* (140-150). London, Falmer.
Keitel, C. and Kilpatrick, J. (1999) The rationality and irrationality of international comparative studies, in G. Kaiser, E. Luna and I. Huntley (Eds.) *International comparisons in mathematics education,* Falmer, London.
Kilpatrick, J. Swafford, J. and Findell, B. (2001) *Adding it up: helping children learn mathematics*, National Research Council, Washington DC.
Kloosterman, P. (1988) Self-confidence and motivation in mathematics, *Journal of Educational Psychology* 80, 345-351.
Kloosterman, P. and Stage F. (1992) Measuring beliefs about mathematical problem solving, *School Science and Mathematics* 92, 109-115.

Kuhn, D., Cheney, R., & Weinstock, M. (2000). The development of epistemological understanding. *Cognitive Development*, *15 (3)*, 309–328.
Lam, C., Wong, N.Y., and Wong, K.M.P. (1999) Students' conception of mathematics learning: A Hong Kong study, *Curriculum and Teaching*, 14(2), 27-48.
Le Tendre, G. Baker, D. Akiba, M. Goesling, B., & Wiseman, A. (2001) Teachers' work: Institutional isomorphism and cultural variation in the U.S. Germany, and Japan, *Educational Researcher*, 30 (6), 3-15.
Leung, F. (2001) In search of an East Asian identity in mathematics education, *Educational Studies in Mathematics*, 47 (1), 35-51.
Mason, L. (2003) High school students' beliefs about maths, mathematical problem solving, and their achievement in maths: A cross-sectional study, *Educational Psychology*, 23 (1), 73- 85.
McLeod, D. B. (1992) Research on affect in mathematics education: A reconceptualisation, in D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning,* New York: MacMillan (575-596).
McLeod, D. B., & McLeod, S. H. (2002) Synthesis – beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching and research, in G. Leder, E. Pehkonen, & G. Torner (Eds.) *Beliefs: A hidden variable in mathematics education* (115-123). Dordrecht, Kluwer.
Middleton, J. and Spanias, P. (1999) Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research, *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (1), 65-88.
Munby, H. (1982) The place of teachers' beliefs in research on teacher thinking and decision making: An alternative methodology, *Instructional Science*, 11, 201-225.
Nespor, J. (1987) The role of beliefs in the practice of teaching' *Journal of Curriculum Studies*, 19 (4), 317-328.
Op 't Eynde, P., De Corte, E. and Verschaffel, L. (2002) Framing students' mathematicsrelated beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization, in G. Leder, E. Pehkonen and G. Törner (Eds.) *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?*, Kluwer, Dordrecht (13-37).
Op 't Eynde, P. and De Corte, E. (2003) Students' mathematics-related belief systems: Design and analysis of a questionnaire, *Paper presented to the symposium, the relationship between students' epistemological beliefs, cognition and learning, at the annual meeting of the American Educational Research Association*, Chicago.
Op 't Eynde, P., De Corte, E. and Verschaffel, L. (2006) Beliefs and metacognition: An analysis of junior high students' mathematics-related beliefs, in M. Veenman and A. Desoete (Eds.) *Metacognition in mathematics education*, Nova Science, New York.
Osborn, M. (2004) New methodologies for comparative research? Establishing 'constants' and 'contexts' in educational experience, *Oxford Review of Education*, 30 (2), 265 - 285.
Pajares, M. F. (1992) Teachers beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct, *Review of Educational Research*, 62 (3), 307-332.
Pehkonen, E. (1992) Problem fields in mathematics teaching. part 3: Views of Finnish seventh-grades about mathematics teaching, University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 108.
Pehkonen, E. (1995) *Pupils' view of mathematics: Initial report for an international comparison project, research report 152*, University of Helsinki Department of Teacher Education, Helsinki.
Pehkonen, E. and Pietilä, A. (2003) On relationships between beliefs and knowledge in mathematics education, *Paper presented at the third conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Bellaria, Italy.*

Pehkonen, E. and Tompa, K. (1994) Pupils' conceptions about mathematics teaching in Finland and Hungary, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25 (2), 229-238.
Pintrich, P. and De Groot, E. (1990) Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance, *Journal of Educational Psychology*, 82 (1), 33-40.
Ruthven, K., & Coe, R. (1994) A structural analysis of students' epistemic views. Educational Studies in Mathematics, 27, 101–109.
Schoenfeld, A.H. (1985) Mathematical problem solving, Orlando, Academic Press Schwarzer, R. (1992) Self-efficacy: thought control of action, Hemisphere, Washington, DC.
Sharpe, K. (1997) The Protestant ethic and the spirit of Catholicism: Ideological and institutional constraints on system change in English and French primary schooling, *Comparative Education*, 33 (3), 329-348.
Snow, R.E. Corno, L. and Jackson, D. (1996) Individual differences in affective and conative functions', in D. Berliner and R. Calfee (Eds.) *Handbook on educational psychology*, Simon and Schuster Macmillan, New York.
Spangler, D. (1992) Assessing students' beliefs about mathematics, *The Mathematics Educator* 3 (1), 19-23.
Torff, B. and Warburton, E. (2005) Assessment of teachers' beliefs about classroom use of critical-thinking activities, *Educational and Psychological Measurement*, 65 (1), 155-179.
Tweed, R., & Lehman, D. (2002) Learning considered within a cultural context: Confucian and Socratic approaches, *American Psychologist*, 57 (2), 89-99.
Valanides, N. and Angeli, C. (2005) Effects of instruction on changes in epistemological beliefs, *Contemporary Educational Psychology*, 30 314–330
Watkins, D. (2000) Learning and teaching: A cross-cultural approach, *School Leadership and Management*. 20 (2), 161-173.
Wiliam, D. (1998) Making international comparisons: the third international mathematics and science study, *British Journal of Curriculum and Assessment* 8 (3), 33-37.
Wong, N.Y. (2002) Conceptions of doing and learning mathematics among Chinese, *Journal of Intercultural Studies*, 23, 211-229.

Fordította: Choma Dávid és Csíkos Csaba