A GALOIS-GRÁFOK PEDAGÓGIAI ALKALMAZÁSA

Takács Viola

Iskolakultúra-könyvek 6.

Sorozatszerkesztő

Géczi János

A GALOIS-GRÁFOK PEDAGÓGIAI ALKALMAZÁSA

TAKÁCS VIOLA

ISBN 963 00 4783 7

Terv, nyomdai előkészítés:
VEGA 2000

Nyomás: Molnár Nyomda és Kiadó KFT., Pécs
Felelős vezető: Molnár Csaba

TARTALOM

ELŐSZÓ

Ezt a könyvet a jövendő pedagógusnemzedéknek ajánljuk. Egy korszerű matematikai eljárást alkalmazunk a pedagógia különféle területein. Melyek ezek? A tananyag strukturálása, a tanulói tudás mérése és, Mérei Ferenc[13] szavaival élve, a közösségek rejtett hálózatának felderítése. Az eljárás eredménye, amelyet Galois-gráfnak hívunk, vizuálisan ábrázolja a nevezett szerkezeteket, s az így kapott rajz révén segíti a tanárt a tanítandó tananyag optimális elrendezésében, vagy más esetben a tanítványok ismereteinek, ismét másfajta felhasználás esetén érzelmi viszonyainak feltérképezésében.

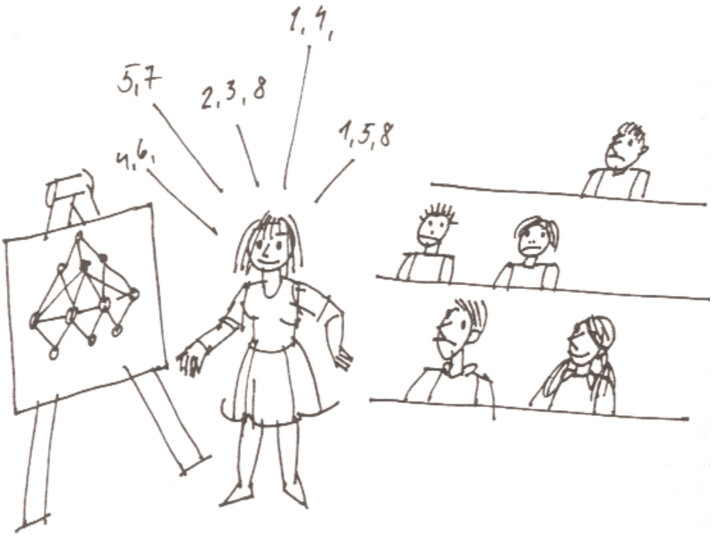
A Galois-gráfok elkészítéséhez és mondott alkalmazásához előismeretek nem szükségesek, csupán a halmazelméleti metszés és egyesítés műveletére, valamint a számítógép szövegszerkesztőként való ismeretére támaszkodunk.

Munkánk új szellemet képvisel, mert modern matematikai szemléletű, a hálóelméleten alapul. De kifejezi azt a pedagógiai trendet is, hogy a statisztikai módszereket mindinkább felváltja a strukturális, a hálózatokat, szerkezeteket vizsgáló irányzat. Továbbá, mivel a tananyag strukturálása tanterv-, illetve taneszköz-készítés esetén is hasznos, egymástól igen távolinak tetsző területek egységes apparátussal való kezelésére nyílik lehetőség interdiszciplináris módon.

Eljárásunk a tudományosság és az objektív értékek szerinti elbírálás lehetőségét is természetes módon adja meg, amint ez az alábbiakból remélhetőleg kitetszik. Munkánk javaslat egy ismeretszintmérési eljárásra, olyanra, amely meglehetősen eltér a hagyományostól. Fő jellemzője, hogy számok nem szerepelnek benne, de ugyanakkor lehetővé teszi a szokásos, számokkal történő osztályozást is.

Amikor a tanár dolgozatot írat, a javítás után még sokat kell számolnia, statisztikákat, átlagértékeket készítenie. Így azután a tanulók tudásának – dolgozatíratással történő – felmérése után, a további tanítás során, éppen ezek az adatok hemzsegnek a fejében, ahelyett, hogy osztályának tudásszerkezete, a „Ki mit tud?” hálózata állna előtte. *(1. ábra)*

Írásunkban a másféle értékelési, mérési eljárások szükségességének és hasznosságának teljes elismerése mellett[2], javaslatot teszünk az úgynevezett Galois-gráfos módszer használatára is. Ezt azért tesszük, mert hitünk szerint a tanulóközösség ismereteinek szerkezete, e szerkezet vizuális ábrázolása termékenyítő lehet a tudás mérésében. Ha a tanár az előtte levő rajzon – mint egy térképen – látja, hogy ki mit tud, és még inkább, hogy ki mit nem tud, akkor az segítségére lehet a differenciált foglalkozás megszervezésében, mert az azonos ismeretanyagú egyéneket oszthatja be egy csoportba. Az ismeretek e térképe az elemi isme-



1. ábra. A tanár az osztály tudásstruktúráját keresi

retek egymásra épülését is megmutatja, így lehetőséget nyújt tanítási stratégiák kidolgozására is.

Mivel az egyén tudását az úgynevezett szaktudományi gráfhoz hasonlítjuk, ezért biztosított az értékelés objektivitása, azaz nem önkényes mércét alkalmazunk, hanem a tanuló tudását ahhoz a tudományhoz viszonyítjuk, amelyből az illető tantárgy ered. A hagyományos osztályozás esetünkben úgy történhet, hogy a gráf rajzán vízszintes vonalakkal meghúzzuk az elégséges, közepes, jó, illetve jeles határát.

Egészen más, de ugyancsak a pedagógiában is alkalmazott diszciplína a szociometria. Ez a közösségben formálódó csoportokat tanulmányozza, s jellemzésükre bevezette az úgynevezett szociogramot. A szociogram a vizsgált közösség szociális kapcsolatainak térképe, a kölcsönös kapcsolatok grafikus (vizuális) képe. Moreno, Evans[5] , Mérei[13] és mások dolgozták ki a szociogram készítés szabályait. Munkáikból kiindulva, kiterjesztettük a szociogram fogalmát, s így a továbbfejlesztett, úgynevezett Galois-szociogram a korlátozások csökkentése és a heurisztikus helyetti algoritmikus készítési szabály révén újabb következtetésekre ad lehetőséget.

Azt reméljük, ha a pedagógiai gyakorlatban, innovációban, fejlesztésben, kutatásban működő leendő pedagógus olyan hatékony módszert sajátít el, amelyet majd széles skálán alkalmazhat, akkor növekszik munkájának hatásfoka.

A Pécsi Tudományegyetem Tanárképző Intézetében az utóbbi öt tanévben hallgattak kurzust tanárjelöltek a Galois-gráfok pedagógiai alkalmazásáról, némelyek szakdolgozatuk témájául is ezt választották.

Ebben az időszakban a módszer is fejlődött. A pedagógiai kutatás különféle területein alkalmaztuk eljárásunkat a tanulói attitűdök vizsgálatától, a tanulók iskolázási tervei és szüleik iskolai végzettsége közti összefüggések elemzésén át a fizika tantárgytesztbeli feladatok eredményeinek absztrakciós szintek szerinti megoszlásáig. Úgy látszik, hogy a mérési adatok statisztikai elemzése alapján levonható következtetések mellett a mérési adatokból adódó szerkezet vizuális ábrázolása esetenként olyan eredményeket is ad, amelyek az előbbiből nem, vagy legalábbis nem kézenfekvően adódnak.

Természetesnek tekinthetjük, hogy a Galois-gráfos módszer akár mint tananyag-strukturáló eljárás, akár mint teljesítménymérő eszköz a pedagógusok körében nem terjedt el eddig. Hiszen bármilyen csábítóan újszerű, mindenképpen többletmunkát jelentett volna a pedagógus számára. Mostanra azonban elkészültek azok a számítástechnikai eljárások, amelyek révén minden külön fáradság megtakarítható, és például egy iskolai dolgozat eredményét számítógépbe téve, eredményül a kész Galois-gráf adódik, amely vizuálisan mutatja az osztály tanulóinak tudásszerkezetét. Hitünk szerint ez a most működő, illetve a jövőben pályára kerülő tanárokat ösztönzi majd munkájukban a Galois-gráfok használatára.

Ezért korábbi könyvünket, amelyet a PSZM Projekt Kiadó jelentetett meg, – most az Iskolakultúra-könyvek sorozatában – bizonyos átdolgozásokkal újra közrebocsátjuk, hozzáadva az új kutatási eredményeket, valamint a használatot kényelmessé tevő számítógépes eljárás leírását is.

Az újabb alkalmazási területek ismertetésénél is megtartottuk a korábbi szűkszavú stílust, csak egy-egy rövid szöveggel fogalmazva meg magát az aktuális következtetést, s az Olvasóra bízva, hogy a rajz tanulmányozásával és saját pedagógiai szemléletével értelmezze a leírtakat. Hiszen „egy kép többet ér, mint ezer szó”!

A szerző

Pécsett, 2000. októberében

1. A GALOIS-GRÁF

1.1. OBJEKTUMOK ÉS TULAJDONSÁGAIK

Annak érdekében, hogy bemutassuk a Galois-gráfot, nézzük meg a következő mintapéldát! Vegyünk szemügyre néhány dolgot és lehetséges tulajdonságaikat. Talán célszerűbb, ha nem is a dolgok, hanem az objektumok nevet kapják azok a valamik, amikről beszélünk. Már csak azért, mert nyelvi értelemben az élőlények nem nevezhetők „dolog”-nak.

Legyenek tehát objektumaink a következők: pióca, keszeg, béka, kutya, hínár, nád, bab és kukorica. A tulajdonságok pedig: életéhez víz szükséges; vízben él; szárazföldön él; fotoszintetizál; kétszikű; egyszikű; helyváltoztató mozgásra képes; végtagja van; utódait szoptatja.

Mi a közös tulajdonsága például a piócának és a keszegnek? Életükhöz víz szükséges, vízben élnek és helyváltoztató mozgásra képesek.

Van-e még olyan objektum a tekintetbe vettek közt, amelynek az említettek közül ezek a tulajdonságai megvannak? Igen, a béka.

A tekintetbe vett nyolc objektum – dolog – és a kilenc lehetséges tulajdonság olyan, hogy egy dolognak több tulajdonsága is lehet, míg egy tulajdonság több dologban is fennállhat. Például az y = 2x + 3 függvény esetén – ha x bármely racionális szám lehet – bármely x értékhez egy és csak egy y érték tartozik. Ez az úgynevezett egy-egyértelmű függvénykapcsolat. Esetünkben azonban az objektumok bármelyikéhez több tulajdonság, és fordítva, egy tulajdonsághoz több objektum is tartozhat.

Ezt több-többértelmű kapcsolatnak nevezzük. Ez az egyik lényeges különbség a példaként említett függvény és az objektumok halmazának elemei, valamint a tulajdonságok halmazának elemei közt fennálló összefüggés között.

Ám az előbb talált közös tulajdonságok kiválasztásával a dolgok egy részhalmaza és a tulajdonságok egy részhalmaza között egy-egyértelmű kapcsolatot létesítettünk. A

$$\left.\begin{array}{l}\text{pióca}\\ \text{keszeg}\\ \text{béka}\end{array}\right\}\ \text{részhalmaz minden elemének megvan a}\ \left\{\begin{array}{l}\text{víz kell}\\ \text{vízben él}\\ \text{helyváltoztató mozgásra képes}\end{array}\right.$$

tulajdonsága.

Az ilyen részhalmazt zártnak nevezzük, mert a dolgok száma nem bővíthető anélkül, hogy a közös tulajdonságok száma ne csökkenne, s ugyanígy a tulajdonságok száma sem bővíthető anélkül, hogy a velük rendelkező dolgok száma ne csökkenne.

Tekintsük át most e dolgokat és tulajdonságokat áttekinthetőbb formában, egy úgynevezett relációtáblázatban. Lásd *1. táblázat.*

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	életéhez víz kell	vízben él	szárazföldön él	klorofillt ter mel	kétszikű	egyszikű	helyváltoztató mozgásra képes	végtagja van	szoptat
1. pióca	+	+					+		
2. keszeg	+	+					+	+	
3. béka	+	+	+				+	+	
4. kutya	+		+				+	+	+
5. hínár	+	+		+		+			
6. nád	+	+	+	+		+			
7. bab	+		+	+	+				
8. kukorica	+		+	+		+			

1. táblázat. Obektumok-tulajdonságok relációtáblázat

Figyeljük meg, hogy táblázatunkban véges számú – szám szerint nyolc – objektum van, és ugyancsak véges számú – szám szerint kilenc – lehetséges tulajdonság. Továbbá egy objektumnak egy bizonyos tulajdonsága vagy megvan, vagy nincsen meg. Úgy is mondjuk, hogy az objektumok és a tulajdonságok halmazának elempárjai között bináris reláció áll fenn. Az imént példaképpen idézett $y = 2x + 3$ függvényhez képest itt más lényeges különbség is megfigyelhető. Az x, és így a hozzátartozó y is folytonosan változhat. Azaz a racionális számok bármelyike is legyen egy x_1, mindig választható olyan x_2, hogy $|x_2 - x_1| < \varepsilon$, ahol $\varepsilon > 0$ tetszőleges pozitív szám. Ezzel szemben a két véges halmaz, amellyel dolgozunk, nem folytonos függvények, hanem csak nyolc, illetőleg kilenc diszkrét értéket vehetnek fel. Ha most az *x* független változónak az objektumokat, az *y* függvényértéknek a tulajdonságokat feleltetjük meg, látjuk, hogy minden objektumhoz nemcsak hogy több tulajdonság tartozhat, hanem az összetartozás léte vagy nem léte csakis igen vagy nem, nulla vagy egy értékkel adható meg. (Nem írhatjuk például a relációtáblázatba, hogy egy dolognak, objektumnak egy bizonyos tulajdonsága félig van meg! Az egy sor és oszlop metszésénél keletkező négyzetbe igent vagy nemet, nullát vagy egyet, keresztet vagy semmit írunk!)

Ezek az apró, sőt esetleg nyilvánvaló megfigyelések rendkívül fontosak, hiszen módszerünk csakis a mondott feltételek teljesülése esetén használható. Akkor viszont minden korlátozás nélkül. Ha tehát találunk egy olyan relációt, mely kétértékű, bináris, azaz a két alaphalmaz elempárjai között vagy fennáll, vagy nem, akkor máris gondolhatunk Galois-gráf használatára.

Formálisan, legyen:

$O(o_1, o_2, \ldots o_n)$ objektumok halmaza, és

$P(p_1, p_2, \ldots p_m)$ tulajdonságok halmaza.

Tekintsük meg az

$R \subset O x P$ relációt, ahol bármelyik $o_i \; \rho \; p_j$ lehet,

ha $o_i \in O$, $p_j \in P$, ha $(o_i, p_j) \in R$.

Térjünk most vissza a megtalált zárt részhalmazpárhoz, amely a [pióca, keszeg, béka] ~ {víz, vízben él, helyváltoztató mozgást végez} volt. Ezt úgy nyertük, hogy gondosan átvizsgáltuk a táblázatunkat. De nem csupán egy ilyen zárt részhalmazpár van, hanem több is. Valamennyinek a megkeresése fáradságos munka lenne, és nagy hibalehetőséget rejtene magában.

Mód van arra, hogy matematikai eljárás segítségével keressük meg az összes zárt részhalmazt. Elvileg a kilenc tulajdonságból alkotható összes részhalmaz száma $2^9 = 512$. Meglepő módon azonban a számítással megtalált összes zártaké csupán 18. Ezek a következők. Lásd *2. táblázat.*

tulajdonságok	objektumok
1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
1, 2	1, 2, 3, 5, 6
1, 3	3, 4, 6, 7, 8
1, 4	5, 6, 7, 8
1, 2, 3	3, 6
1, 3, 4	6, 7, 8
1, 2, 7	1, 2, 3
1, 4, 6	5, 6, 8
1, 7, 8	2, 3, 4
1, 2, 4, 6	5, 6
1, 3, 4, 5	7
1, 3, 4, 6	6, 8
1, 2, 7, 8	2, 3
1, 3, 7, 8	3, 4
1, 7	1, 2, 3, 4
1, 2, 3, 4, 6	6
1, 2, 3, 7, 8	3
1, 3, 7, 8, 9	4

2. táblázat. Objektumok-tulajdonságok – Zárt részhalmazpárok

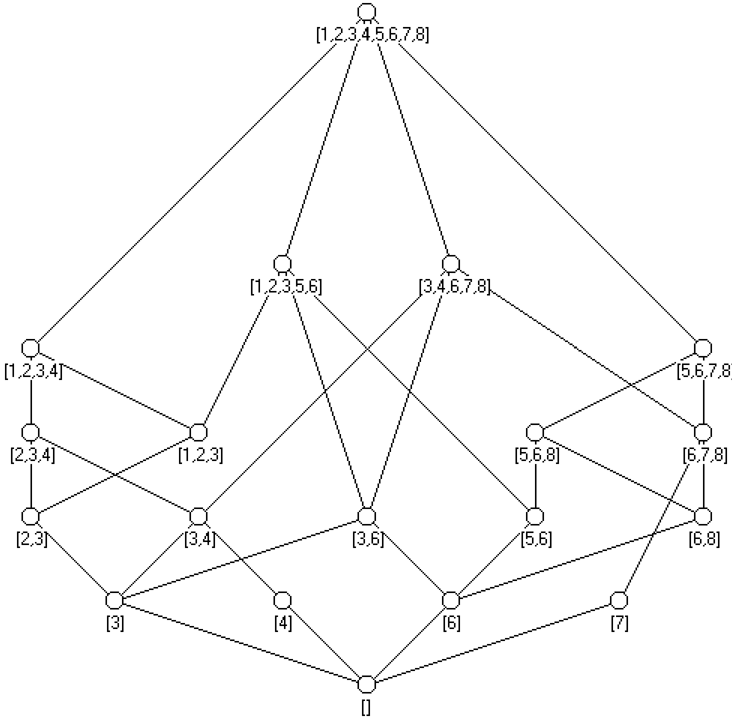
1.2. A GRÁF MEGRAJZOLÁSA

Most ábrázoljuk a kapott zárt részhalmazpárok szerkezetét.

Eljárásunk a következő:

Minden zárt részhalmazpárt egy körrel jelölünk. Először eldöntjük, hogy az objektumok vagy a tulajdonságok szerint rendezzük-e el az ábrát. Rendezzünk az objektumok szerint! Rajzoljuk vízszintes szakasz mentén egymás mellé az egyelemű zárt objektum részhalmazokat és így tovább. Ezzel megkaptuk gráfunk szögpontjait. Az első sort – a rövidség kedvéért – első emeletnek nevezzük, a második sort második emeletnek és így tovább. Az első emelet alá, középre rajzoljuk még a nulla elemet tartalmazó részhalmazt jelentő kört, és a legfelső fölé, középre a minden elemet tartalmazó halmazt jelentőt. A gráf általában pontok vagy szögpontok, illetve ezeket törött vonallal összekötő szakaszok rendszere. Mi a pontok összekötésének szabálya? Esetünkben a következő: Válasszunk ki tetszőleges szögpontot! Ezt összekötjük minden olyan alatta fekvő ponttal, amely a szóban forgónak legnagyobb részhalmazát jelentő kör. Az eljárást minden szögpontra nézve elvégezzük. Az eredményt a *2. ábra* mutatja.

Felrajzolhatjuk a gráfot a tulajdonságok szerint rendezve is. Ekkor a gráf első emeletére az egyelemű zárt tulajdonsághalmazoknak megfelelő köröket rajzoljuk. A második emeletre a kételemű zárt tulajdonsághalmazoknak megfelelő köröket és így tovább. Ha az összes szögpontot megrajzoltuk, akkor az őket összekötő úgynevezett gráféleket is meg kell rajzolni. Ennek szabálya ugyanaz, mint ahogy korábban leírtuk. Tetszőleges szögpontot összekötünk minden olyan alatta fekvővel, mely a szóban forgó szögpontot jelentő zárt tulajdonságcsoportnak legnagyobb részhalmazát jelölő szögpont. Ezt az eljárást minden szögpontra nézve elvégezzük. Ekkor előttünk áll az objektumok-tulajdonságok Galois-gráfja, a tulajdonságok szerint rendezve.



2. ábra. Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf. Objektumok szerint rendezve, csak számjelekkel, csak azárt objektumhalmazokat feltüntetve

Formális értelmezéssel az O és P halmazokká zárt részhalmazai kölcsönösen egyértelműen megfeleltethetők egymásnak, mégpedig egy

$O_c \subset O$ zárt halmaznak az O_c-beli objektumok összes közös tulajdonságából álló $P_c \subset P$ zárt halmaz felel meg és viszont: egy $P_c \subset P$ zárt halmaznak a P_c-beli tulajdonságokkal rendelkező összes objektumból álló $O_c \subset O$ zárt halmaz felel meg. Az egymásnak megfelelő zárt részhalmazpárokból álló $G \subset P(O)xO(P)$ halmaz az R reláció Galois-halmaza. A Galois-halmazon az objektumok szerinti, illetve a tulajdonságok szerinti tartalmazás egy-egy (egymásnak duálisan megfelelő) gráfot ad meg.

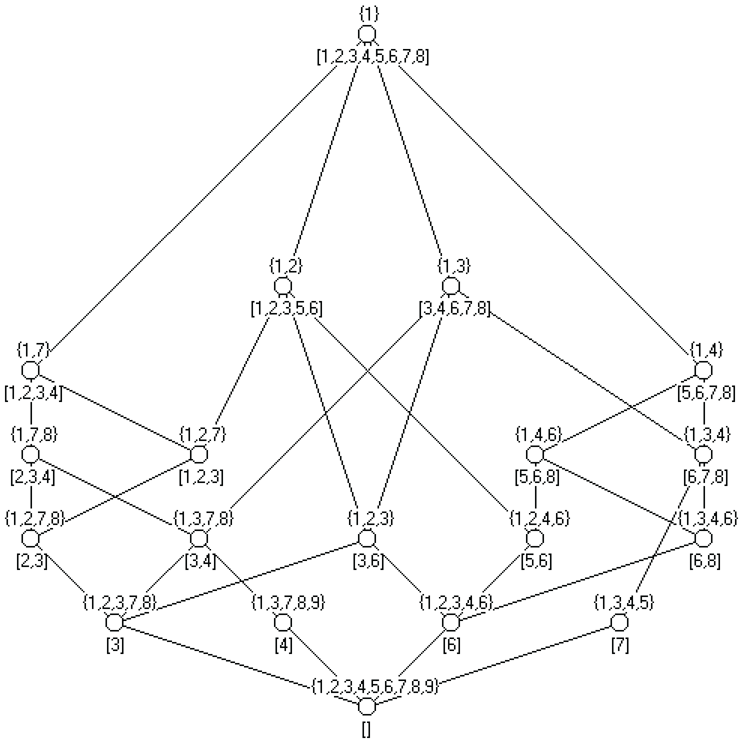
Ha a Galois-gráf két pontjából a legközelebbi olyan pontba haladunk felfelé, amelyet e két ponttal gráfél köt össze, az egyesítés, ha pedig lefelé, akkor a metszés műveletéhez hasonló műveletet végzünk. Például a *3. ábra* második emeletének jobb oldalán álló két pontból felfelé haladva az $[5,6] \cup [6,8] = [5,6,8]$, illetve lefelé haladva az $[5,6] \cap [6,8] = [6]$ műveleteket végezzük, s ezek éppen megegyeznek a halmazelméleti egyesítés-, illetve metszethalmazokkal. De ez nem szükségképpen van így. Például [3,4] és [3,6] pontokból felfelé a [3,4,6,7,8] pontba jutunk. Ez a két objektumhalmazt tartalmazó legszűkebb objektumhalmaz a [3.4] ás [3,6] úgynevezett szuprémuma. Két pontból egy olyan harmadikba haladva lefelé, ahová vonal vezet mindkettőből, és a legmagasabban fekszik ezek közül, a kettőben tartalmazott legbővebb objektumhalmazhoz jutunk, ami a kiindulásul vett két halmaz úgynevezett infimuma.

A zárt tulajdonsághalmazok szempontjából nézve, ha lefelé haladunk, pl. az (1,2) és (1,3,4) pontból, az (1,2,3,4,6) pontba értünk, amely a mindkét tulajdonsághalmazt tartalmazó legszűkebb tulajdonsághalmaz, ami a kiindulásul vett két pont szuprémuma, hasonlóképpen felfelé haladással a tulajdonsághalmazok infimumát képezhetjük. A G mint algebrai struktúra, háló (illetve két, duálisan izomorf háló), ahol két G-beli zárt részhalmazpár szuprémuma és infimuma a két objektumhalmazt tartalmazó legszűkebb zárt objektumhalmaz által, illetve a kettőben tartalmazott legbővebb objektumhalmaz által meghatározott G-beli párok. Ezek tehát nem szükségképpen esnek egybe a megfelelő egyesítés- és metszethalmazokkal.

1.3. A GRÁF ÉRTELMEZÉSE

Ezzel egy úgynevezett Galois-gráf áll előttünk. Ahhoz, hogy értelmezni tudjuk, sőt jelentőségét is megérthessük, az ábrát tovább kell vizsgálnunk. Ne felejtsük el, hogy egy-egy szögpont nem csupán az itt feltüntetett zárt dologhalmazokat, hanem egyszersmind a zárt tulajdonsághalmazokat is jelenti. Írjuk fel ezért az ábrára a zárt tulajdonsághalmazok számjelét is. Ezt mutatja az *3. ábra.*

Látjuk, hogy itt a számok csupán bizonyos szavak helyettesítéseképpen, a rövidség kedvéért szerepelnek. A következőkben visszaírjuk az



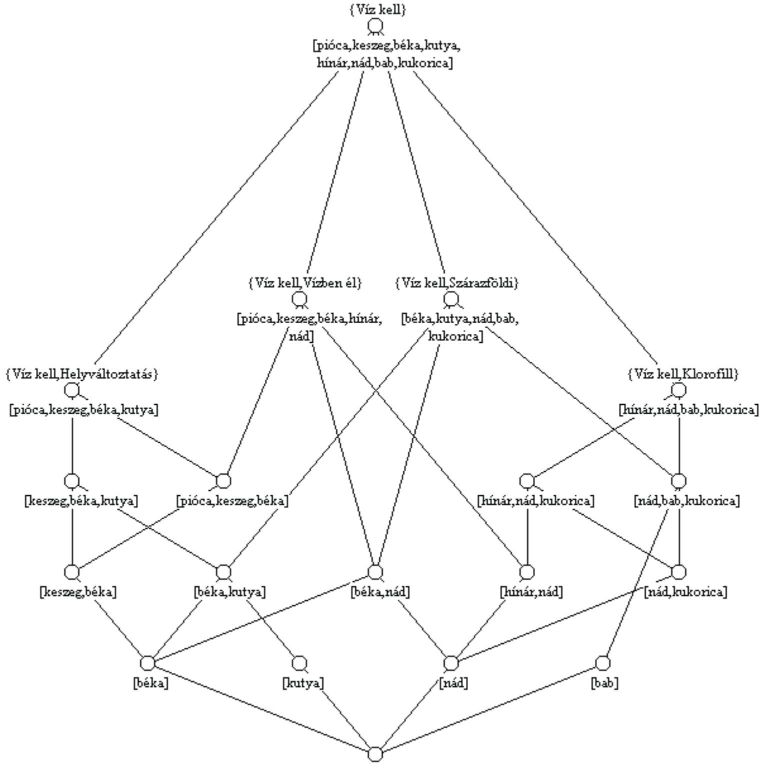
3. ábra. Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf. Objektumok szerint rendezve, csak számjelekkel, a zárt objektum- és tulajdonsághalmazokat feltüntetve

ábrára az eredeti szavakat, hogy jobban lássuk a gráf értelmét. Például a 3, 4, 6 és 7 egyelemű zárt dologhalmazokhoz a béka, kutya, nád és bab szavakat és így tovább. Így kapjuk meg a végeredményt jelentő *4. ábrát*.

Ez a tekintetbe vett – kicsiny, véges – világban megadja a dolgok és tulajdonságaik teljes fogalmi rendszerét, ezek szerkezetét, illetve hierarchiáját. Például a negyedik emelet bal oldali pontja tartalmazza mindazokat az élőlényeket, amelyek helyváltoztató mozgásra képesek. Ezek a pióca, a keszeg, a béka és a kutya. Ezek az állatok. Ugyanígy a negyedik emelet jobb oldali pontja megadja mindazon élőlényeket, amelyek fotoszintézist végeznek; ezek a növények. Az ötödik emelet bal oldali pontjában a vízben élő élőlények neve található. A fogalmaknak a neve nincsen a gráfon, ezeket mi nevezzük el. A fogalmak mélysége és szélessége ugyancsak leolvasható az ábráról, nevezetesen, hogy melyik emeleten van az illető fogalom, és hány dolog tartozik bele. Azt is látjuk, hogy milyen szerkezetet alkot a fogalmak rendszere, sőt, az össze nem hasonlítható fogalmak is láthatók, amennyiben ezek egymás mellett találhatók a rajzon.

Vizsgáljuk meg most a tulajdonságok szerint elrendezett rajzot is! A rövidítésként használt számjelek helyett itt is írjuk vissza az eredeti neveket, szavakkal. Ekkor kapjuk az *5. ábrá*t.

Míg a *4. ábra* az objektumokból alakítható fogalmi rendszert mutatta, addig itt az azonos tulajdonságokkal rendelkező rendszer tekinthető át. Létezik olyan matematikai szempont, mely szerint a két rendszer egyenértékű, de mint látjuk, a szemlélődő felhasználó szempontjából vizuális különbségek mutatkoznak.



4.ábra. Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf. Objektumok szerint rendezve, nevekkel

Természetesen a mintapélda kicsi, ezért gondolhatjuk, hogy nem igényel a belőle kialakítható fogalmi rendszer ilyen apparátust. A lehetséges mindegyik fogalom módszeres megtalálása, strukturálása azonban még ilyen kis példán sem könnyű. Ha pedig az adatok száma nagyobb,

5.ábra. Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf. Tulajdonságok szerint rendezve, nevekkel

akkor szinte megoldhatatlan a teljes rendszer létrehozása módszeres eljárás – algoritmus – nélkül. A legfontosabb pedig éppen a módszer, az algoritmus megadása.

Összefoglalva, a Galois-gráf a véges számú objektum és tulajdonság közti több-többértelmű összefüggést visszavezeti zárt objektumcsoportok és tulajdonságcsoportok közti egy-egyértelmű összefüggésre, úgy, hogy ezek ábrázolása megmutatja a köztük lévő hierarchiát és struktúrát is. Az egy-egyértelmű összefüggések a felvett adatokból alakítható teljes fogalmi rendszert mutatják.

1.4. A FOGALOMANALÍZIS

A németországi Darmstadt műszaki egyetemének matematikai tanszékén működik napjaink egyik legkiválóbb hálóelméleti iskolája, Rudolf Wille professzor a tanszékvezető, s munkatársa volt ott Bernard Ganter professzor, aki ma már a drezdai egyetem algebra tanszékét vezeti. Ők alapozták meg az úgynevezett fogalomanalízist. Munkacsoportjuk, tanítványaik számos közleményt publikáltak e tárgyban. A fogalomanalízis Wille professzor megfogalmazása szerint a fogalmak és a fogalmak hierarchiájának matematizálása. Ennek összefoglaló elméleti megalapozását és az alkalmazási lehetőségeket is felmutató példákat tartalmazó művét Formális fogalomanalízis címen adta ki a Springer Kiadó 1996-ban; szerzői Ganter és Wille professzorok[11]. Az idézett könyvben a személygépkocsik meghajtás szerinti minőségi csoportosításától a Forum Romanum nevezetes épületeinek különböző útikalauzokban való szerepeltetésén át a harmadik világ országainak az egyes olajtermelő csoportosulásokban való részvételéig találunk példákat.

Jelen írás lényegében nem más, mint a fenti elmélet sok módszere közül egynek a következetes alkalmazása pedagógiai területeken. Minthogy a hetvenes években Evariste Galois francia matematikus tiszteletére már Galois-ról neveztük el a módszert, ezen már nem változtattunk.

Úgy gondoljuk, hogy ha a – magyar szóhasználattal – Galois-gráfok általában is alkalmasak a fogalmi rendszerek kialakítására, akkor a pedagógia körében mint speciális esetben is azok.

2. INDIVIDUÁLIS GRÁFOK

2.1. A SZAKTUDOMÁNYI GRÁF

A Galois-gráfot használhatjuk az egyéni, individuális ismeretszint mérésére. Ez úgy történik, hogy a tanuló egyéni gráfját összehasonlítjuk az úgynevezett szaktudományi gráffal. Most ez az eljárást mutatjuk be részletesebben.

Egy, a valóságban végrehajtott mérést írunk le. A mérés 1979 októberében Veszprémben, a Botev Általános Iskola 1/a, b, c, d, e és f osztályainak 250 tanulójából kiválasztott 30 tanulóval, részben az osztályteremben, részben pedig az akkori – ugyancsak Veszprémben lévő – Országos Oktatástechnikai Központban zajlott le. Ezek a gyerekek a kérdéses időben, elsősök lévén, még nem tudtak írni, olvasni. Egyik tantárgyuk a Környezetismeret volt, heti egy órában; ennek részeként tanultak természetismeretet, amely némi természettudományos ismeretanyagot nyújtott.

A mérés az Országos Oktatástechnikai Központ – rövidítve OOK – egyik kutatásához kapcsolódott. Ugyanis az OOK-ban audiovizuális anyagok tervezése, illetve fejlesztése volt a feladat. Az INTEGRÁF mozaikszóval jelölt kutatás[3] a különböző képi redundanciájú oktatófilmek hatékonysága közti különbséget vizsgálta. Nevezetesen, hogy az adott tartalmú oktatófilm melyik esetben hatékonyabb: ha a filmkép csak a szorosan vett tananyagot mutatja, vagy ha a képen ezen kívül még más, a környezetet is megláttató dolog is szerepel. Így került sor arra, hogy a kutatócsoport egy kísérleti oktatófilmet készített, három képi változatban, s ezeket a tanításban kipróbálva, összehasonlította a három különböző film segítségével *is* tanított gyermekcsoport tudásszintjének növekedését. Ezen összehasonlításhoz volt szükség az ismeretszint mérésére. (Az is szó kiemelése arra utal, hogy az oktatófilm a tanításnak csak segédeszköze, amely nem helyettesíti, csupán kiegészíti a tanítást.)

Felidézzük a kutatás hipotézisét: „A víz néhány fizikai, kémiai tulajdonságának és biológiai szerepének, S8 mm-es, színes, hangos filmen, hatéves tanulóknak készített különböző változatai különböző mértékben segítik a tanítást: így van köztük legjobb.”[3]

Ez a megfogalmazást implicite a következő feltételezést is tartalmazza: Ahhoz, hogy egy tananyagrészhez oktatófilmet lehessen készíteni, az illető ismeretanyag fogalmi állományát rendszerezni kell. A kiszemelt ismeretek koherens – és lehetőség szerint szelfkonzisztens – rendszerének elkészítése egyúttal a tanterv megfelelő részét is pontosítja. A hipotézis predikátumát elemezve, hogy tudniillik az oktatófilmek különböző változatai különböző mértékben segítik a tanítást, így van köztük legjobb; azt látjuk, hogy ez az állítás három részből áll. Először, hogy a film a tanítás segédeszköze; másodszor, hogy azonos tartalmat különböző filmek valósítanak meg a kutatásban; harmadszor, hogy több közül a legjobb film kiválasztásáról van szó.

A film a tanítás segédeszköze. Hitünk szerint az oktatófilm önmagában nem áll meg. A pedagógus hivatott arra, hogy a film adta lehetőségeket mozgósítsa. Film nélkül lehet tanítani, de a film pedagógus nélkül nem tanít. Ezért hatását a tanítási folyamatban biztosítani kell, s ezt mérni is szükséges. Sajnos, az idézett kutatás során nem valósulhatott meg a tanítási folyamatban történő mérés, mivel a munka nem volt összhangban a tanmenettel, így in vivo helyett in vitro, azaz laboratóriumi mérésre adódott csak lehetőség.

Az idézett állítás második része filmváltozatokra utal. Miben állhat az egyes filmek közti különbség? Abban, hogy az ismereteket különböző tömörségben közlik. A filmben mind a képnyelv, mind a szónyelv különböző mértékben lehet redundáns. Empirikus vizsgálatok nélkül is, logikai úton, valószínűsíthető, hogy a szélsőségesen redundáns információközlés nem hatásos eszköze a tanításnak. De vajon van-e a másik irányban is racionális határ, azaz bizonyos tömörséget nem haladhat meg az oktatófilm? Feltételezhetjük, hogy pszichológiai, pontosabban tanulás-lélektani okokból a gyermekek bizonyosnál sűrűbb ismeretközlést már egyáltalán nem fogadnak be.

Végül rátérünk hipotézisünk harmadik részére, arra ugyanis, hogy a különböző oktatófilmek hatása különböző, így van köztük legjobb. De nem egy legjobbról van szó; esetleg több egyforma hatású is lehet köztük.

Visszatérve a filmmel/filmekkel tanítandó tartalomra, a víz néhány egyszerű fizikai, kémiai és biológiai tulajdonságáról kívántunk filmet készíteni, így esetünkben a biológia, kémia és fizika egynémelyik elemi fogalma volt a feldolgozandó ismeretanyag. Tehát a szóban forgó teljes fogalmi rendszer tisztázása az első feladat. Ehhez értelmezzük magát a fogalom fogalmát.

Vizsgáljunk meg objektumokat és vegyük figyelembe bizonyos tulajdonságaikat. Az objektumoknak az az összessége, miszerint azok mindegyike a tekintetbe vett tulajdonságok mindegyikével – mindenesetre – rendelkezik; az illető objektumösszesség (közös) fogalmát adja.

A fogalom fogalmának ez konstruktív és dinamikus értelmezése. Konstruktív, mert módszert ad az adott objektumokból a fogalmi általánosítás elvégzésére. Dinamikus, mert a tekintetbe vett objektumok, illetve tulajdonságok számának változtatásával különböző terjedelmű (szélességű), illetve mélységű fogalmak konstruálására ad lehetőséget. A fogalmi rendszer kialakításához azonban csak szükséges, de nem elegendő az egyes fogalmak tiszta körülhatárolása. Rendszerről akkor beszélhetünk, ha a különféle fogalmak szerkezetét, hierarchiáját is öszszeállítottuk. A hierarchiát a fogalmaknak szélesebb fogalmak alá rendelése jelenti. Közös jellemző jegyekkel rendelkező fogalmak egy bővebb fogalmat alkotnak – azaz több objektum tartozik beléjük, de a közös tulajdonságok száma kisebb. És viszont: több tulajdonsággal jellemezhetjük az objektumokat, de e mélyebb, jobban jellemzett fogalom szűkebb, azaz kevesebb objektum tartozik bele. A fogalmak szerkezetét a terjedelem vagy a mélység szerinti rendezéssel kapjuk meg. Tehát az egyes fogalmak pontos értelmezése és az összes szerepeltetett fogalom tartalmazás szerinti hierarchikus szerkezete együtt már elegendő a fogalmi rendszer kialakításához.

Könnyű észrevenni, hogy a kívánt fogalmi rendszer éppen a Galois-gráf, mely a szóban forgó ismeretek – objektumok és tulajdonságaik – alapján készül. Ezért a feladat nem más, mint a tanítandó anyag fellistázása igen-nem-mel megválaszolható valamilyen kapcsolat/reláció szerint.

A felvett objektumok és tulajdonságaik mintegy önmagukat rendezték el. Az objektumok azon része, amely élőlényekből áll, néhány tulajdonsággal jellemezhető, míg egynémelyik folyadék más tulajdonságokkal. A halmazállapot-változások, illetve fizikai folyamatok pedig úgynevezett folyamatjellemzőkkel állnak relációban. Ily módon nem egy, hanem három relációtáblához jutottunk. Ezek a következők: 1. Halmazállapotok; 2. Folyadékok tulajdonságai; 3. Az élőlények és a víz. (Lásd a *3.* és *4.*, valamint az *1. táblázat*okat!)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	melegíteni kell	környezet melegíti	tetszőleges hőmérséklet	kezdeti szilárd	kezdeti folyadék	kezdeti gáznemű	végső szilárd	végső folyadék	végső gáznemű
1. deszt.víz készítése	+				+		+	+	
2. oldás	+		+	+	+			+	
3. párolgás	+		+		+			+	+
4. forrás	+				+			+	+
5. lecsapódás		+	+			+		+	
6. fagyás		+			+		+		
7. olvadás	+			+				+	

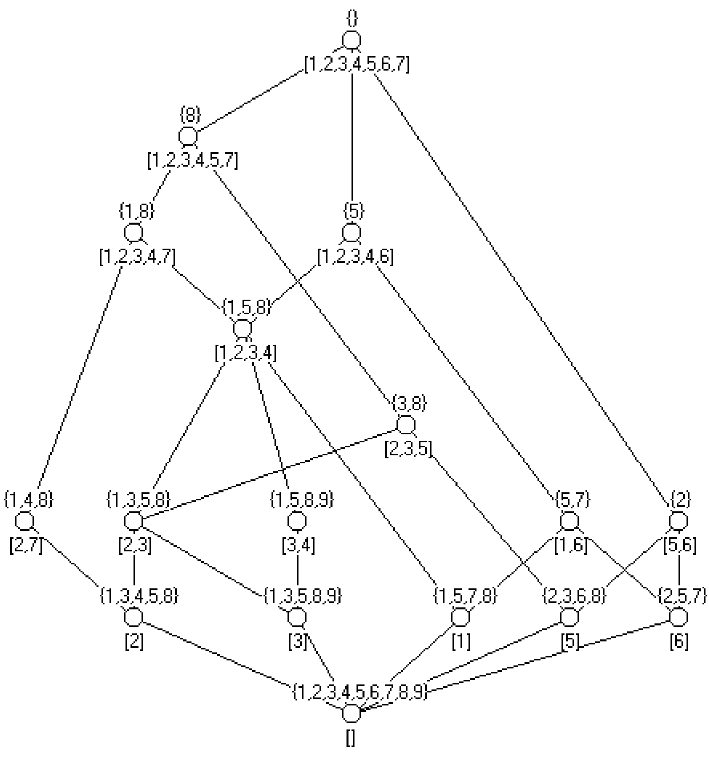
3. táblázat. 1. film: Halmazállapotok. Szaktudományi relációtábla

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
	íze van	szaga van	színe van	átlátszatlan	önálló alakja van	térfogata nem állandó	sűrűsége > víz	sűrűsége < víz	folyékonyabb a víznél	kevésbé folyékony, mint a víz
1. deszt. víz										
2. víz	+						+			+
3. ecet	+	+					+		+	
4. olaj	+	+	+					+		+
5. tej	+	+	+	+			+			+
6. méz	+	+	+				+			+
7. jég					+			+		
8. vízgőz						+		+		

4. táblázat. 2. film: Folyadékok. Szaktudományi relációtábla

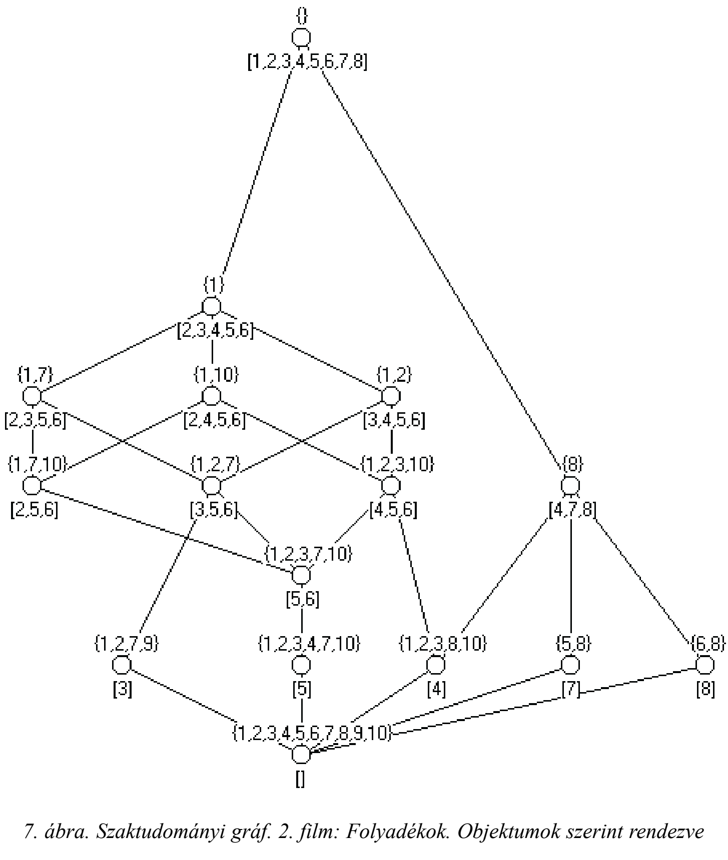
Pedagógiai értelemben ez a megtanítandó tananyag célrendszere. Lévén az itt szereplő taneszköz oktatófilm, a készítendő film célrendszere is ez. Látszik, hogy érdemes három külön filmet tervezni, hiszen közülük egy-egy önmagában is megáll. A Galois-gráfok készítésének – s így használatának is – kulcskérdése először a megfelelő reláció megtalálása. Ez esetünkben objektumok és tulajdonságaik, illetve folyamatok és folyamatjellemzők között sikerült. A második kulcskérdés a relációtábla összeállítása. Csak olyan táblát használhatunk, amelyben nincsen két azonos sor vagy oszlop. Tehát például ne legyen két objektum, amelynek ugyanazok a tulajdonságai, mert akkor nincs, ami különbséget tegyen e két objektum között.

Ugyanúgy nem vizsgálható két olyan tulajdonság, amelyek ugyanazokban az objektumokban fordulnak elő, mert akkor nincs, ami különbséget tegyen e két tulajdonság között.



6. ábra. Szaktudományi gráf. 1. film: Halmazállapotok. Objektumok szerint rendezve

Ez bizonyos szűrést jelent a kezdetben intuitív módon felvett adatok között. Adott esetben viszont újabb sort vagy oszlopot kell felvennünk a táblázatba, éppen a megkülönböztethetőség érdekében. Látjuk, hogy a három relációtábla már megfelel a követelményeknek. Mindegyikük alapján Galois-gráfot készítettünk. Mivel ezek tartalma megfelel a tudományos igazságnak, ezeket „szaktudományi gráf"-oknak neveztük el. Képüket mutatják a *6., 7.* és a *4. ábrá*k.



7. ábra. Szaktudományi gráf. 2. film: Folyadékok. Objektumok szerint rendezve

A három rövid, egyenként mintegy három perc vetítés idejű oktatófilm forgatókönyvét a kapott gráfok alapján írtuk meg, oly módon, hogy egy-egy snitt (vágás nélküli filmrész) a gráf egy-egy szögpontjának feleljen meg.

A filmváltozatok úgy készültek, hogy azonos szöveghez más-más képi környezetet fényképeztünk. Három fokozatban növeltük meg a képi redundanciát; ami a képen csak a legszűkebb, tanítandó jelenséget mutatta, azt „laborkörnyezet”-nek neveztük el; ahol a kép bizonyos hétköznapi környezetbe ágyazva, szereplő személlyel együtt láttatta a tanulni való ismeretanyagot, azt „köznapi környezet”-nek hívtuk; míg azt, amely a nagyobb, a jelenséget körülvevő környezetet is megjelenítette, azt „természeti környezet”-nek mondtuk. Így azután három rövid szövegre összesen kilenc film készült, az 1., 2. és 3. (Halmazállapotok, Folyadékok tulajdonságai és Az élőlények és a víz), mindegyik laboratóriumi, köznapi és természeti környezetben. Mindegyik film alapja a szaktudományi gráf volt.

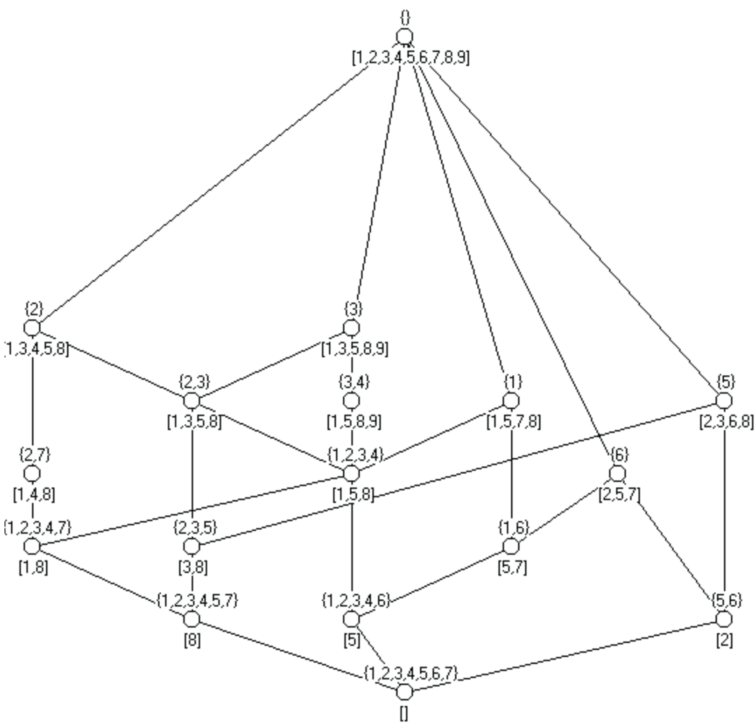
Jelen írásunk egyetlen valóságos esetet ismertet, de természetesen ugyanezek a szaktudományi gráfok lehettek volna egy tankönyv bizonyos részének alapjai, vagy bármely más taneszköz tervezésének kiindulásul szolgálhattak volna. Akár tanítási program gyanánt is tekinthető a szaktudományi gráf.

Ejtsünk még szót a szaktudományi gráfokban foglalt ismeretek és a vizsgálatunk idején fennállott hivatalos tananyagban foglalt ismeretek viszonyáról.

Az 1. film a Halmazállapotok című, melynek relációtáblájában az objektumoknak megfelelő helyen hét folyamat áll. Ezek közül öt – halmazállapot-változás, kettő pedig a desztillálás és az oldás. Kilenc tulajdonságot, illetve itt helyesebb kifejezéssel: folyamatjellemzőt vettünk tekintetbe. Ezek közül hat kezdeti vagy végső állapot. Kettő arra utal, hogy az illető folyamat energia-leadással, vagy -felvétellel jár-e, végül a kilencedik az, hogy a folyamat végbemehet-e tetszőleges hőmérsékleten. Ami a desztillálást illeti, a hivatalos tananyag több állítást tartalmazott a vízről, amelynél tisztázatlan volt, hogy azok desztillált vízre vonatkoztak-e, ugyanakkor a desztillálás nem volt tananyag az első osztályban. Mivel nézetünk szerint állításaink érvényességi körét közölni kell, ezt is belevettük a tanítandó ismeretek körébe, de terminus nélkül. Az oldás ugyancsak kívül esett a hivatalos anyagon, de mi az oldás és az olvadás közkeletű összetévesztésének megakadályozása miatt tartottuk fontosnak. A folyamatjellemzők közül a kezdeti és a végállapotok természetes módon adódtak. Az energia persze szintén nem elsős anyag, de a kisgyermeknek sok hétköznapi tapasztalata van ezzel kapcsolatban, például a forraláshoz a vizet kell melegíteni stb. Végül a párolgást a forrástól megkülönböztető „tetszőleges hőmérsékleten megy végbe” tulajdonságot/folyamatjellemzőt is tekintetbe vettük.

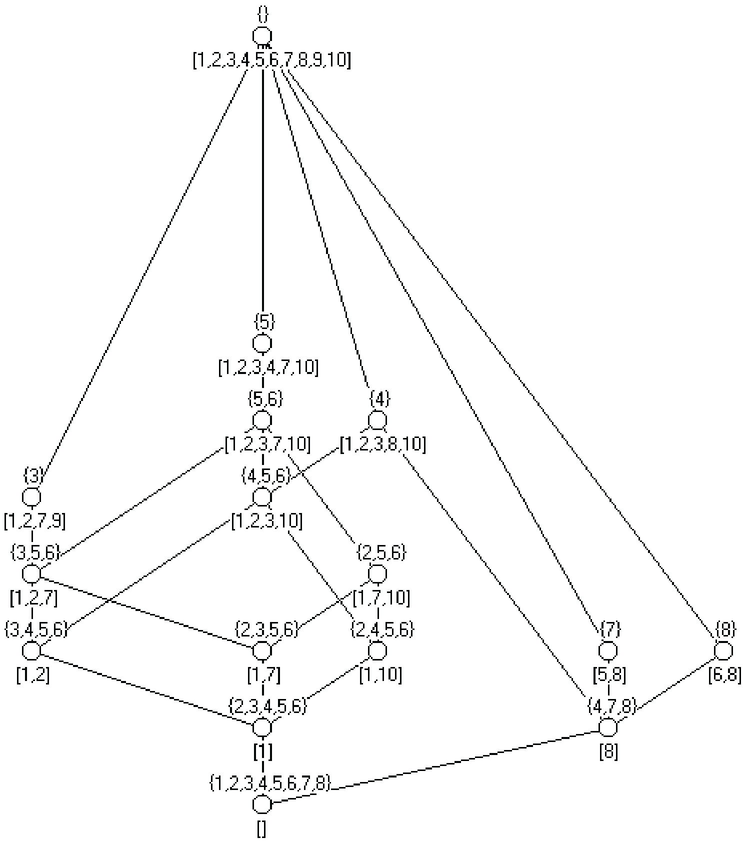
A 2. film a Folyadékok tulajdonságai című, melynek relációtáblájában nyolc dolog szerepel objektum gyanánt. Ezek közül hét hivatalosan is elsős anyag volt, mindössze a desztillált víz fogalmával bővült ez a halmaz. E nyolc dolognak kilenc tulajdonságát vettük tekintetbe. Az első négy: íz, szín, szag, átlátszóság. További kettő szükséges a folyadék és a gázhalmazállapot elmélyítéséhez: önálló alakja van, illetve önálló térfogata van. Az utolsó négy tulajdonság volt az, ami meghaladta az akkor érvényben lévő tananyagot. Úgy gondoltuk, hogy egyrészt a köznapi tapasztalat, másrészt a filmbeli megmutathatóság indokolja szerepeltetésüket. Az említett ismeretek közt van olyan, ami ma is hatodikos anyag, sőt olyan is, ami nem is középiskolai (viszkozitás). De, mint a továbbiakban látni fogjuk, a mérési eredmények igazolták a feltételezést, hogy a mondottakat a hatévesek igenis el tudják sajátítani.

A 3. film Az élőlények és a víz című, melynek relációtáblájában az objektumok helyén nyolc élőlény szerepel. Ezek közül a keszeg, a béka, a kutya, a kukorica és a bab: elsős anyag volt, de a hínár, a nád és a pióca nem. A tekintetbe vett tulajdonságok közül az első osztályban kellett tárgyalni az életéhez víz szükséges, vízben él, szárazföldön él, helyváltoztató mozgásra képes, végtagja van, utódait szoptatja tulajdonságokat. Nem volt elsős anyag: klorofillt termel, egyszikű, kétszikű. Ezen utóbbiakat bevezettük, de nem terminusokkal, hanem köznapi szavakkal történő körülírással.



8. ábra. 1. film: Halmazállapotok. Szaktudományi gráf. Tulajdonságok szerint rendezve

A *6., 7.* és *4. ábra* gráfjai az objektumok szerint elrendezettek. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért elkészítettük a tulajdonságok szerint rendezett Galois-gráfokat is. Ez a hat gráf alkotta a célrendszert. Lásd a *8., 9.* és *5. ábrá*kat.



9. ábra. 2. film: Folyadékok. Szaktudományi gráf. Tulajdonságok szerint rendezve

Az ismeretanyagot azonban felosztottuk úgynevezett kötelező és nem kötelező vagy más néven: összes ismeretre is. A nem kötelező ismeretnek tekintett tulajdonságok oszlopainak elhagyásával keletkező relációtáblákhoz tartozó szűkített Galois-gráfokat is elkészítettük. Ily módon mindösszesen 12 szaktudományi gráffal dolgoztunk.

A három film, illetve a három relációtábla, valamint gráf összesen 215 ismeretelemet dolgoz fel, a szűkített vagy kötelező ismeretek száma pedig 162.

2.2 A TANULÓI GRÁF

Valamely tanuló ismereteit úgy kívántuk megállapítani, hogy megnéztük: mennyire tudja reprodukálni a szaktudományi gráfot. Ezen azt kell értenünk, hogy a tanulótól a relációtáblát kértük számon, azaz az elemi ismereteket, mint például, hogy a békának van-e végtagja vagy nincs stb. A tanuló relációtáblája alapján elkészítettük az ő egyéni gráfját, hiszen a relációtáblája alapján a fejében lévő ismeret csak egy ilyen gráfnak felelhet meg.

A feladat tehát az volt, hogy megoldjuk a relációtáblák számonkérhetőségét. A fő gondot az okozta, hogy első osztályos gyerekekkel dolgoztunk, s a vizsgálat októberben történt. Ezért elég bonyolult előkészületeket kellett tenni. Mindenekelőtt előszűrést végeztünk annak érdekében, hogy megfelelő gyermekcsoportokat tudjunk kiválasztani. Azokat a kisgyermekeket ítéltük megfelelőnek, akiknek a figyelmét legalább negyedóráig le lehetett kötni, akik képesek voltak dolgok közös tulajdonságainak megfigyelésére, s akiknek meg tudtuk tanítani, hogyan kell kitölteniük a sorokból és oszlopokból álló táblázatokat. Végül fő kritérium volt, hogy a kiválasztott tanuló tudjon metszet és egyesítés műveletet végezni.

Hogyan lehetett az előszűrést úgy elvégezni, hogy az említett szempontoknak eleget tegyen?

A mérésben részt vevő osztályok tanítóinak elmondtuk, hogy mi a kérésünk, és ők – külön díjazással – elvégezték az alábbi előszűrést.

Az elsősöknek volt úgynevezett logikai készletük, amely piros, sárga, kék és fehér zsetonokból áll. Mindegyik színből van kerek, háromszög és négyszög alakú. Minden zsetonból van lyukas és nem lyukas. Az utóbbiakat „simá"-nak nevezték. Valamint az eddigi huszonnégyféle zseton előfordul egy kisebb és egy nagyobb változatban is. Így azután a készlet összesen negyvennyolc zsetonból áll. Ezekkel kapcsolatban feladatokat készítettünk. A tanító a *10. ábrá*n látható lapokat osztotta ki a gyerekeknek, A3-as méretben, színes nyomásban.

A gyerekek elővették saját logikai készletüket, s elkezdték megoldani a tanító által ismertetett feladatot, oly módon, hogy zsetonokat raktak ki a feladat szerint az előttük lévő papírlapra. Összesen hat feladatot kaptak, ezek a következők voltak:

KÉRDÉSSOR AZ ELŐSZŰRŐ FELMÉRŐLAPOKHOZ

Sorok szerint

1. Melyik piros és nagy? Rakd ki ezeket az első sorba, alak és simaság szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

2. Melyik kék és kicsi? Rakd ki ezeket ebbe a sorba, alak és simaság szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

10. ábra. Előszűrő mérőlap

3. Melyik sárga? Rakd a sárga nagyokat ebbe a sorba, a sárga kicsiket pedig ebbe, alak és simaság szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

Oszlopok szerint

1. Melyik kör és sima? Rakd ki ezeket az első oszlopba, szín és méret szerint, a megfelelő helyre!

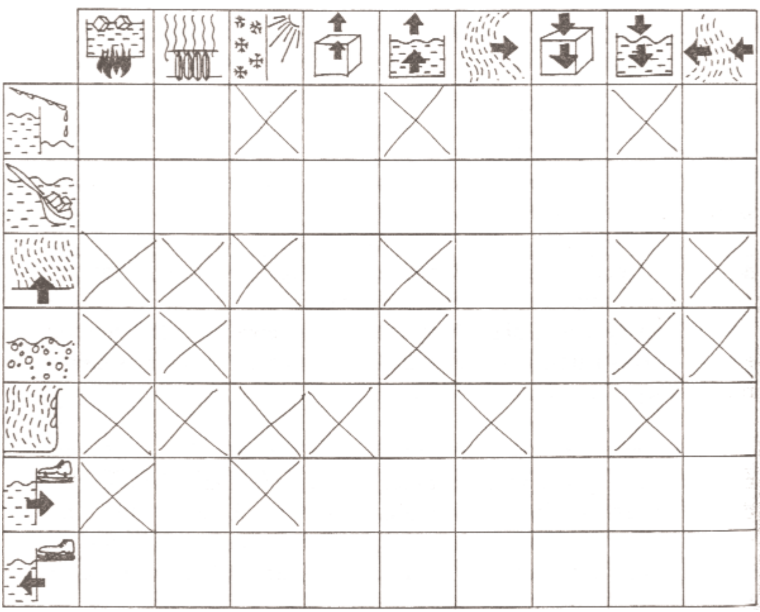
2. Melyik négyzet sima, és melyik négyzet lyukas? Rakd ki a sima

négyzeteket ebbe, a lyukas négyzeteket pedig ebbe az oszlopba, szám és méret szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

3. Melyik lyukas? Rakd ki a lyukas köröket ebbe, a lyukas négyzeteket ebbe, a lyukas háromszögeket pedig ebbe az oszlopba, szín és méret szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

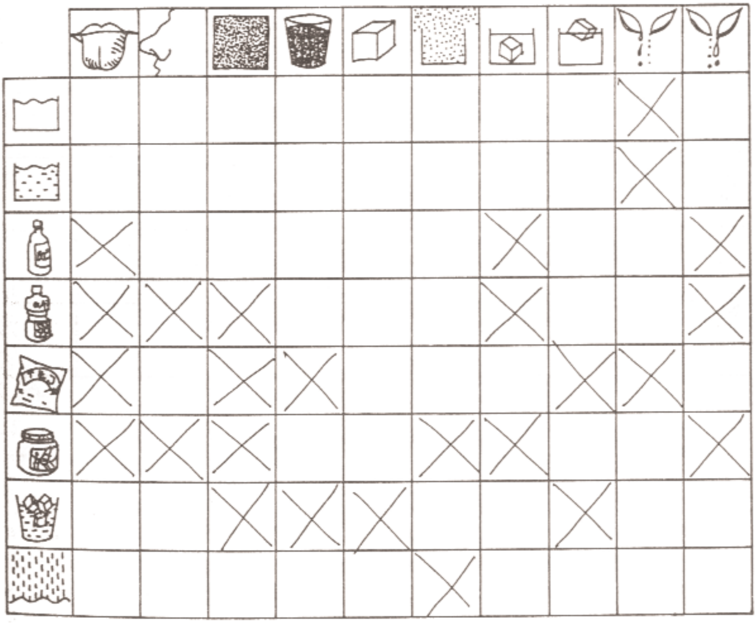
A feladatmegoldásról videofelvétel készült, ennek alapján végeztük az értékelést, amelynél a kiválasztás feltétele az volt, hogy a hatból 5 vagy 6, de legkevesebb 4 hibátlan megoldás legyen. Így kiválasztottunk három, egyenként 14 főből álló, körülbelül egyforma szinten lévő csoportot.

A mérés további része már nem az iskolában folyt. Csoportonként behoztuk az OOK-székházba a gyerekeket, ahol egy előadóteremben foglalkoztunk velük. A táblára nagyméretű relációtáblákat raktunk fel, mindhárom filmvariáció esetében ugyanazt a hármat. Minden tanuló megkapta ezek A3 méretű mását. Ezeket látjuk a *11.*, *12.* és *13. ábrá*kon.



11. ábra. Mérőlap: Relációtábla jelekkel. 1. film

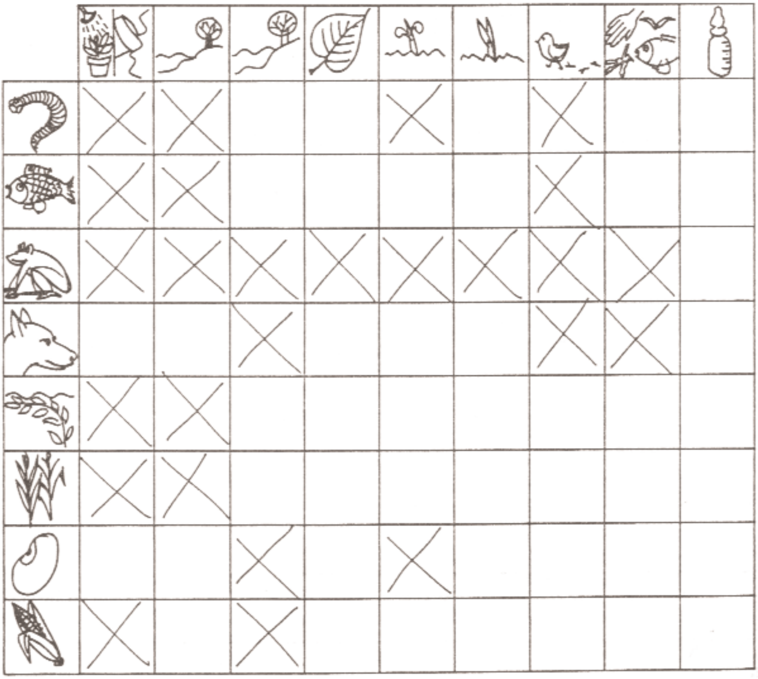
A három falitábláról ismertettük a jeleket. A jelek egy részét megnevezéssel értelmeztük (pl. végtag, olvadás, fagyás), más részét szókapcsolattal (pl. tiszta víz készítése), harmadik részét pedig leírással (pl. csírázáskor két levélke jelenik meg a föld fölött). Szemiotikai értelemben a felhasznált jelek önmaguk és objektumaik viszonyainak fő tartalma következtében elsődlegesen index jellegűek.



12. ábra. Mérőlap: Relációtábla jelekkel. 2. film

Az ikonikus jel analóg, a szimbolikus jel egyezményes jellegű (értelmének nevére vonatkozóan megegyezés szükséges). Bár a jelek fajtái nem határolhatók el teljesen egymástól, itteni használatukban eléggé meghatározó volt az index jelleg ahhoz, hogy az analóg jelleg túlságosan nagy segítő hatása a tanulói válaszadást ne befolyásolja.

Az előismeret mérését úgy végeztük, hogy a tanulók eddigi tapasztalataira hivatkozva, velük közös rendszerező munkával tudatosítottuk egy sor már meglévő ismeretüket, ezekhez néhány új szempontot is adva. Tanulói kísérletet vagy tanári demonstrációt nem alkalmaztunk. E frontális tanítás után egyénileg kérdeztük ki az előismereteket. Jóllehet ez már bizonyos tanítás utáni ismeretek mérése volt, ehelyütt a kérdéses aktust mégis előismeret-mérésnek kell neveznünk, mert az a film vetítése előtt történt, ugyanúgy, mint a tanórán. Minden csoport foglalkozása ugyanazt tartalmazta. Tulajdonképpen három órát tartottunk, az első óra végén a vonatkozó ismeretelemeket kikérdezve töltöttük ki a Halmazállapotok relációtáblát. A megfelelő négyzetbe kereszt került, ha a tanuló szerint az illető folyamat rendelkezik az illető folyamatjellemzővel. Például, ha a gyerek szerint az olvadásnál az anyag végső halmazállapota folyadék, akkor a megfelelő sor és oszlop metszésénél lévő négyzetbe került a kereszt; ha nem, akkor nem.



13. ábra. 2. Mérőlap: Relációtábla jelekkel. 3. film

A második órán a Folyadékok tulajdonságainak anyagát tanítottuk meg és kérdeztük ki hasonlóan, végül Az élőlények és a víz ismeretelemeit.

Azt tapasztaltuk, hogy a gyerekeknek nehézséget okoz a megfelelő sor és oszlop metszésében lévő négyzet megtalálása, ezért az első kísérletek után az egyéni kikérdezésre tértünk át. Egy tanár odaült a gyerekhez, s mintegy öt perc alatt kikérdezte őt a relációtábla minden rubrikájának megfelelő ismeretelem felől. A tanuló válasza alapján kitöltöttük a megfelelő helyeket a táblázatban.

Ezzel az előismeret mérése megtörtént. Az így kapott táblázatok tartalmi hibáit kijavítottuk, és az eredmények alapján, a lehetőséghez képest, három egyező előismeretű csoportot állítottunk össze. A tartalmi hibák javításának módja ugyanaz volt, mint az utóismereteké, ezért ezt majd ott részletezzük.

Frontális munkával, tanítási órai szituációban ismét megbeszéltük az ismeretanyagot, naponként egy-egy csoporttal. A már ismert jelekkel dolgoztunk, felhasználva a nagy relációtáblánkon látható rajzokat. Ezután következett a megfelelő film vetítése. A vetítés után közösen beszéltük meg a látottakat, s a figyelmet azokra az összefüggésekre irányítottuk, amelyekkel a gyerekek korábban kevésbé voltak tisztában. Azután másodszor is vetítettük a filmet. A második vetítés után az előismeret mérésével azonos módon kikérdeztük a gyermekeket. Válaszaikat ismét a tanulói ismeretet regisztráló relációtáblákon rögzítettük.

A három filmmel történő tanítás három tanítási óra alatt, egy-egy film kikérdezése egy tanulótól 5–8 perc alatt történt. Ismételten hangsúlyozzuk: egy-egy tanulócsoport számára vetített három filmrész mindig csak egy képi környezetben szerepelt, így az első napon a laboratóriumi, a másodikon a köznapi, a harmadik napon pedig a természeti környezetben fényképezett filmeket látta az Intézetbe ellátogató gyerekcsoport.

Az összes ismeret elsajátításának fokát vizsgálva, a százalékos arány filmenként a következőképpen alakult (lásd az *5. táblázat*ot!):

laboratóriumi változat

film	előismeret (%)	utóismeret (%)
1.	64,2	88,0
2.	74,4	93,5
3.	79,9	96,4

köznapi változat

film	előismeret (%)	utóismeret (%)
1.	72,1	87,5
2.	75,2	92,9
3.	79,6	95,9

természeti változat

film	előismeret (%)	utóismeret (%)
1.	69,3	85,1
2.	74,8	89,4
3.	77,7	93,9

5. táblázat. Az összes előismeret és utóismeret százalékban

Nézzük most – filmenként – a tudásnövekedést. Lásd a 6. táblázatot!

A tanulók ismereteit végül a tanulói ismereteket regisztráló relációtáblákon rögzítettük, azaz minden egyes gyermekről három relációtábla készült. Ezek alapján került sor az összes egyéni relációtáblából mint inputból a zárt részhalmazpárok listáinak kiszámítására. Majd megrajzoltuk az egyéni, individuális ismeretgráfokat.

1. film: halmazállapotok

filmváltozat	tudásnövekedés (%)
laboratóriumi	23,8
köznapi	15,4
természeti	15,8

2. film: folyadékok

filmváltozat	tudásnövekedés (%)
laboratóriumi	19,1
köznapi	17,7
természeti	14,6

3. film: élőlények

filmváltozat	tudásnövekedés (%)
laboratóriumi	16,5
köznapi	16,3
természeti	16,2

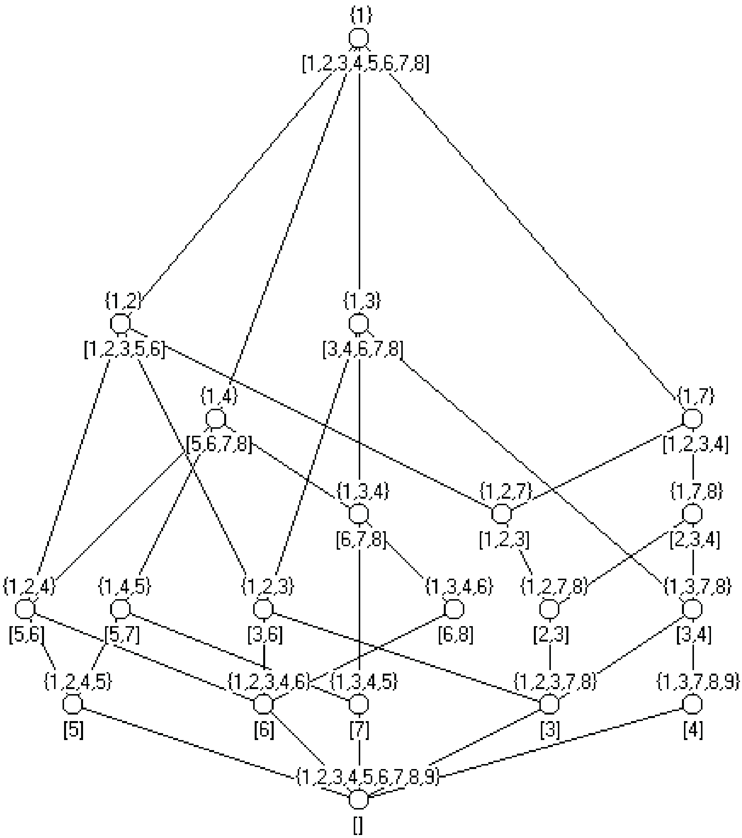
6. táblázat: A tudásnövekedés %-ban

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	életéhez víz kell	vízben él	szárazföldön él	klorofillt termel	kétszikű	egyszikű	helyváltoztató mozgásra képes	végtagja van	szoptat
1. pióca	+	+					+		
2. keszeg	+	+					+	+	
3. béka	+	+	+				+	+	
4. kutya	+		+				+	+	+
5. hínár	+	+		+	+				
6. nád	+	+	+	+		+			
7. bab	+		+	+	+				
8. kukorica	+		+	+	+				

7. táblázat: Hetényi Szabolcs tanulói ismeretet regisztráló relációtáblája.
3. film: Élőlények

Példaképpen Hetényi Szabolcs eredményét közöljük itt. Ő a laboratóriumi környezeti változatokat látta, s itt a 3. film, az Élőlények tanulói ismereteket regisztráló relációtábláját látjuk, s ennek alapján készített – összes ismeretet tartalmazó – gráfját. *(7. táblázat)*.

Ugyanennek a relációtáblának alapján készült tanulói ismeretgráfot mutat a következő, *14. ábra*.



14. ábra. Hetényi Szabolcs ismeretgráfja. 3. film: Élőlények. Objektumok szerint rendezve

2.3 AZ ELTÉRÉS PONTOZÁSA

A mérőlapok értékelése alapján először a tartalmi hibát állapítjuk meg.

A szaktudományi relációtáblát összehasonlítottuk a tanulói ismeretet regisztráló relációtáblával. Egy javított tanulói ismeretet regisztráló relációtáblát mutat a *7. táblázat.* E tanulói ismeretet regisztráló relációtáblákon kétféle helyen jelöltünk hibát:

– ha a tanuló szerint a reláció nem áll fenn, holott a szaktudományi relációtáblán igen;

– ha a tanuló szerint a reláció fennáll, holott a szaktudományi relációtábla szerint nem.

Mindkét esetben egy-egy hibapontot számítottunk. Így pontosan feltérképeztük, hogy a ténylegeshez képest ki-ki mennyivel kevesebb, illetve több (hamis) ismeretelemmel rendelkezik. Minden bekarikázott négyzetet egy tartalmi hibának minősítettünk. A tanulói ismeretet regisztráló relációtáblára H-jel mellé felírtuk a hibapontok számát, ezek a tartalmi hibák. A táblán látható K jellel a „nem kötelező" tulajdonságok oszlopainak elhagyásával megszámlált, kötelező ismeretekben ejtett hibapontokat jelöltük.

A 7. táblázaton a relációtáblán egyetlen kereszt van rossz helyen: az 5. sor 5. oszlopában van kereszt, ahelyett, hogy az 5. sor 6. oszlopában lenne. Ez tehát két hibapontot jelent, mivel egyik helyen többlet, míg egy másik helyen hiány van.

Minden tanulónál összesen 12 esetre nézve állapítottuk meg a tartalmi hibák pontszámát. Az általa látott filmváltozatra az 1., 2. és 3. filmre, rendre az előismeret és utóismeret hibapontjait, mind az összes, mind a kötelező ismeretre nézve. Minthogy egyfajta képi környezetben készült filmet – egy filmváltozatot – tíz tanuló látott, így ebből 120 adatot nyertünk, melyeket itt nem részletezünk.

Ezekből az adatokból készültek a tartalmi hibákat összefoglaló táblázatok.

Itt csak az összes ismeretről szólnak az adatok, s csak az utóismeretről (lásd a *8. táblázatot*!).

filmváltozat	film	hibapont átlag
labor	1.	7,6
labor	2.	5,2
labor	3.	2,6
köznapi	1.	7,9
köznapi	2.	5,7
köznapi	3.	3,0
természti	1.	9,4
természeti	2.	8,5
természeti	3.	4,4

8. táblázat. Összes utóismeret – tartalmi hibapont

Az értékelés második része a strukturális hibák megállapítása volt. Ehhez a tanulói relációtáblák alapján készített tanulói ismeretgráfokat vizsgáltuk meg minden szögpontjukra nézve. Az alábbi algoritmus szerint adtunk egy-egy hibapontot.

Első lépés: a tulajdonságok szerint rendezett ismeretgráf valamely szögpontjának megfelelő zárt tulajdonságcsoportnak nincs pontos megfelelője a szaktudományi gráfon.

Második lépés: a tulajdonságok szerint rendezett szaktudományi és ismeretgráfon valamely szögpontnak megfelelő zárt tulajdonságcsoport pontosan megegyezik, de a hozzájuk tartozó objektumcsoportok nem.

Harmadik lépés: a tulajdonságok szerint rendezett szaktudományi gráf valamely szögpontjának megfelelő zárt tulajdonságcsoportnak nincs pontos megfelelője az ismeretgráfon.

Negyedik lépés: a tulajdonságok szerint rendezett szaktudományi és ismeretgráfon valamely szögpontnak megfelelő zárt objektumcsoport pontosan megegyezik, de a hozzájuk tartozó tulajdonságcsoportok nem.

Az eljárást a tanulói ismeretgráf minden pontja esetében elvégezzük.

E négy lépésben kapott hibapontokat összeadjuk, és ezt az összeget S_1-gyel jelöljük. Az így kapott szám alkotja a strukturális hiba egyik összetevőjét.

Az eljárás második fele ugyanilyen négy lépésből áll, csak itt az objektumok szerint rendezett gráfokkal dolgozunk. Az itt kapott hibapontokat is összeadjuk, s a kapott összeget S_2-vel jelöljük, ez alkotja a strukturális hiba másik részét.

A strukturális hiba tehát: $S = S_1 + S_2$

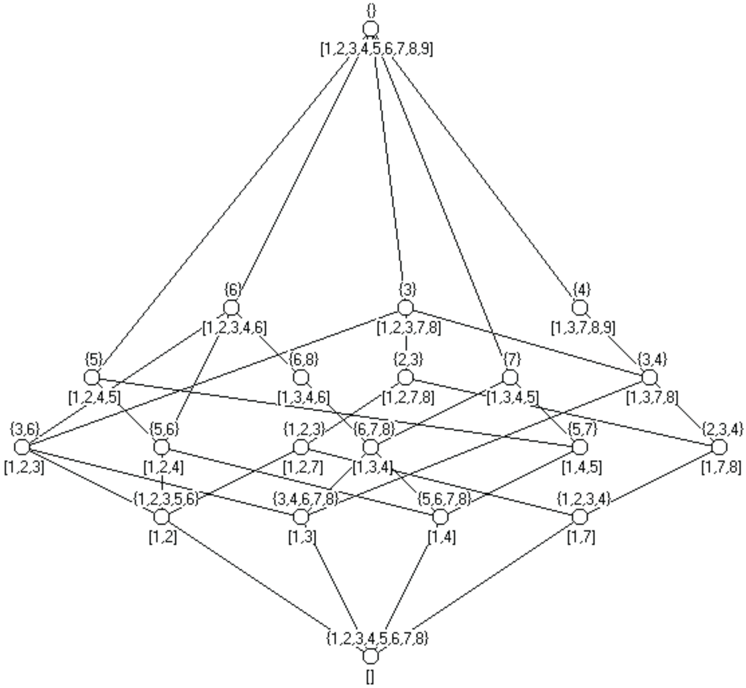
Tanulónként 12 ismeretgráfot vizsgáltunk.

Ezek a következők voltak:

1. film: Halmazállapotok	Összes ismeret	Objektumok szerint
		Tulajdonságok szerint
	Kötelező ismeret	Objektumok szerint
		Tulajdonságok szerint
2. film: Folyadékok	Összes ismeret	Objektumok szerint
		Tulajdonságok szerint
	Kötelező ismeret	Objektumok szerint
		Tulajdonságok szerint
3. film: Élőlények	Összes ismeret	Objektumok szerint
		Tulajdonságok szerint
	Kötelező ismeret	Objektumok szerint
		Tulajdonságok szerint

Természetesen egy tanuló csak egyfajta képi környezetben készült filmeket látott.

A példaként közölt Hetényi Szabolcs-féle ismeretgráfon, a *12. ábrá*n, kilenc strukturális hiba van. A tanuló gráfján a második emeleten a bal oldalon az első és második szögpont nem felel meg a szaktudományi gráfnak. Ezenkívül a szaktudományi gráf második emeletének bal oldali első és harmadik emeletének bal oldali első szögpontja nincsen meg pontosan a tanuló gráfján. Mindez csak az objektumok szerint rendezett gráfról szól. Ezért $S_1 = 4$. A strukturális hibapontok másik része, szám szerint öt pedig a tulajdonságok szerint rendezett tanulói ismeretgráfból adódott. Ezt láthatjuk, ha tanulmányozzuk a *15. ábrá*t, amely a nevezett tanuló tulajdonságok szerint rendezett ismeretgráfja.



15. ábra: Hetényi Szabolcs ismeretgráfja. 3. film: Élőlények. Tulajdonságok szerint rendezve

Az ábráról öt különbség olvasható le. A tanuló gráfján a második emeleten balról az első és a harmadik, valamint a harmadik emeleten balról az első szögpont nem felel meg pontosan a szaktudományi gráfnak. Ez három hiba. Ezenkívül a szaktudományi gráf második emeletén balról a második és a harmadik emeleten balról a harmadik nincsen meg pontosan a tanuló gráfján. Ez újabb két hiba. Így tehát $S_2 = 5$. Azaz

$S = S_1 + S_2$
$S = 4 + 5 = 9.$

A strukturális hibák összefoglalását látjuk a *9. táblázat*on.

Nem adtuk össze a tartalmi és strukturális hibákat, mert mindkét fajtának más-más, egyaránt fontos szerepe van. Az egyik fajta ugyanis az adatszerű ismereteket, míg a másik az általánosításból eredőket mutatja.

Elemezzük most a mérés eredményeit. Lássuk először a tartalmi hibákat!

Az összes ismeret elsajátításának foka 85,1 és 96,4 % között volt,

filmváltozat	film	hibapont átlag
labor	1.	29,7
labor	2.	24,1
labor	3.	16,6
köznapi	1.	39,1
köznapi	2.	27,9
köznapi	3.	16,4
természeti	1.	38,1
természeti	2.	33,9
természeti	3.	25,0

9. táblázat: Összes utóismeret – Strukturális hibapont átlag

míg a tudásnövekedés (az előismeret és az utóismeret közötti különbség) 14,6 és 23,8 % között mozgott.

Látjuk, hogy mindhárom film esetén a laboratóriumi változatot néző gyerekek tudásának növekedése volt a legnagyobb. Ezzel igazoltuk hipotézisünket, és azt is megállapítottuk, hogy a különböző képi környezetben készített filmváltozatok közül a legkevésbé redundáns, vagyis a laboratóriumi változat a leghatékonyabb.

A mérés értékelésének második részében a strukturális hibákat elemeztük. A strukturális elemzés minőségileg újat ad a megszokott statisztikus módszerekhez képest. Ugyanis minden egyes tanulóra vonatkozólag betekintést kapunk általa az elemi ismeretekből felépülő ismeretrendszerbe is. Ezenfelül az elbírálás objektív, mivel összehasonlítási alapunk a szaktudományi gráf.

Lássuk most, hogyan alakultak a strukturális hibák pontszámai! Itt az $S = S_1 + S_2$. Elemezzük most a strukturális hibák tükrében a három filmváltozat hatását.

Mindhárom film esetében a laboratóriumi változattal történő tanítás esetében értük el az összes ismeretben a legkevesebb strukturális hibát.

Ugyanígy végigelemeztük mind a tartalmi, mind a strukturális hibák alapján a csak kötelező ismeretek gráfjait is; ezeknél a tendenciák megegyeztek az összes ismeretek vizsgálatánál tapasztaltakkal. Fontos ismereteket nyertünk például a szöveg nélküli képi általánosításra nézve is, de mivel ezek nem tartoznak jelen írásunk tárgykörébe, itt nem fejtjük ki őket.

Végül közüljük a mérési eredmények hibapont-összefoglaló táblázatát.

	1. film				2. film				3. film				mindhárom			
	összes		kötelező		összes		kötelező		összes		kötelező		összes		kötelező	
	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str
laboratóriumi	7,6	29	2,8	12	5,2	24	3,5	14	2,6	16	0,5	4	15	76	6,8	30
köznapi	7,9	39	3,4	14	5,7	27	4,7	19	3,0	16	1,4	9	16	83	9,5	42
természeti	9,4	38	3,5	15	8,5	33	4,8	18	4,4	25	1,8	14	22	97	10	47

10. táblázat. A mérési eredmények hibapontjait összefoglaló táblázat

Összefoglalva az individuális gráfokról írtakat, megmutattuk, hogy a tanítandó tananyag egy részét kiszemelve és Galois-gráffal strukturálva egyrészt taneszközt készítettünk, másrészt mérni tudtuk a tanulók ismereteit is. E mérés két részből tevődik össze. Amit tartalmi hibának hívtunk, az a hagyományos módon az ismeretek százalékos arányát mutatja. Ami új, s amit strukturális hibának mondtunk, az a gyermek fejében levő ismeret szerkezetének vizsgálata. Megnéztük, hogy a tanított anyagrész szaktudományi fogalmainak rendje és kapcsolata mennyire tükröződik a tanítványok tudásában. Itt egy hallgatólagos előfeltevés van. Nevezetesen, hogy nem szükséges a tanítás előtt a pedagógiai szempontú átstrukturálás, ha a tudomány egy szeletét tanítani kívánjuk. Az életkori sajátosságokat, a tanítás pszichológiai szempontjait nem a tananyag átrendezése által kell érvényesíteni. Olyan és akkora részt kell kiválasztani a nagy tudományos rendszerből, amely megfelel e követelményeknek. Mégpedig azért, mert a tanulás folyamán a gyermek agyában képződő lenyomat megmarad[8], s ehhez épül hozzá a többi, későbbi tudás, így később nem kell energiát fordítani a már egyszer tanultak „tudományosra” visszarendezésére. Másképpen fogalmazva – hitünk szerint – a tanítás kezdetétől, azaz bármilyen kisgyermekkortól, a hiteles, tudományos igazságot kell tanítani. Persze jól megválasztva, hogy melyiket és mennyit.

Mind a tartalmi, mind a strukturális hibákat egyénileg, individuálisan bíráltuk el. Ez az elbírálás százszázalékosan objektív, hiszen a tudást a szaktudomány tényeihez viszonyítottuk. Így a szubjektív vagy relatív értékelés teljesen elkerülhető volt. Az ismertetett eljárás azonban bármilyen taneszköz tervezésére alkalmazható. Tankönyv is készülhet úgy, hogy az ismeretanyagot Galois-gráfokkal rendezzük el. Egy kutatás során az utóbbinak a fordítottja is megtörtént. Azaz már meglévő tankönyveket vizsgáltunk, és a bennük foglalt struktúrát tártuk fel. Általában igaz, hogy fogalmak szerkezete, amelyet egy gráf mutat, felhasználható úgy is, hogy belőlük struktúrát építünk, de úgy is, hogy már meglévő struktúrát vizsgálunk, elemzünk.

Visszatérve a taneszközkészítésre, azt is vegyük tekintetbe, hogy magát a taneszközt ugyanolyan módszerrel terveztük, mint amellyel a tudást mértük! Az egységes eljárás gazdaságosságán túlmenően vegyük észre a tudományos esztétikát, e homogenitás szépségét is!

E fejezetben, az individuális gráfok kapcsán azt láttuk, hogy a tanítandó tananyag egy része Galois-gráfos struktúrában adható meg.

2.4. MŰVELTSÉGTERÜLETEK – TANTÁRGYAK

Itt bemutatunk egy példát a már meglévő struktúrák vizsgálatára.

A Nemzeti Alaptanterv tíz műveltségterületre osztja a tanítandó ismereteket; ezek a hagyományos iskolai tantárgyak közül tizennégyet ölelnek fel. Ennek a két struktúrának a viszonyát vizsgáltuk meg.

Az iskolában, a tényleges órán tantárgyat tanítunk. Így a műveltségi területek tanítása tantárgyakban realizálódik. Csakhogy „...a műveltségi területek különböző módon szervezhetők tantárgyakká”. (NAT, Korona Kiadó, Budapest, 1995, 9. p.) Ez azt az előfeltevést jelenti, hogy egy-egy műveltségi terület több tantárgyat is magában foglal (foglalhat), azaz komplexebb, mint egy tantárgy. Ilyen értelemben, ami komplexebb, az jobb is.

Megvizsgáltuk, hogy egy „bizonyos műveltségi terület ismeretanyagát bizonyos tantárgyban tanítjuk”, jelekkel

$m_i \rho t_j$, ahol
m_i $i = 1,...,10.$ $\Leftarrow$ műveltségterületek
t_j $j = 1,...14.$ $\Leftarrow$ tantárgyak

reláció alapján milyen strukturális összefüggések adódnak a műveltségi területek és a tantárgyak között, s hogy az előbbiek valóban komplexebbek-e, mint az utóbbiak.

A *11. táblázat*ban azt látjuk, hogy a 2., 3. és 6. sor mindegyikében csak egy kereszt szerepel, és ahol a kereszt van, az a maga osz-

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	idegen nyelv	történelem	matematika	fizika	kénia	rajz és mûalk.	ének-zene	testnevelés	pályaorientáció	magyar nyelv és irod.	környezetismeret	földrajz	biológia	technika
1. anyanyelv										+				
2. idegen nyelv	+													
3. matematika			+											
4. földünk környezete												+		
5. informatika														+
6. testnevelés								+						
7. ember és társadalom		+								+		+	+	
8. ember és természet				+	+						+	+	+	
9. művészetek						+	+			+				
10. életvitel és gyakorlat									+		+		+	+

11. táblázat. Tantárgyak – műveltségterületek (relációtáblázat) lopában is egyedül áll. Mivel a sorrend önkényes, ez a három sor nem különbözik egymástól, így azokat azonosnak vesszük.

Ugyanez a helyzet az 1., 3. és 8. oszlopokkal is, a 4. és 5. oszlop, a 6. és 7. oszlop pedig teljesen azonosak. Az azonos, vagy legalább a mi szempontunk szerint azonos sorok és oszlopok egybeejtésével adódik a *12. táblázat.*

						új számok					
új számok		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		1, 3, 8	2	4, 5	6, 7	9	10	11	12	13	14
1	1						+				
2	6, 3, 2	+									
3	4								+		
4	5										+
5	7		+				+		+	+	
6	8			+				+	+	+	
7	9				+		+				
8	10					+		+		+	+

12. táblázat. Relációtáblázat új jelölésekkel

Ekkor a 10 és 14 elemű halmazok helyett 8, illetve 10 eleműeket kaptunk. Az eredmények értelmezésénél figyelembe vesszük az egybeeséseket.

Matematikailag egy nyolcelemű és egy tízelemű halmaz elempárai közti bináris relációról van szó:

$M(m_1,..., m_8)$
$T(t_1,...t_{10})$
$R \subset M^x T$, ahol bármely $m_i \rho t_j$ lehet,
Ha $m_i \in M$, $t_j \in T$, ha $(m_i, t_j) \in R$.

A műveltségi terület egy $M_c \subset M$ részhalmaza zárt, ha nem bővíthető anélkül, hogy a mindegyik műveltségi terület keretében tanított közös tantárgyak száma ne csökkenne. Például:

$$[6,8] \sim \{7,9\}.$$

A tantárgyak egy $T_c \subset T$ részhalmaza zárt, ha nem bővíthető anélkül, hogy a mindegyik tantárgyat magában foglaló közös műveltségi területek száma ne csökkenne. Az M és T halmazok zárt részhalmazai kölcsönösen megfeleltethetők egymásnak. Ezt mutatja a *13. táblázat.*

E zárt részhalmazpárok halmaza az R reláció Galois-halmaza, amely egy gráfot, úgynevezett Galois-gráfot ad, amelyet a *16. ábrá*n látunk. Az ábráról közvetlenül le lehet olvasni a műveltségi területek komplexitását, de ugyanakkor a tantárgyak komplexitását is.

zártak			
1	[1, 5, 7]	~	{6}
2	[2]	~	{1}
3	[3, 5, 6]	~	{8}
4	[4, 8]	~	{10}
5	[5]	~	{2, 6, 8, 9}
6	[5, 6]	~	{8, 9}
7	[5, 6, 8]	~	{9}
8	[6]	~	{3, 7, 8, 9}
9	[6, 8]	~	{7, 9}
10	[7]	~	{4, 6}
11	[8]	~	{5, 7, 9, 10}
	műveltségterület		*tantárgy*

13. táblázat. Zárt részhalmazpárok

16. ábra. Tantárgyak – műveltségterületek Galois-gráf

Összefoglaljuk az ábrán látható tanulságokat.

1. Három olyan műveltségterület van – az Anyanyelv, Földünk és környezete és az Informatika –, amelyet csak egy-egy tantárgyban tanítunk – ezek rendre a Magyar, a Földrajz és a Technika –, de ez a tantárgy komplexebb, mint a hozzá tartozó műveltségterület. Ha tehát egy ismeretkört annál jobbnak tekintünk, minél több ismeret tartozik bele, akkor nem érdemes külön az Anyanyelvet bevezetni. Ugyanúgy a Földünk környezete és az Informatika nevű műveltségterület bevezetése is szükségtelen.

2. Két olyan tantárgy van – a Történelem és a Pályaorientáció –, amely csak egy műveltségterület keretében fordul elő – Ember és társadalom, Életvitel és gyakorlat –, de az a műveltségterület komplexebb, mint a hozzá tartozó tantárgy.

3. A Matematika, az Idegen nyelv és a Testnevelés ugyanaz, akár tantárgynak, akár műveltségterületnek nevezzük.

4. A Fizika és a Kémia csak az Ember és természet műveltségterület keretében fordul elő, így szinte egy tantárgy a kettő.

5. A Rajz és az Ének csak a Művészetek műveltségterület keretében fordul elő, így ez a kettő is szinte egy tantárgy.

6. Valójában komplex a következő négy műveltségterület: Ember és társadalom; Ember és természet; Életvitel és gyakorlat; Művészetek. Ezek mindegyike több hagyományos tantárgyból épül fel.

7. Noha eredetileg nem volt célunk, mégis azt találtuk, hogy a tantárgyak közt is vannak komplexek, mégpedig szám szerint ugyanannyi, mint a műveltségterületek közt, azaz négy. Ezek: Magyar; Biológia; Földrajz; Technika.

Ezek mindegyike több műveltségterületet ölel fel.

8. A tantárgyak bevezetésének időbeli sorrendjét sugallja, hogy a növekvő komplexitás irányában haladunk: Magyar, Földrajz, Biológia, Technika; Rajz, Ének; Történelem, Fizika, Kémia, Pályaorientáció.

Azaz a tantárgyak csoportjait három lépcsőben, fokozatosan célszerű bevezetni.

9. A Matematika, az Idegen nyelv és a Testnevelés tanítása végig lineárisan történhet, minthogy ezek nem épülnek más ismeretkörökre (a nekik megfelelő gráf-szögpont közvetlenül kapcsolódik a legfelső ponthoz), ami nem jelenti azt, hogy ennek fordítottja is igaz lenne (azaz más ismeretek épülhetnek rájuk).

10. Az egész vizsgálat fő következtetése, hogy jónak tekinthető-e a műveltségterületek NAT-beli jelen struktúrája.

Ha azt az ismeretkört mondjuk jobbnak, amelyik komplexebb, akkor a jelenlegi, műveltségterületek szerinti, illetve a hagyományos, tantárgyak szerinti felosztás egyenértékűnek mondható, mivel mind a tantárgyak, mind a műveltségterületek közt négy komplex található.

Ha a vizsgálatot elvégezzük úgy, hogy a tantárgyak közül kihagyjuk a Környezetismeretet, mivel az Biológiából, Kémiából, Fizikából, Földrajzból és néhány gyakorlati ismeretből összerakott tantárgy, akkor még tisztábban körvonalazódik a helyzet. *(14. és 15. táblázat, 17. ábra)*

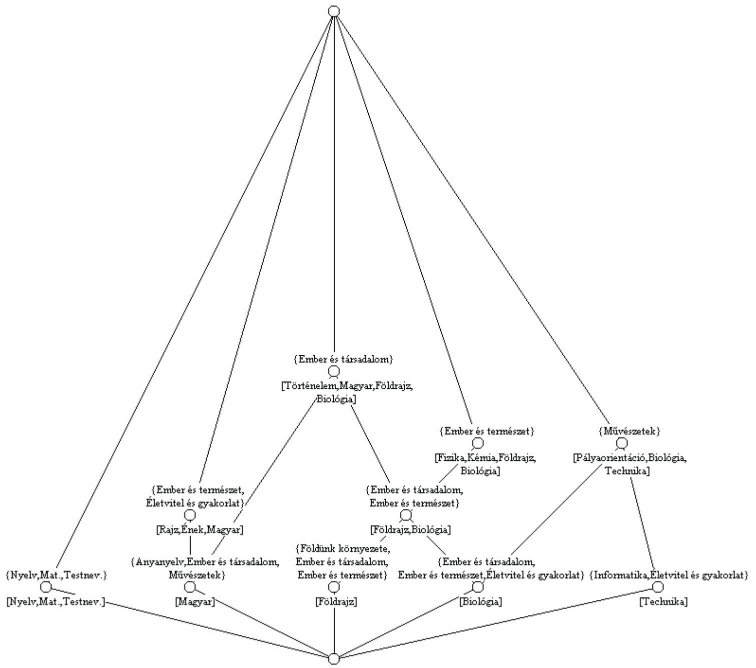
	idegen ny., matematika, testnevelés	történelem	fizika, kémia	rajz, ének	pályaorientáció	magyar	földrajz	biológia	technika
anyanyelv						+			
idegen ny., mat., testn.	+								
Földünk környezete							+		
informatika									+
ember és társadalom		+				+	+	+	
ember és természet									
művészetek				+		+			
életvitel és gyakorlat					+			+	+

14. táblázat. Tantárgyak – műveltségterületek. Környezetismeret nélkül (Relációtábla)

zártak			
1	[1, 5, 7]	~	{6}
2	[2]	~	{1}
3	[3, 5, 6]	~	{7}
4	[4, 8]	~	{9}
5	[5]	~	{2, 6, 7, 8}
6	[5, 6]	~	{7, 8}
7	[5, 6, 8]	~	{8}
8	[6]	~	{3, 7, 8}
9	[6, 8]	~	{4, 6}
10	[7]	~	{5, 8, 9}

15. táblázat. Zárt részhalmazpárok. Környezetismeret nélkül

Nevezetesen, hogy az Idegen nyelv, a Matematika és a Testnevelés mindkét felosztásban ugyanaz, és hogy a Kémia és a Fizika, valamint az Ének és a Rajz azonosnak vehető. És legfőbb tanulságként: komplex tantárgyak a Magyar, a Földrajz, a Biológia és a Technika. Komplex műveltségterületek az Ember és társadalom, az Ember és természet, az Életvitel és gyakorlat, valamint a Művészetek. Azaz ugyanannyi a komplex tantárgyak, mint a komplex műveltségterületek száma.



17. ábra. Tantárgyak – műveltségterületek. Környezetismeret nélkül (Galois-gráf)

Amennyiben egy tantárgyat akkor mondunk jobbnak egy másiknál, ha több műveltségterületet foglal magába, és egy műveltségterületet akkor mondunk jobbnak egy másiknál, ha több tantárgyat involvál – és ekkor az egyiket komplexebbnek nevezzük a másiknál –, akkor megállapíthatjuk, hogy a tanítandó ismeretanyag tantárgyakra vagy műveltségterületekre való NAT-beli ilyetén felosztása körülbelül egyformán jó. Hiszen a nagyjából egyenlő számú tantárgy és műveltségterület közül egyenlő számúak a komplexek is.

A magunk részéről ez a hozzászólásunk a NAT körül zajló, egyébiránt cseppet sem termékeny vitákhoz. Hiszen az egyes műveltségterületek elsajátíttatását az iskolán belül úgyis a tantárgyak tanításával valósítjuk meg. Az Olvasó pedig tekintse a Galois-gráffal való szerkezetelemzés egy példájának, amely láthatóan mentes az esetleges politikai előítéletektől, s egészében objektív.

3. KOLLEKTÍV GRÁFOK

3.1. A TANULÓK-FELADATOK GRÁF

Az előzőekben megismerkedtünk az individuális, egyéni gráfokkal, amelyek egy-egy tanuló ismereteit és ismeretstruktúráját ábrázolják. Ezek alkalmasak a hagyományos osztályozásra, azaz az ismeretszint mérésére, de egyúttal a tanuló tudásának szerkezetét is jelzik.

A következőkben azt mutatjuk meg, hogy Galois-gráfok használhatók ismeretek mérésére úgy is, hogy nem valamely egyén, hanem egy csoport kap egy gráfot, egy olyan csoport, amelynek tagjai valamilyen szempontból közös tulajdonságokkal rendelkeznek. Ez a fajta elbírálás egy tanulóközösség tudásszerkezetét adja meg, s ezzel segítheti a tanár további munkáját. Látni fogjuk azonban, hogy a módszer egyúttal tanítási stratégia kidolgozására is lehetőséget teremt.

Vegyük alapul a következő relációt! A tanulók valamely halmaza az egyik alaphalmaz. A másik a feladatoké. Ezt úgy kell megkonstruálni, hogy az egyes feladatokat részekre bontjuk – csak az értékelés szempontjából, tehát erről a tanulók nem is kell, hogy tudjanak –, mégpedig olyan egyszerű, kisebb részekre, amelyeket el lehet bírálni „jól megoldotta” vagy „nem oldotta meg jól” ítélettel. Például egy számításos fizika példában, a tanár belátása szerint, külön feladatrésznek tekintheti a megadott adatok jó felismerését, a szükséges formula jó felidézését, a formulába való behelyettesítést és az ismeretlen adat(ok) abból való kiszámítását (az egyenletrendezést, illetve a számértékek meghatározását), a mértékegységek kezelését stb. Az alábbiakban majd egy valóságos mérést idézünk fel, ebben hat példát bontottunk kilenc részre. Nevezzük a továbbiakban ezeket az elemi feladatokat „feladat”-nak. Relációnk ez esetben a következő: bizonyos tanuló bizonyos feladatot jól megoldott.

Formálisan
$T(t_1, t_2,...t_n)$ és
$F\ (f_1, f_2,...fm)$ az alaphalmazok, és bármely
$T_i\ p\ f_j$ lehet, ha $t_i \in T$ és $f_j \in F$ és $(t_i, f_j) \in G$, ahol
a $G \subset T^x F$ relációt értelmeztük, s keressük a G reláció Galois-halmazát.

Azaz bármely tanuló bármelyik feladatot megoldhatja jól. És keressük a tanulók és a feladatok zárt részhalmazainak listáját.

A rövidség kedvéért gyakran – a reláció és a Galois-halmaz fogalmának pontos felidézése helyett – csak annyit mondunk, hogy a „tanulók-feladatok”-ról van szó.

Nézzük meg, miből alakul ki egy „tanulók-feladatok” relációtábla! Minthogy az iskolában osztályközösségben dolgozunk, természetes halmazként adódik a tanulókra egy osztály. Illetve egy fél osztály, mert a dolgozatot általában A és B csoportban íratjuk (a reál tárgyakból). Tehát relációtáblánk soraiban egy-egy tanuló neve áll majd. A probléma akkor áll elő, ha egynél több tanuló akad, aki ugyanazokat a feladatokat oldotta meg jól. Ilyen esetben mindazokat a tanulókat, akiknek azonosak a jó feladatmegoldásaik, azonosnak tekintjük, és egyetlen sorral reprezentáljuk, hiszen a mérés szempontjából semmi nem különbözteti meg őket.

A relációtáblázat oszlopaiban – a fent írt módon értelmezve – a feladatok állnak.

A továbbiakban ismertetjük azt a kutatást, amelynek során a „tanulók-feladatok” mérésre sor került.

A ’FILM (Fizikatanítási Ismerethordozók Lépcsőzetes Modulrendszere)’ című ötéves kutatási témáról van szó.[19] Ez a 6. Kutatási főirány keretében 2.2.2.8. kódszámon került kidolgozásra. A kutatás időintervalluma 1976–1980 közöttre esett. A kutatóhely az Országos Oktatástechnikai Központ (Veszprém) volt. A kutatás koordinátora: Földi Etelka, tudományos tanácsadói: Kedves Ferenc és Szücs Ervin egyetemi tanszékvezető professzorok; együttműködői: a Juhász Gyula Tanárképző Főiskola Fizika Tanszékének és 1. sz. Gyakorló Általános Iskolájának fizika szakvezető tanáraiból álló kutatócsoport, továbbá az Országos Pedagógiai Intézetből Joó András (6), valamint 11 fő gyakorló pedagógus. Utóbbiakról annyit, hogy az 1978-as tantervi reform kapcsán készülő új tantervű fizika tankönyvsorozat kísérleti kipróbálása megyénként egy iskolában folyt, s ezek közül a kollégák közül került ki a mi kísérletünkben is részt vevők csapata. Magát az új tankönyvsorozatot a szegedi kollégák írták, s voltaképpen az ő munkájukhoz csatlakoztunk, mert az OOK-ban intézeti- és reformtankönyvek új audiovizuális anyagokkal történő ellátása volt a fő feladatunk.

A reform új tanterve addig nem tanított, az iskolák, illetve pedagógusok számára új ismereteket tartalmazott, s ezekhez filmek, diasorozatok, írásvetítőtranszparens-sorozatok kifejlesztése csatlakozott, összehangolva az új tankönyvvel, az akkori TANÉRT-ben kifejlesztett kísérleti eszközökkel.

Erre az időszakra – a hetvenes évek végére – esett Magyarországon az oktatástechnológia meghonosodásának kezdete is. A munkát nem rutinból végeztük, hiszen egy-egy új anyag kifejlesztése egyszersmind kutatást is jelentett, mert jóllehet Intézetünket az UNESCO támogatta, és nyugati országokból is sok segítséget kaptunk, de ez zömében műszaki-technikai jellegű volt. Átvettünk ugyan elméleti munkákat is, ám ezek túlságosan általánosnak bizonyultak, főleg pedig nem vették tekintetbe a tanítás szakmai-tudományos tartalmát, még kevésbé a reformtanterveket. Ami a kemény, matematikai módszereket illeti, ezek szóba sem kerültek az Amerikai Egyesült Államokból, Angliából, Hollandiából hozzánk átszármazott audiovizuális tervezési módszerekben. Így amikor az új szaktudományi tartalomhoz új tantervek és tankönyvek készültek, s ezekhez az OOK-ban új audiovizuális anyagokat fejlesztettünk, joggal merültek fel megválaszolatlan kérdések, s ezekre igyekeztünk, a fejlesztéssel párhuzamosan, saját kutatásainkkal válaszokat keresni és találni.

Kutatási tervünkben a kutatás célja a következő volt: „Az 1978-ban induló új tantervű 6., majd 7. és 8. osztályos fizikához filmek, diasorozatok, transzparens sorozatok és ezekhez módszertani útmutatók kidolgozása, úgy, hogy ezek a kutatás következő ötéves lépcsőjében oktatócsomaggá legyenek bővíthetők, és hogy egyes modulok a Technika, illetve Környezetismeret (Természetismeret) tárgyaihoz is használhatóak legyenek."

Álljon itt egy részlet a 'Kutatási jelentésből'[19] is:

„...Uniform hipotézisként, tehát egy valamennyi tantárgyban végzendő kutatásról azt kellett volna feltételezni, hogy az AV-anyagok segítségével való tanítás hatékonyabb, mint az azok nélküli. Ez ugye olyan evidencia, amelyre nem szükséges ötéves kutatómunkát fordítani. Ezért nem áll a Kutatási Tervben – formálisan – hipotézis a FILM témára.

Azt viszont a szerző belátta, hogy a tantárgypedagógiai, pedagógiai technológiai kutatás nem áll meg empíria nélkül. De ha már történtek mérések, akkor a helyzet alkalmasnak látszott a klasszikus statisztikától lényegesen eltérő, új, algebrai értékelő módszer kimunkálására, kipróbálására. Így a kutatás hangsúlya fokozatosan eltolódott, pontosabban szólva gazdagodott.

Az első megfontolás az volt, hogy bármilyen támogatást fel kell használni, az új általános iskolai fizika tanterv sikeres tanítását segíteni alkalmas audiovizuális ismerethordozók létrehozására, így a 6. főirányban rejlő lehetőséget is. Hogy ez ne csak fejlesztés legyen, hanem méltán nevezhessük kutatásnak, elsősorban a készítendő anyagoknak a fizika szempontjából megítélhető jó szakmai színvonalát tűztük ki célul. Módszertani szempontunk a modulrendszer kialakítása és vizsgálata volt. Ezt munkánkban végig is vittük, sőt más intézeti kutatásba is behatolt.

Ezután került sor az ismeretszintmérés algebrai, ún. Galois-gráfos módszerének kialakítására, amelynek során nem elsődlegesen az AV-anyagokkal történő tanítás jobb voltát kívántuk bizonyítani, hanem magát a módszert akartuk kidolgozni és annak használhatóságát vizsgálni."

Az idézetekből is kitűnik, hogy a kutatás elméleti és tapasztalati megközelítést egyaránt alkalmazott.

Jelen írásunk szempontjából az az érdekes, hogy elméleti munka az ismeretszint Galois-gráfos módszerének kidolgozása volt, a tapasztalati pedig ennek iskolai osztályokban történő kipróbálása.

A kutatás diszciplínába sorolása: pedagógiai technológia, tantárgypedagógia, fizika (a szaktudományi tartalom szerint) és matematika (a Galois-módszer miatt). Tehát meglehetősen interdiszciplináris tevékenységről volt szó, de ebből most csak az ismeretszintméréshez kapcsolódó részeket emeljük ki.

A mérés a 6. osztályos fizika anyaghoz készült, és az egész tanévre kiterjedt, amennyiben az év folyamán írt három témazáró dolgozat adatait dolgozta fel.

Először az 1976–77-es tanévben a Kölcsönhatások témakörből felmérő dolgozatot írattunk egy kísérleti osztályban, ahol akkor már az 1978-ban életbe lépett tanterv szerint tanítottak. Ezt a témazáró dolgozatot A és B csoportban írattuk meg, ahol a tanulók száma 28 volt, így egy-egy csoportba 14 fő került. Az A csoport 8 feladatának értékelését készítettük el. Ezt a gráfot kézi számítással végzett Galois-algoritmus alapján készítettük. Az eredmény elemzésre alkalmasnak látszott.

Ezen előzmények alapján az 1977–78-as tanévben tizenegy, az új tanterv bevezetése előtt amúgy is kísérleti tanítást végző tanárral szerződést kötöttünk. Mindegyik kolléga az új tanterv szerint tanított két osztályban, de ezek közül az egyikben AV-anyaggal, míg a másikban anélkül.

Az AV-anyagok a következők voltak:

I.

Kölcsönhatások	Oktatócsomagterv
Kölcsönhatások	Film
Mozgások	Film
Kölcsönhatások	Diasorozat
Kölcsönhatások	Transzparenssorozat
Kölcsönhatások	Módszertani útmutató

II.

Energia	Oktatócsomagterv
Energia	Film
Energia	Diasorozat
Energia	Transzparenssorozat
Energia	Módszertani útmutató

III.

Hőjelenségek	Oktatócsomagterv
Részecskemozgás	Film
Hőjelenségek	Diasorozat
Hőjelenségek	Transzparenssorozat
Hőjelenségek	Módszertani útmutató

A kollégák az új tankönyv előzetes, kísérleti példányait használták, ugyanúgy a 'Feladatlapok' kísérleti kiadását, s az AV-anyagokból szintén megkapták az OOK-ban kifejlesztett mintapéldányokat. A feladatlapok megoldásának eredményeit 0,1 kódolásban központunknak eljuttatták.

Ezek közül a 3A, 3B, 7A, 7B, 9A és 9B témazáró dolgozatok relációtáblázatait programozható asztali számítógép segítségével dolgoztuk fel. A kapott zárt részhalmazpárokat ismeretgráfokon ábrázoltuk.

Mintaként nézzünk meg egy gráfot, hogy a kapott eredményt értelmezni tudjuk:

Orsolya Téri Általános Iskola, Sopron.

Az adatfeldolgozásban ez a 41. táblázat volt.

9A (Ez azt jelenti, hogy az utolsó, a tanévben harmadik, témazáró dolgozat feladatait kellett megoldani.)

A feladatok száma: 8.

Az egy csoportba eső tanulók száma: 14.

Lásd az itt következő *16. táblázat*ot!

	1	2	3	4	5	6	7	8
1 = 11	1	1	1	1	1	1	0	1
2	1	0	0	1	1	0	1	1
3	0	1	1	0	1	0	0	0
4	1	1	1	1	1	0	0	1
5	1	0	0	0	1	0	0	0
6	1	1	0	1	1	1	0	1
7	1	1	0	1	1	1	1	1
8	0	1	0	1	0	0	0	0
9	1	1	0	0	1	1	0	1
10	1	0	0	0	1	0	1	0
12	1	0	1	1	1	0	0	0
13	1	1	1	0	1	1	1	0
14	1	1	0	1	1	1	1	0

16. táblázat. Tanulók-feladatok relációtáblázat

A számítások alapján kapott zárt részhalmazpárok listáját lásd a *17. táblázat*ban!

A kapott lista szolgált az ismeretek gráfjának alapjául.

Így készült el a 41. gráf. Lásd a *18. ábrá*t!

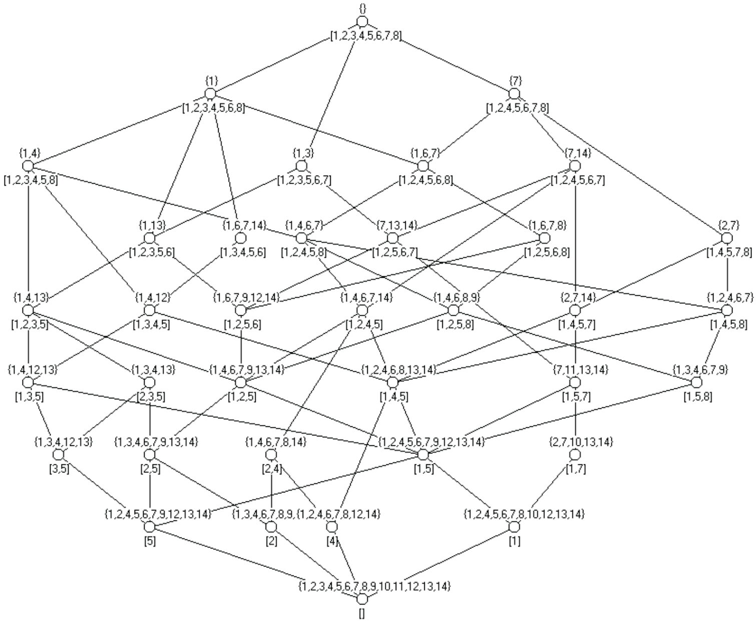
Az ábra alján található – mint a relációtáblázatban is –, hogy „1 = 11" jelenti, hogy az 1. és a 11. számú tanuló ugyanazokat a feladatokat oldotta meg.

feladatok	tanulók
1	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14
2	1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 13, 14,
4	1, 2, 4, 6, 7, 8, 12, 14
5	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 13, 14
1, 5	1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 13, 14
1, 7	2, 7, 10, 13, 14
2, 4	1, 4, 6, 7, 8, 14
2, 5	1, 3, 4, 6, 7, 9, 13, 14
3, 5	1, 3, 4, 12, 13
1, 2, 5	1, 4, 6, 7, 9, 13, 14
1, 3, 5	1, 4, 12, 13
1, 4, 5	1, 2, 4, 6, 8, 13, 14
1, 5, 7	7, 11, 13, 14
1, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9
2, 3, 5	1, 3, 4, 13
1, 2, 3, 5	1, 4, 13
1, 2, 4, 5	1, 4, 6, 7, 14
1, 2, 5, 6	1, 6, 7, 9, 12, 14
1, 2, 5, 8	1, 4, 6, 8, 9
1, 3, 4, 5	1, 4, 12
1, 4, 5, 7	2, 7, 14
1, 4, 5, 8	1, 2, 4, 6, 7
1, 2, 3, 5, 6	1, 13
1, 3, 4, 5, 6	1, 6, 7, 14
1, 2, 4, 5, 8	1, 4, 6, 7
1, 2, 5, 6, 7	7, 13, 14
1, 2, 5, 6, 8	1, 6, 7, 8
1, 4, 5, 7, 8	2, 7
1, 2, 3, 4, 5, 8	1, 4
1, 2, 3, 5, 6, 7	1, 3
1, 2, 4, 5, 6, 7	7, 14
1, 2, 4, 5, 6, 8	1, 6, 7
1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	1
1, 2, 4, 5, 6, 7, 8	7
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	0

17. táblázat. Tanulók-feladatok zárt részhalmazpárok listája

Hogyan értelmezhetjük a kapott gráfot? Ez az ábra a feladatok szerint rendezett. Azt látjuk, hogy egy-egy szögpont valamely tanulócsoportot és egyszersmind valamely feladatcsoportot is jelenti. De melyeket? Például nézzük a negyedik emelet bal oldali pontját, amelynek felirata

$$[1,2,3,5] \sim \{1,4,13\}.$$



18. ábra. Tanulók-feladatok gráf

Azaz az 1., 4. és 13. számú tanuló jól megoldotta az 1., 2., 3. és 5. számú feladatokat. A zárt részhalmazokat tüntettük fel; minden, a rajzon szereplő pont zárt halmazt jelöl. Így az 1., 2., 3. és 5. a feladatoknak az a legnagyobb csoportja, amelyeket mindenesetre jól oldott meg az 1., 4. és 13. számmal jelzett három tanuló (esetleg más feladatokat is megoldottak, de nem mindhárman!). Egyszersmind azonban ez a három tanuló a legnagyobb olyan tanulócsoport, amely az 1., 2., 3. és 5. feladatok mindegyikét jól oldotta meg (esetleg más ilyen tanuló is van, de azok nem mindegyiket oldották meg ezekből).

Általában gráfunk valamely szögpontja az egy bizonyos legnagyobb feladatcsoportot jól megoldó legnagyobb tanulócsoportot jelenti. Maga az egész gráf pedig azt szemlélteti, hogy milyen ismeretelemek fordulnak elő együtt, ezek milyen más ismeretelemek együttesére épülnek, és hogy mely tanulók tartoznak ezekbe a csoportokba.

Mire jó ez az elrendezés? Megmutatja az egész csoport – jelen esetben fél osztály – tudásszerkezetét. A rajz a „Ki mit tud?” hálózata, s az osztály pillanatnyi tudáseloszlásának is mondhatnánk. A kiválasztott szögpont példájából kitetszik, kik vannak tisztában az 1., 2., 3. és 5. elemi ismeretekkel, elemi példákkal. De az is látható, hogy a kérdéses négy példát megoldani tudók hogyan válnak ki az ezek közül csak hármat megoldani tudók közül. Mert vannak, akik az 1., 2., 5. vagy 1., 3., 5. vagy 2., 3., 5. példákat tudják megoldani. Olyan csoport meg nincs is, amelyik az 1., 2., 5. vagy 1., 2., 3. példacsoport mint legnagyobb csoport megoldását ismerné.

Ha differenciált csoportmunkát akarunk szervezni, akkor e térkép lehet segítségünkre, hiszen látható rajta, hogy kiket kell egy munkacsoportba tenni.

Egyszerűen feleltetésnél tudjuk, hogy kiktől mit kell számon kérni.

De ez a hálózat ne legyen titkos! Ki is akaszthatjuk az osztályban; a tanulók önértékelését javíthatja, sőt eligazítja őket abban, hogy ki kivel, mit tanulhat együtt.

Kérdés, hogy ez valóban ismeretszintmérés-e? Azaz a hagyományos értelemben vett érdemjegyek is adhatók a gráf alapján?

Igen, méghozzá a következő módon:

Megállapítjuk, hogy a gráf melyik emelete hányas osztályzatnak felel meg, s eszerint meghúzzuk azokat a vízszintes vonalakat, amelyek az elégséges, a közepes, a jó, illetve a jeles szintnek felelnek meg. Ha például az elégségeshez két jó példa megoldása szükséges, akkor a második emelet fölött lesz az első vonal és így tovább. Jól mutatja ez az elrendezés az egymás melletti csoportokat, amelyek csupán a példák számában hasonlíthatók össze egymással, de maguk a feladatok különbözők. Más kettes, aki az 1. és 4. vagy aki az 1. és 5. példát oldotta meg.

A kollektív gráfok tehát nem egy tanuló ismereteinek szerkezetét, hanem egy egész tanulócsoportét ábrázolják, s rajtuk minden egyes szögpont is egy-egy csoport tanulót képvisel. Ez a fő különbség az individuális, az egyéni és a kollektív gráfok között.

3.2. AZ OPTIMÁLIS ÚT

A kollektív gráfot nézve azt látjuk, hogy az első emeleten a valamiképpen alapozónak mondható ismeretek foglalnak helyet, s ezekre épül fokozatosan a többi ismeret. Ezért az a gondolatunk támadt, hogy keresni kellene egy olyan utat a gráfon, amely a kevés, alapozó ismerettől a több vagy netán legtöbb ismeret felé vezet. Ennek az útnak az „optimális út” nevet adtuk, s megkeresésére kidolgoztunk egy algoritmust, amelyet az alábbiakban ismertetünk.

Elnevezések:

SZÖGPONT SZÁMOSSÁGA

Egy m + 1 emeletes gráf x-edik emeletén lévő P^x szögpontjából az összes $x + k$-adik emeletre haladó szakasz – gráfél – számát a

$$\#\overline{P}^x$$

jellel jelöljük, ahol $x + k \geq 0$ és $k \geq 1$, míg az összes x-ediknél kisebb emeletre haladó szakasz – gráfél – számát a

$$\#\underline{P}^x$$

jellel jelöljük, ahol $x - k \geq 0$ és $k \geq 1$, és P^x szögpont felső, illetve alsó számosságának nevezzük.

Egy gráf összes emeletének száma $m + 1$, így az emeletek száma – x – lehetséges értékei $x = 0, 1, ..., m$.

$$\#P_1^x > \#P_2^x$$

esetén P_1^x a P_2^x-nél nagyobb felső, illetve

$$\#\underline{P}_1^x > \#\underline{P}_2^x$$

esetén nagyobb alsó számosságú.

MAXIMÁLIS SZÁMOSSÁGÚ SZÖGPONT

Ha a gráf $\underline{x}$-edik emeletének pontosan egy olyan P^x szögpontja van, amelyre

$\#\underline{P}^x$ = maximum,
akkor azt max $\#\underline{P}^x$-szel

jelöljük, és maximális felső számosságú szögpontnak mondjuk.

Hasonlóképpen vezetjük be a

$$\max \#\underline{P}^x$$

maximális alsó számosság jelét is.

EKVIVALENS SZÖGPONTOK

Ha $\#P_1^x = \#P_2^x$, akkor P_1^x és P_2^x felülről, ha pedig $\#\underline{P}_1^x$ és $\#\underline{P}_2^x$, akkor alulról ekvivalens szögpontok.

EMELETUGRÁS

Ha P^x-ből az x-edik emeletről olyan, P^{x+k}-ba halad szakasz, hogy $k > 1$, akkor emeletugrás van.

Ha több k – k_1, k_2,... – van, akkor $k_1 > k_2$ esetén a k_1 mentén az emeletugrás nagyobb.

LÉPÉSSZÁM

Lépésszámnak nevezzük és $Ł^x$-szel jelöljük az x-edik emeletről, P^x szögpontból, az m-edik (utolsó) emeletre vezető, az emeleteket összekötő szakaszok számának összegét:

$$Ł^x = \Sigma^m{}_{k=x} k \text{ minden } P_k\text{-ra, } k \leq m - x.$$

Ha egy P^x-re van olyan $Ł^x$, hogy

$$Ł_i^x = m - x,\ i \leq (x^m), \text{ ahol } x \leq m,$$

akkor nincsen emeletugrás.

Ha egy P_i^x-hez tartozó minden $Ł_i^x$-re

$$Ł_i^x \leq m - x,$$

akkor van emeletugrás, és

$$m - x - Ł_i^x$$

egyenlő az emeletugrások számával.

AZ OPTIMÁLIS ÚT MEGKERESÉSÉNEK ALGORITMUSA

1. Ha az x-edik emeleten van

$$\max \#P^x$$

felső maximális szögpont, akkor ezt a P^x-et választjuk.

2. Ha nincs, akkor azt a P^x-et választjuk a legnagyobb felső számosságú, felülről ekvivalens szögpontok közül, amelyből halad gráfél a

$$\max \#P^{x+1}\text{-nek}$$

megfelelő szögpontba, ha van felső maximális szögpont az x + 1-edik emeleten.

3. Ha nincs, akkor azt a P^x-et választjuk, amely

$$\max \#\underline{P}^x,$$

ha van alsó maximális szögpont az x-edik emeleten.

4. Ha nincs, akkor azt a P^{x}-et választjuk, amelyet összeköt gráfél a P^{x+1}-gyel, és

$$\max \#\underline{P}^{x+1},$$

ha van alsó maximális szögpont az $x + 1$-edik emeleten.

5. Ha nincs, akkor a legnagyobb felső számosságú, felülről ekvivalens, x-edik emeleti szögpontok közül azt a P^{x}-et választjuk, amelyre

$$Ł^{x} = \text{maximum},$$

azaz amelynek a legnagyobb a lépésszáma.

6. Emeletugrást az x-edik emeleten csak akkor választunk, ha a 1–5. szabályok egyike sem dönt a P^{x} kiválasztása felől.

7. Ha az 1–6. szabályok alkalmazása nem dönt a P^{x} kiválasztása felől, akkor az x-edik emelet ekvivalens szögpontjai közül azokat a P^{x}-eket választjuk, amelyekből az $x + 1$-edik emelet ekvivalens szögpontjai közül azonos P^{x+1}-be vezetnek gráfélek az x-edik emeletről.

8. Az eljárást $x = 0$-tól kezdve, rendre $x = m$-ig elvégezzük.

9. A kiválasztott szögpontokat az emeletek növekvő sorszámának sorrendjében összekötjük.

Az eljárás eredményeként olyan törött vonalat kapunk, amely a gráf 0-dik emeletéről az m-edikig vezet. Ezt nevezzük optimális útnak.

Ha az optimális út egy része elágazik, majd újra egyesül, akkor hurokról beszélünk.

Ha az optimális út szétválása, vagyis a hurok csak egy emeleten fordul elő, akkor a hurok minimális. A hurok két végpontja közti utak ekvivalens utak.

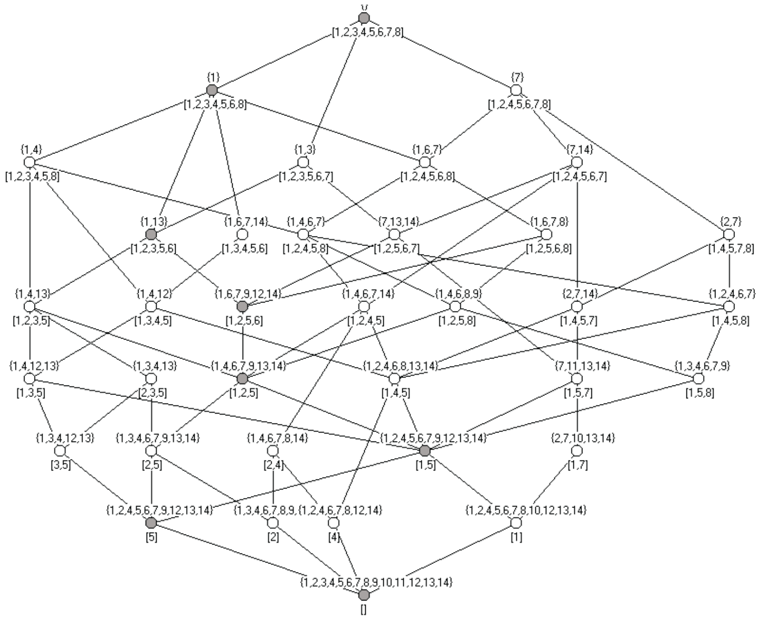
Példaképpen, a *18. ábra* tanulók-feladatok gráfján megmutatjuk a kijelölt optimális utat. Ez a *19. ábrá*nk.

A következőkben értelmezni kívánjuk a kapott optimális utat. Látni fogjuk, hogy ez a tanulók tudásának pillanatnyi állását rögzítő rendszer hogyan hasznosítható a tanítás folytatásának megtervezésében. Ehhez azonban először ismertetjük a mérés folyamán kapott adatokat s az optimális utakra adódott egységes tendenciákat.

A feldolgozott adatok a következők: 13 független tanulócsoport, az ország különböző területein, mindegyik 10 feletti, de 20 alatti létszámmal. Minden csoport 6 dolgozatot írt, ezek vagy 7, vagy 9 feladatot tartalmaztak.

A gráfok száma tehát 13 x 6 = 78.

Ezek 7 x 15-ös vagy 9 x 15-ös relációtáblák alapján keletkeztek.



19. ábra. Tanulók-feladatok gráf. Optimális út

Esetünkben minden gráf maximálisan lehetséges szögpontjainak száma 1000 felett volt, de a gráfok átlagos szögpont-száma 16-nak adódott, a legnagyobb gráf 45 szögpontú.

A 78 gráf mindegyikén vagy egyetlen, vagy minimális hurkot tartalmazó optimális út adódott.

Minden, azonos dolgozatot író (13–13) független tanulócsoport gráfjaiból adódó optimális út, mind a 6 dolgozat esetében, azonos tendenciát mutat.

Ez a 6 tendencia az alábbi. *(lásd a 18. táblázatsort!)*

A táblázatok jelölései:

Hat táblázatot közlünk. Ezek mindegyike egy-egy dolgozat feladatainak megoldását tartalmazza. Mivel a tanév folyamán minden harmadik volt a témazáró dolgozat, ezért jelölésük rendre: **3A**, **3B**, **7A**, **7B**, **9A**, **9B**.

A minden egyes táblázat felső sorában lévő sorszám a gráf sorszáma dőlt karakterrel és árnyékolva; így például

72

azt jelenti, hogy az alatta álló számok a 72. gráfon feltüntetett feladatok sorszámai. A dőlt karakterű, árnyékolt szám, azaz tehát a gráf sorszáma alatti számok a jól megoldott feladatok sorszáma, abban a sorrendben, felülről lefelé haladva a táblázaton, ahogyan az optimális út mentén előfordulnak. (Ott ugyan az olvasás iránya ellenkező irányú, azaz alulról halad fölfelé!) Ha több számjegy áll egy négyzetben egymás mellett, például „16”, olvasd „egy-hat”, akkor ez azt jelenti, hogy az 1 és 6 ismeretelem egyszerre jelenik meg a gráf optimális útján.

3A

7	*67*	*73*	*55*	*61*	*49*	*19*	*31*	*43*	*1*	*37*	*25*	*13*
2	2	2	9	9	5	2	23	2	3	239	23	2
9	9	9	23	6	79	3	6	3	7	7	7	9
7	3	6	23	12	79	47	8	5	2	5	9	3
5	57	7	1	12	1	47	7	69		6	1	46
134	57	3		3	3	5	19			1	6	46
	16	5			2		4				8	
		1			8						4	
		8										

3B

50	*2*	*26*	*62*	*44*	*14*	*74*	*68*	*8*	*20*	*56*	*38*	*32*
39	39	2	9	2	2	3	9	2	2	2	2	29
39	39	9	2	67	3	6	3	6	6	39	9	7
1	7	7	5	67	9	7	2	4	9	39	7	6
5	2	1	3	1	6	9	7	3	7		6	18
7	1	6	6	3	7	2	6	1579	3		4	18
6		4		4	4	1	4		58		1	3
4		5		5	8				4		3	45
28											5	

7A

45	*15*	*21*	*51*	*57*	*3*	*9*	*27*	*33*	*39*	*63*	*69*	*75*
1	1	1	1	1	6	6	16	16	16	16	6	6
6	3	6	6	56	1	1	16	5	16	16	5	1
5	4	2	5	23	5	5	7	3	47	2	2	5
23		5	2	23	37	23	2		47		1	2
23		4	4	7		23	5		25		3	3
		3	7				4		25			47

7B

10	*76*	*70*	*22*	*4*	*34*	*16*	*28*	*40*	*52*	*58*	*64*	*46*
1	1	1	1	1	1	1	1	16	16	16	16	1
56	6	6	6	6	3	6	6	16	16	16	16	46
56	4	5	4	5	6	3	3	3	3	35	5	46
2	5	3	7	7	5	25	57	2	4	35		5
3	7	4	3	4	7	25	57		57			
			5		4				57			

18. táblázatsor.

<u>9A</u>

65	*59*	*53*	*17*	*5*	*11*	*77*	*71*	*35*	*41*	*23*	*29*	*47*
5	36	36	3	36	16	5	37	34	4	1	1	15
6	36	36	1	36	16	4	4	6	6	4	4	15
1	4	7	4	45	3	6	16	5	7	3	5	
	2	15	6	45	7	1	16	2	13	2	2	
	5		7		5	2	5	7	13	67	36	
			5		4	5			2			

<u>9B</u>

6	*54*	*36*	*30*	*12*	*42*	*48*	*66*	*18*	*24*	*72*	*78*	*60*
6	1	5	5	1	1	1	13	4	1	4	1	14
1	6	47	4	5	3	3	13	13	4	1	45	14
	5	47	3	3	6	5		13	23	5	45	5
	2	1	2	6	2			62	23	3	37	3
	4	3	67		47				67	6		2
	7	6	67		47					2		

18. táblázatsor.

E hat táblázaton tehát tanulmányozhatjuk mind a 78 feldolgozott gráf optimális útja mentén szereplő jól megoldott feladatok sorrendjét. Az üres négyzetek azt jelentik, hogy a dolgozatból hiányzik a jó megoldás.

Könnyű észrevenni, hogy az optimális utak egy-egy dolgozaton belül hasonlók.

A következő táblázatokban összevetjük az azonos dolgozatot író, de egymástól különböző tanulócsoportok optimális útjait. *Lásd a 19. táblázatsort!*

A jelölések itt a következők.

Hogy melyik dolgozat anyagáról van szó, azt ismét félkövér, aláhúzott szám- és betűegyüttes jelöli, rendre: **<u>3A</u>**, **<u>3B</u>**, **<u>7A</u>**, **<u>7B</u>**, **<u>9A</u>**, **<u>9B</u>**.

A mindegyik táblázat felső sorában álló szám jelenti a feladat sorszámát, ezt dőlt karakterrel, árnyékoltan szedtük; így például az alatti számok az ötödik feladatra vonatkozóak.

5

A sorokat 1-től 8-ig, illetve 9-ig számoztuk, ami azt jelenti, hogy a különböző tanulócsoportokban hányszor fordul elő az adott feladat az optimális út adott sorszámú helyén. Ha például a második oszlop harmadik során 1 áll, az azt jelenti, hogy a második feladat az optimális út harmadik helyén összesen egyszer fordul elő a 13 tanulócsoport 13 gráfja közül. (Az optimális út harmadik helye pedig azt jelenti, hogy a gráf első emeletéről indulva felfelé a harmadik helyig haladunk. Azért nem mondunk harmadik emeletet, mert emeletugrás is lehetséges!)

A táblázatok utolsó sora: összesítés. Azaz az egyes négyzetekben álló szám azt jelenti, hogy egy-egy feladat összesen hányszor fordult elő jó megoldással az összes tanulócsoport-beli összes dolgozatban.

3A

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
1.	0	9	4	0	1	0	0	0	3
2..	0	1	3	0	0	2	4	0	5
3..	1	3	3	1	2	1	3	1	2
4.	4	1	0	2	2	3	4	0	1
5.	3	0	4	2	2	2	1	0	1
6.	1	1	0	1	1	1	0	1	0
7.	1	0	0	1	0	0	0	1	0
8.	0	0	0	0	0	0	0	1	0
össz.	10	15	14	7	8	9	12	4	12

3B

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
1.	0	8	3	0	0	0	0	0	5
2..	0	1	5	0	0	4	2	0	5
3..	1	1	1	1	1	2	5	0	3
4.	3	1	2	0	1	2	2	1	1
5.	3	1	2	1	1	3	3	1	1
6.	2	0	1	4	1	1	0	1	0
7.	0	0	1	3	3	0	0	1	0
8.	0	1	0	0	1	0	0	1	0
9.	0	1	0	0	0	0	0	1	0
össz.	9	14	15	9	8	12	12	6	15

7A

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1.	9	0	0	0	0	8	0
2.	6	0	1	0	3	6	0
3.	0	4	2	2	5	0	2
4.	1	6	4	1	1	0	2
5.	0	3	4	2	2	0	1
6.	0	1	1	2	1	0	2
össz.	16	14	12	7	12	14	7

7B

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1.	13	0	0	0	0	4	0
2.	4	0	1	1	1	12	0
3.	0	0	5	3	5	3	0
4.	0	3	2	1	6	0	3
5.	0	1	2	2	3	0	4
6.	0	0	0	1	2	0	1
össz.	17	4	10	8	17	16	8

19. táblázatsor

<u>9A</u>

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1.	4	0	8	2	1	4	0
2.	3	0	3	4	1	7	0
3.	2	0	2	3	3	2	2
4.	3	4	1	1	2	2	1
5.	1	1	2	0	3	2	3
6.	0	1	0	1	2	0	0
össz.	13	6	16	11	12	17	6

<u>9B</u>

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1.	8	0	1	3	2	1	0
2.	5	0	4	5	2	1	1
3.	1	1	4	2	5	1	1
4.	1	5	4	0	0	2	1
5.	0	1	1	2	0	3	3
6.	0	1	0	1	0	2	1
össz.	15	8	14	13	9	10	7

19. táblázatsor

A *19. táblázatsor*ból látszik, hogy melyik feladat szerepel leggyakrabban az optimális út első helyén, melyik a leggyakrabban a második helyén és így tovább. Írjuk most egymás alá a feladatok sorszámát a fentieknek megfelelő sorrendben. Ha bizonyos feladatoknál nincs különbség vagy kicsi a különbség a gyakorisági számok között, akkor a szóban forgó hely alatti szám értékét is vegyük tekintetbe, s azt írjuk következőként, amelyikre a szóban forgó és az alatta lévő helyen álló számok összege a nagyobb.

Ezt a feladatsorrendet persze dolgozatonként készíthetjük el. Ám ha arra gondolunk, hogy a 3A és 3B, a 7A és 7B, valamint a 9A és 9B feladatcsoport páronként ugyanarra a tananyagra vonatkozott, akkor – amennyiben minden esetben gondosan kiegyensúlyozottak voltak az A és B csoportbeli feladategyüttesek – ezeket az új listákat egyesíthetjük is.

Ez áll a *20. táblázatsor*ban.

Jelölések: félkövér, aláhúzott szám és betű: hogy melyik dolgozatról van szó, pl. **<u>3A</u>**; dőlt szám: a feladat sorszáma, pl. *7*; dőlt, aláhúzott szám: a feladat sorszáma, egyesített A és B csoportban.

3.3. A TANÍTÁSI STRATÉGIÁRÓL

Ha sikerült az olvasónak végigkövetni a sok adatot és számítást, akkor most élvezheti e munka gyümölcsét, mert a továbbiakban a tapasztalatok értelmezésére, majd pedagógiai felhasználhatóságára térünk rá.

3A	**3A és 3B**	**3B**
2	*2*	*2*
9	*39*	*39*
3	*7*	*7*
7	*6*	*6*
5	*15*	*1*
1	*4*	*4*
4	*8*	*5*
8		*8*

7A	**7B**
16	*16*
5	*5*
2	*3*
3	*4*
47	*7*
	2

9A	**9B**
36	*1*
1	*4*
5	*3*
4	*5*
7	*6*
2	*2*
	7

20. táblázatsor. Az azonos dolgozatot író tanulócsoportok feladatmegoldásai csökkenő gyakoriság szerint az optimális út mentén

Foglalkozzunk először is azzal, hogy mi egyáltalán az optimális út algoritmusának pedagógiai jelentése!

Olyan legnagyobb feladatcsoportot minősítettünk jobbnak egy vele azonos számú feladatból álló másiknál, amelyet egy legnagyobb létszámú tanulócsoport minden tagja megold, ha ennek a legtöbb olyan tanuló részcsoportja van, amelyik egy másik legnagyobb feladatcsoportot megoldani tudó, másik legnagyobb tanulócsoportnál az előbbinél legalább eggyel több feladatot is meg tud oldani. Ha azonos számú ilyen tanuló részcsoport van, akkor meg azt a legnagyobb feladatcsoportot vettük egy vele azonos számú feladatból álló másik legnagyobb csoportnál jobbnak, amelyet egy legnagyobb tanulócsoport minden tagja megold, amelynek ezek közül az egyenlő számú, az előbbinél legalább eggyel több feladatot megoldani tudó részcsoportok közül legtöbb részcsoportja van, amely az előbbinél legalább kettővel több feladatot tud megoldani, mint a másik feladatcsoportot megoldó tanulócsoport.

Ha a tanulócsoportok részcsoportjainak ilyen részcsoportjai is azonos számúak, akkor azt a legnagyobb feladatcsoportot minősítettük jobbnak egy vele azonos számú feladatból álló legnagyobb feladatcsoportnál, amelyet egy legnagyobb tanulócsoport minden tagja megold, amelyik feladatcsoportot megoldó tanulócsoport a legtöbb, nála nem kisebb tanulócsoportnak része. Ez egyszersmind azt is jelenti, hogy az így kiválasztott feladatcsoport a legtöbb, nála legalább eggyel kisebb számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoport egyesítéséből jön létre, amelyek mindegyikét bizonyos legnagyobb létszámú tanulócsoport megoldja.

Ha az adott számú feladatból álló legnagyobb feladatcsoportok még így is egyenlő eséllyel oldhatók meg, akkor a szóban forgó számúaknál eggyel több feladatot tartalmazó legnagyobb feladatcsoportok között nézzük meg, hogy melyikük jön létre a legtöbb, nála eggyel kisebb számú feladatból álló feladatcsoport egyesítéséből, és az adott számú feladatból álló feladatcsoportok közül azt választjuk, amelyik ennek része.

Ha még így is egyenlő esélyű csoportok vannak az adott számú feladatot tartalmazók közt, akkor közülük azt választjuk, amely úgy eredményezi a legtöbb feladatból álló feladatcsoportot, hogy ha rendre eggyel több feladatból álló feladatcsoportokat egyesítünk, akkor ez az eljárás a legtöbb egyesítési lépést tartalmazza.

Ha a fenti eljárás nem lehetséges úgy, hogy egyetlen egyesítési lépésben csak eggyel növekedjék a feladatok száma, akkor a feladatcsoportok egyesítésekor egynél többel is növelni lehet az egyes feladatcsoportokat tartalmazó feladatok számát.

Ha az előbbi összes eljárásnak az itt leírt sorrendben történő alkalmazása sem ad választ bizonyos számú feladatból álló feladatcsoportok közül való választásra, akkor közülük az eddigi értelemben vett legjobb ekvivalenseket választjuk.

Eljárásunkat rendre az egy, két stb. számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportra végezzük el, amelyek mindegyikét egy legnagyobb létszámú tanulócsoport minden tagja megoldotta, úgy, hogy minden kiválasztott, eggyel nagyobb számú feladatot tartalmazó feladatcsoportnak az adott számú kiválasztott feladatcsoport része legyen.

Most ismételten megfogalmazzuk a mondottakat, de már kevésbé szabatosan és némileg emészthetőbb módon.

Eljárásunkat alkalmazva olyan – csökkenő létszámú – legnagyobb tanulócsoportokat jelöltünk ki, amelyek a legnagyobb – növekvő számú feladatból álló – feladatcsoportokat oldották meg, és egy-egy kiválasztott feladatcsoport

– -ot megoldó tanulócsoportnak a legtöbb olyan részcsoportja van, amelyik az előzőnél több feladatot is meg tud oldani;

– a legtöbb, nála kevesebb feladatot tartalmazó részcsoportból áll;

– a legtöbb egyesítési lépéssel oldja meg a legnagyobb számú feladatból álló feladatcsoportot, illetve az azonos számú feladatból álló feladatcsoportok közt ekvivalensek is lehetnek.

Most még rövidebben fogalmazva ezt mondhatjuk:

A különböző számú feladatot tartalmazó feladatcsoportok közül egy-egy olyat választottunk ki,

– amelynek megoldása esetén a legtöbb esély van még több feladatot megoldani;

– amely a legtöbb elsajátított tudásra támaszkodik;

– amely a legtöbb fokozatos, lépésenkénti ismeretelem beépülésével vezet a több ismerethez.

Az optimális út az így kiválasztott, növekvő számú feladatból álló feladatcsoportokat köti össze úgy, hogy a kiválasztottak közül a nagyobb számú feladatból álló feladatcsoportnak mindig része a kisebb számú feladatból álló feladatcsoport.

Ez tehát az optimális út algoritmusának pedagógiai jelentése.

Most nézzük meg azt, hogy mi a tapasztalatok pedagógiai jelentése!

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok között általában egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb, ennél eggyel nagyobb számú feladatból álló feladatcsoportnak a része.

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok közül általában egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb, ennél kettővel nagyobb számú feladatból álló feladatcsoportnak a része.

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok közül általában egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb, annál eggyel nagyobb számú feladatból álló olyan feladatcsoportnak a része, hogy ez az eggyel nagyobb számú feladatból álló feladatcsoport az adott számú feladatból álló feladatcsoportok legtöbbjének egyesítéséből jön létre, és az adott számú feladatból álló feladatcsoporthoz tartozó tanulócsoport ugyanakkor része az eggyel kevesebb feladatból álló feladatcsoportot megoldó tanulócsoportnak.

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok közül általában csak egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb egyesítési lépést tartalmazza, ha a legtöbb feladatból álló feladatcsoporthoz úgy jutunk el, hogy a mindig eggyel több feladatot tartalmazó feladatcsoportokat egyesítjük.

Az előbbi állítássorozat mindegyike úgy szólt, hogy „általában egy ilyen csoport van”. A tapasztalat szerint a fenti öt állításnak legalább egyike mindig igaz. Ez azt is jelenti, hogy minden – különböző számú feladatból álló – feladatcsoport közül van egy „legjobb”. Az ezeket növekvő feladatszám szerint összekötő vonal az optimális út! A mérések tapasztalatai szerint az optimális út független a tanulócsoporttól, csak maguktól a feladatoktól függ!

De mire jó és hogyan hasznosítható a gyakorlatban ez a váratlanul kapott eredmény, hogy mindig van egy optimális út?

A következőkben erre próbálunk választ adni.

Térjünk vissza a *18.*, *19.* és *20. táblázat-sorozat*okhoz. Adataink egy adott pillanatban mért tudásértékeket jelentenek a kiválasztott osztályokban. Azt mutatják, hogy egy adott időpontban a különböző gyerekcsoportok mit tudtak. Azzal a feltevéssel élünk, hogy ez felcserélhető valamely gyermek különböző időpontokbeli tudásával. Vagyis az egyén fejlődésének gyarapodása ugyanolyan úton történik, mint amilyen a különböző csoportok állapota egy időben. Vagy – hogy a darwini kifejezéssel éljünk – az egyedfejlődés felcserélhető a törzsfejlődéssel. Ezt a fundamentális feltevést sokak és sokszor alkalmazták, s úgy gondoljuk, mi is élhetünk vele.[8]

Ez azonban azt jelenti, hogy eredményünket, az optimális utat úgy értelmezhetjük, miszerint a kevesebb feladat jó megoldásától a több és több feladat jó megoldásához vezető utak közül – időben – lehetőleg mindenkinek a legjobbikon, az optimálison kell végighaladnia. Mikor lehetséges ez? Akkor, ha ebben a sorrendben tanítunk! Más szóval, tanítási stratégiánk legyen a feladatok tanításának a sorrendje, amelyet a *20. táblázat* mutat. Hiszen ott látjuk, melyek a leggyakoribbak az optimális út első, második stb. helyén. Ha most a legtöbben a 2. feladatot tudják megoldani, s erre épült a 3. és 9. feladat stb., mint ezt például a **3A** táblában látjuk, akkor a következőkben legyen ez a tanításbeli sorrend!

Összefoglalva, míg a 2. fejezetben megismerkedtünk az individuális gráfokkal, mint amelyek alkalmasak a tanulói ismeretek tárgyilagos elbírálására, de egyidejűleg a hagyományos osztályozást is lehetővé teszik, a 3. fejezetben a kollektív gráfok szerepeltek, amelyek egész tanulócsoportok „Ki mit tud?"-hálózatát tárták fel, s ahol a kapott adatok alapján ugyancsak alkalmazható a hagyományos érdemjegyek megállapítása. A kollektív gráfok lehetőséget adnak úgynevezett optimális út megkeresésére, ami tanítási stratégia kidolgozását teszi lehetővé.

Mindkét gráf használatánál az is látszik, hogy a tudás mérésére szolgáló eljárás egyúttal az ismeretanyag, a tanítandó anyag strukturálására is szolgál, illetve a tanítás menetének meghatározására, s tulajdonképpen ez az igazi nagy nyereség, amire oktató-nevelő munkánkban a hatékony munka érdekében elsősorban szükségünk van.

Amint látjuk, meglehetősen összetett, bonyolult igazságokat tudtunk megállapítani, de ezek egyike sem számszerű. Ezt értettük azon, hogy a minőségek szerkezetét tárjuk fel.[22]

3.4. EGY TESTNEVELÉSI STRATÉGIA

A kollektív gráfokról szóló fejezetet is egy példa bemutatásával zárjuk. Az 1996–97-es tanévben a pécsi Janus Pannonius Tudományegyetem Tanárképző Intézetében, Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása címén tartott kurzuson vett részt Nagy Éva, utolsó éves testnevelés szakos hallgató. Ő a kollektív gráfot a kosárlabdázás egyes technikai elemeinek értékelésére alkalmazta, és e tárgyból készítette diplomamunkáját[14], amelyet jeles eredménnyel meg is védett. Az elemek, amelyeket mér, a következők voltak:

1. indulás,
2. megállás labdaleütés után,
3. megállás kapott labdával,
4. labdavezetés egyenes vonal mentén,
5. labdavezetés irányváltoztatással,
6. mellső kétkezes átadás és átvétel,
7. fektetett dobás és
8. helyből dobás.

A Szerző megadta az elemek helyes végrehajtásának kritériumait egy-egy definícióval, s a szükségesekre egy-egy elfogadási szintidőt is megállapított. Eszerint bírálta el „megoldotta", illetve „nem oldotta meg" értékeléssel az egyes feladatokat. A felmérést 5. és 6. évfolyamokon végezte, osztályonként 15 tanulóval, a következő iskolákban: Pécs, I. számú Gyakorló Általános Iskola; Pécs, II. számú Gyakorló Általános Iskola; Pécs, TÁSI; Paks, I. számú Általános Iskola; Paks, II. számú Általános Iskola.

Nevezzük az egységes szóhasználat kedvéért „kosárlabda feladatok"-nak a szóban forgó feladatokat. Nagy Éva elkészítette az említett öt helyen felvett adatokból a „tanulók-feladatok" relációtáblákat, s ezekből a gráfokat, majd meghatározta az optimális utakat.

Idézünk a diplomamunka 50. lapjáról:

„A feldolgozott adatok a következők. Öt független tanulócsoport, mindegyik 15 fős létszámmal. Minden csoport 8 feladatból álló gyakorlatsort hajtott végre. Esetünkben minden gráf maximálisan lehetséges szögpontjainak száma 1000 felett volt, de a gráfok átlagos szögpontszáma csak 46, a legnagyobb gráf pedig 58 szögpontú. Az öt gráf mindegyikén vagy egyetlen, vagy minimális hurkot tartalmazó optimális út adódott. Mind az öt gráfból adódó optimális út az esetekben hasonló tendenciát mutatott."

Példaképpen itt látható a Pécs, II. számú Gyakorló Általános Iskola 15 tanulójáról készített felmérés, az ennek alapján készített relációtábla, a zárt részhalmazpárok listája és a gráf a rajta kijelölt optimális úttal. Lásd a *2l.*, *22.* és *23. táblázat*ot és a *20. ábrá*t. E négy illusztráció Nagy Éva[14] diplomamunkájának 32., 33., 34. és 35. lapjáról való.

Pécs, II. Számú Gyakorló Általános Iskola	hosszú indulás	együtemű megállás labdaleütés után	együtemű megállás kapott labdával	labdavezetés	labdavezetés irányváltoztatással	labdaátvétel és -átadás	fektetett dobás	helyből dobás
1. Anga Zsófia	X	X	X	X	X	X	X	X
2. Balogh Szabina	X	X	X	X		X	X	
3. Hantosi Anita	X		X	X		X		X
4. Onhansz Nikoletta	X	X	X	X	X		X	X
5. Szepes Diána	X		X					
6. Sipos Laura	X	X		X	X	X		
7. Bori Réka	X	X	X	X	X	X	X	X
8. Habon Kata	X	X	X	X	X	X	X	X
9. Harmat Eszter	X	X						
10. Kollár Gabriella		X	X			X		
11. Maróti Andrea	X		X					
12. Pataki Lilla	X	X		X	X	X	X	
13. Szalma Noémi		X	X					
14. Szotáczky Orsolya	X	X		X		X	X	X
15. Vass Imola	X	X	X					X

21. táblázat. A felmérés időpontja 1997. február 24.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1., 7., 8.	1	1	1	1	1	1	1	1
2.	1	1	1	1	0	1	1	0
3.	1	0	1	1	0	1	0	1
4.	1	1	1	1	1	0	1	1
5., 11.	1	0	1	0	0	0	0	0
6.	1	1	0	1	1	1	0	0
9.	1	1	0	0	0	0	0	0
10.	0	1	1	0	0	1	0	0
12.	1	1	0	1	1	1	1	0
13.	0	1	1	0	0	0	0	0
14.	1	1	0	1	0	1	1	1
15.	1	1	1	0	0	0	0	1

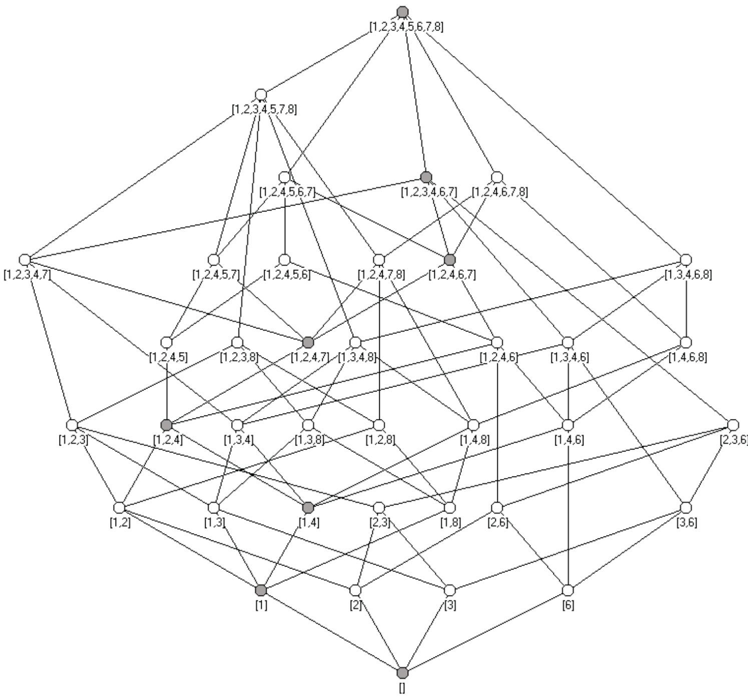
22. táblázat. Pécs, II. számú Gyakorló Általános Iskola

Az itt bemutatott példa azt mutatja, hogy nem nehéz megtalálni a megfelelő kritériumokat a Galois-gráfos módszer alkalmazhatóságához akkor sem, ha nem természettudományi vagy matematikai feladatokról van szó.

És ez remélhetőleg ösztönzést ad az optimális tanítási stratégia megkeresésére más tantárgyakban is.

1>[1 2 3 4 5 6 7 8]:{ 1 }
2>[1 2 3 4 5 7 8]:{ 1 4 }
3>[1 2 3 4 6 7]:{ 1 2 }
4>[1 2 3 4 7]:{ 1 2 4 }
5>[1 2 3 8]:{ 1 4 12 }
6>[1 2 3]:{ 1 2 4 12 }
7>[1 2 4 5 6 7]:{ 1 9 }
8>[1 2 4 5 6]:{ 1 6 9 }
9>[1 2 4 5 7]:{ 1 4 9 }
10>[1 2 4 5]:{ 1 4 6 9 }
11>[1 2 4 6 7 8]:{ 1 11 }
12>[1 2 4 6 7]:{ 1 2 9 11 }
13>[1 2 4 6]:{ 1 2 6 9 11 }
14>[1 2 4 7 8]:{ 1 4 11 }
15>[1 2 4 7]:{ 1 2 4 9 11 }
16>[1 2 4]:{ 1 2 4 6 9 11 }
17>[1 2 8]:{ 1 4 11 12 }
18>[1 2]:{ 1 2 4 6 7 9 11 12 }
19>[1 3 4 6 8]:{ 1 3 }
20>[1 3 4 6]:{ 1 2 3 }
21>[1 3 4 8]:{ 1 3 4 }
22>[1 3 4]:{ 1 2 3 4 }
23>[1 3 8]:{ 1 3 4 12 }
24>[1 3]:{ 1 2 3 4 5 12 }
25>[1 4 6 8]:{ 1 3 11 }
26>[1 4 6]:{ 1 2 3 6 9 11 }
27>[1 4 8]:{ 1 3 4 11 }
28>[1 4]:{ 1 2 3 4 6 9 11 }
29>[1 8]:{ 1 3 4 11 12 }
30>[1]:{ 1 2 3 4 5 6 7 9 11 12 }
31>[2 3 6]:{ 1 2 8 }
32>[2 3]:{ 1 2 4 8 10 12 }
33>[2 6]:{ 1 2 6 8 9 11 }
34>[2]:{ 1 2 4 6 7 8 9 10 11 12 }
35>[3 6]:{ 1 2 3 8 }
36>[3]:{ 1 2 3 4 5 8 10 12 }
37>[6]:{ 1 2 3 6 8 9 11 }

23. táblázа.: Zárt részhalmazpárok. Pécs, II. számú Gyakorló Általános Iskola



20. ábra. Kosárlabda-gyakorlatok optimális útja

4. SZOCIOMETRIAI GRÁFOK

Az eddigiekben láttuk, hogy individuális, illetve kollektív gráfok segítségével hogyan mérhető a tudás szerkezete. Más csoportosítási szempont szerint azt mondhatjuk, hogy eddig a tananyag és a tudás szerkezetét vizsgáltuk. Az ezután következő fejezetben a pedagógiai pszichológia egyik területére próbáljuk kalauzolni az Olvasót. Moreno után e diszciplína több szerzője alkalmazta az úgynevezett szociogramot. Most ezzel foglalkozunk a Galois-gráfok szemszögéből.

4.1. A TRADICIONÁLIS SZOCIOGRAM

A szociogram egy vizsgált közösség szociális kapcsolatainak térképe, a kölcsönös kapcsolatok grafikus (vizuális) képe. Készítésének szabályait Mérei Ferenc[13] munkája alapján írjuk le.

Ezek a következők.

1. Minden személyt egy kör jelöl, amelybe az illető monogramját vagy számjelét írjuk.

2. Ha két személy kölcsönösen rokonszenvesnek választotta egymást, akkor az őket jelölő köröket vonallal kötjük össze.

3. Első lépés: Kiválasztjuk azt a személyt, akinek a legtöbb kölcsönös kapcsolata van. Az őt jelölő kört középre rajzoljuk, s köré azokét, akikkel kölcsönös kapcsolata van. Megrajzoljuk az elsőként választott személy összes kapcsolatát jelentő vonalat. Ez egy alcsoport. Második lépés: az összes többi, már felrajzolt karikát jelentő személy összes többi kapcsolatát is megrajzoljuk. Következő lépés: kiválasztjuk azt a személyt, akinek a legtöbb kölcsönös kapcsolata van a még fel nem rajzoltak közül, s felrajzoljuk a neki megfelelő kört. Kapcsolatait az előzőek szerint ábrázoljuk. Ez újabb alcsoportot ad. És így tovább.

4. A párokat és magányosokat azon alcsoport környezetébe rajzoljuk, ahonnan ők választottak, de nem kölcsönösen. Csak a nekik megfelelő kört rajzoljuk meg, de vonallal nem kötjük össze ezeket.

5. Az egyoldalú kapcsolatokat mérlegeljük, de nem rajzoljuk meg. Az információáramlás útja csak a kölcsönös kapcsolatok alapján készített szociogramról olvasható le.

6. Általános tanácsok a heurisztikus rajzolási technikához.

KARAKTERISZTIKUS INDEXEK

A továbbiakban Vágó Irén és társainak munkája alapján (14) röviden összefoglaljuk azokat az úgynevezett karakterisztikus indexeket, amelyeket azért vezettek be, hogy a közösségi kapcsolatok jobban megismerhetők legyenek.

Bevezetjük az alábbi jelöléseket.

Legyen
ÖSSZ: összes személy száma;
KK: kölcsönös kapcsolatok száma;
KKSZ: kölcsönös kapcsolatú személyek száma;
ÖK: összes kapcsolatok száma.

Ezek alapján értelmezhető az alábbi négy index:

Kölcsönösségi index

$$\frac{\text{KKSZ}}{\text{ÖSSZ}} \text{ x } 100$$

Sűrűségi mutató

$$\frac{\text{KK}}{\text{ÖSSZ}}$$

Kohéziós mutató

$$\frac{\text{KK}}{\frac{\text{ÖSSZ(ÖSZ - 1)}}{2}} \Leftarrow \text{Lehetséges kölcsönös kapcsolatok száma}$$

Viszonzott kapcsolatok mutatója

$$\frac{\text{KK}}{\text{ÖK}} \text{ x } 100$$

A fentiekhez néhány megjegyzést fűzünk, főleg értelmezésként, egy ponton azonban kritikai szempontból.

Lássuk először a kritikát. A szociogram rajzolási szabályai közül a 4. és 5. számú ellentmondásban van. Tehát nem világos, hogy végül is fel kell-e rajzolni, vagy nem, a viszonzatlan kapcsolatokat.

Az értelmezésekre azért van szükség, mert szerepel két korlátozás, ezeket bővebben kell vizsgálnunk ahhoz, hogy kellőképpen értékelni lehessen majd a gráfos módszer nyújtotta előnyöket.

Foglalkozzunk most azzal a korlátozással, miszerint csak a kölcsönös, vagy más néven viszonzott kapcsolatokkal foglalkozik a hagyományos szociogram. Azaz, ha A szereti B-t, és B is szereti A-t, csak abban az esetben szerepel majd kapcsolatuk a szociogramon. Idézünk Mérei[13] munkájából, a 61. és 62. lapról:

„Az egyoldalú kapcsolatokat nyilvántartjuk, mérlegeljük, az értelmezésben felhasználjuk, de mint kapcsolatot a szociogramon nem tüntetjük fel.

... A zárt alakzatok csak akkor értelmezhetők véleményalakításra, értékképzésre alkalmas egységekként, ha a kapcsolatok kölcsönössége biztosítja a kétirányú kommunikációt, tehát azt, hogy az alakzat minden tagjához eljuthat minden vélemény és minden adott reakció. A kölcsönösség ebben az értelemben a véleményalakításhoz szükséges érintkezési csatornák biztosítása. *A hírközlés útját csak arról a szociogramról olvashatjuk le, amelyet kölcsönösségekből rajzoltunk ki.” (Kiemelés tőlem – T. V.)*

Noha Mérei klasszikus szerzőnek számít, mégis található a szakirodalomban olyan példa, amely ellentmond az itt ajánlott módszernek, s ábrázolja a viszonzatlan, egyoldalú kapcsolatokat is. K. M. Evans[5] könyvében, a 28. lapon található egy ábra, amely egy 22 fős közösség – egyetemi hallgatónők – szociális kapcsolatainak térképe; ezen mind a kölcsönös, mind pedig az egyoldalú kapcsolatok szerepelnek. A Szerző azt a technikai megoldást választotta, hogy az egyoldalú kapcsolatokat egyszeres, míg a viszonzottakat kettős vonallal jelölte. Fontos tehát az egyoldalú, viszonzatlan, vagy más néven „minden kapcsolat” ábrázolása, s még lényegesebb az információáramlás útjának felderítése az egyoldalú kapcsolatok esetében is.

Szóljunk most a második fontos korlátozásról. Ez a választások száma. Vagyis, amikor a felmérést végezzük, akkor az előre megadandó instrukcióknak tartalmaznia kell azt, hogy a vizsgálatban részt vevők közül mindegyik személy hány másikat választhat barátjának, rokonszenvesnek. E ponton ismét idézzük Méreit:[13]

„A két lehetséges álláspont, a választások számának meghatározása és kötetlen számú választási lehetőség biztosítása közül mindkettőnek vannak hívei. Vannak vizsgálatok, amelyekben nem kötik meg a választások számát. ... Az általános irányzat ezzel szemben kötött számú választást ír elő. *... A kötött számú választást főként a számítási technika indokolja. Így megbízhatóbb összehasonlítási adatokat kapunk. Ennek alapján alakult ki a szociometriai technikában a három választás.” (Kiemelés tőlem – T. V.)*

Éppen Evans említett[5] művében például minden egyén három társát jelölheti meg rokonszenvesként. Ez nagyon szűkíti a lehetőségeket, hogy a vizsgált közösség szociális viszonyairól reális képet kapjunk. Nyilván eleve az is jellemző az egyénre, hogy hány választása van, s ily módon a közösségre is. És rendkívül fontos, hogy e restrikciónak csak számítástechnikai oka van!

Végül a legfontosabb körülmény, hogy a szociogram rajzolása – a megadott szabályok ellenére – heurisztikus! A 3. számú szabály szerint valahogyan le kell rajzolni a köröket, de nincs rá pontos eljárás, hogy miképp. Az egyes alcsoportok alakzatainak elrendezése is önkényes. Fontos lehet tehát, ha algoritmust adunk, amely egyértelmű eljárást rögzít a szociogram rajzolására.

Megjegyzéseink előrebocsátása után bemutatunk egy példát. A kidolgozott példa egy osztályközösség szociális hálózata, a 6/b osztályé: 15 gyermek, 12 évesek. A felvétel 1996. április 16-án, az ELTE Kísérleti Iskolájában, Törökbálinton történt. Minden gyermek leírta, hogy osztálytársai közül kiket kedvel leginkább.

A választások darabszámára nézve nem volt korlátozás. A deklarációkat relációtáblázatban egyesítettük. Lásd *24. táblázat.*

	DB	GM	GP	HS	HZ	JM	KI	MZ	OG	PA	PJ	SP	SJ	SZA	TA
DB			+		+			+	+		+				+
GM						+			+					+	
GP	+				+			+	+		+		+		
HS	+	+	+		+	+			+						+
HZ	+		+					+		+					+
JM		+					+		+					+	
KI	+	+		+	+	+			+					+	+
MZ	+		+		+						+				
OG	+	+	+	+		+									+
PA	+		+		+	+			+				+		
PJ	+		+					+				+			+
SP			+		+			+			+				+
SJ			+		+			+	+						
SZA		+				+	+		+						
TA	+				+	+			+				+		

24. táblázat. Relációtáblázat

Ebben minden sor egy gyermek összes deklarációját jelenti, és minden oszlop azt, hogy bizonyos gyermeket kik szeretnek. Ahhoz, hogy a tradicionális szociogramot elkészíthessük, el kell hagynunk az összes olyan keresztet, amelyek nem kölcsönös kapcsolatot mutatnak. Így jutunk a csak kölcsönös kapcsolatokat tartalmazó *25. táblázat*hoz.

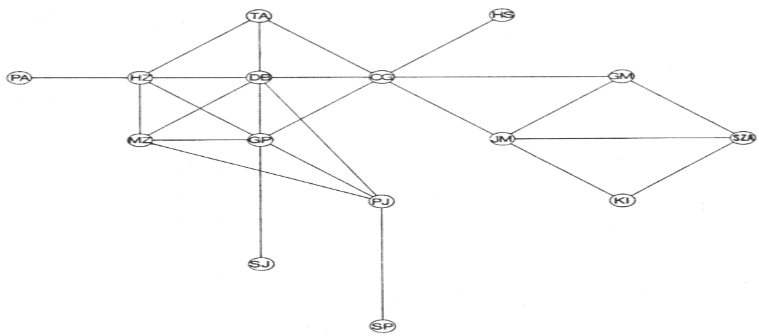
Az ismertetett szabályok alkalmazásával kapjuk a tradicionális

	DB	GM	GP	HS	HZ	JM	KI	MZ	OG	PA	PJ	SP	SJ	SZA	TA
DB			+		+			+	+		+				+
GM						+			+					+	
GP	+				+			+	+		+		+		
HS									+						
HZ	+		+					+		+					+
JM		+					+		+					+	
KI						+								+	
MZ	+		+		+										
OG	+	+	+	+		+									
PA					+										
PJ	+		+					+				+			
SP											+				
SJ			+												
SZA		+				+	+								
TA	+				+				+						

25. táblázat. Kölcsönös kapcsolatok relációtáblázata

szociogramot, amelyet esetünkben Vágó Irén készített el. Lásd a *2l. ábra.*

Ez a szóban forgó osztály tagjai közti szociális kapcsolatokat mutatja. Le lehet róla olvasni az információáramlás útját is. Abból az előfeltevésből indultunk ki, hogy ha valaki tud valamit, akkor elmondja annak, akit szeret. Így éppen ez az információáramlás útja is egyik személytől a másikig.



21. ábra. Tradicionális szociogram

4.2. MINDEN KAPCSOLAT GALOIS-SZOCIOGRAMJA

Az összes deklarált kapcsolatot tartalmazó *24. relációtáblázat* alapján most Galois-gráfot készítünk. A bináris reláció, amelynek Galois-halmazát keressük, most az, hogy bizonyos gyerek kedvel bizonyos másik gyereket. Megkeressük az összes zárt részhalmazpárt. Lásd *25. táblázat.* Egy zárt részhalmazpár jelentése esetünkben: az a legnagyobb gyerekcsoport, amelynek minden tagja szereti egy másik legnagyobb gyerekcsoport minden tagját. A Norris-féle[16] algoritmus Pozsonyi – Drommer-féle[17] számítógépes programját használjuk most is, mint az előzőekben. Ennek alapján a zárt részhalmazpárok listája az alábbi. Lásd *26. táblázat.*

```
 1>[ 1 ]:{ 3 4 5 7 8 9 10 11 15 }
 2>[ 1 15 ]:{ 4 5 7 9 11 }
 3>[ 1 8 ]:{ 3 5 11 }
 4>[ 1 6 ]:{ 4 7 9 10 15 }
 5>[ 1 5 ]:{ 3 4 7 8 10 15 }
 6>[ 1 5 11 ]:{ 3 8 }
 7>[ 1 5 9 ]:{ 3 4 7 10 15 }
 8>[ 1 5 9 13 ]:{ 3 10 15 }
 9>[ 1 5 8 9 11 13 ]:{ 3 }
10>[ 1 5 6 9 ]:{ 4 7 10 15 }
11>[ 1 5 6 9 13 ]:{ 10 15 }
12>[ 1 3 ]:{ 4 5 8 9 10 11 }
13>[ 1 3 15 ]:{ 4 5 9 11 }
14>[ 1 3 8 15 ]:{ 5 11 }
15>[ 1 3 8 12 15 ]:{ 11 }
16>[ 1 3 8 10 15 ]:{ 5 }
17>[ 1 3 6 ]:{ 4 9 10 }
18>[ 1 3 5 ]:{ 4 8 10 }
19>[ 1 3 5 11 ]:{ 8 }
20>[ 1 3 5 6 9 ]:{ 4 10 }
21>[ 1 3 5 6 9 13 ]:{ 10 }
22>[ 1 2 6 15 ]:{ 4 7 9 }
23>[ 1 2 5 6 9 15 ]:{ 4 7 }
24>[ 1 2 4 6 15 ]:{ 7 9 }
25>[ 1 2 4 5 6 9 14 15 ]:{ 7 }
26>[ 1 2 3 6 15 ]:{ 4 9 }
27>[ 1 2 3 5 6 9 15 ]:{ 4 }
28>[ 1 2 3 4 6 15 ]:{ 9 }
29>[ 2 ]:{ 4 6 7 9 14 }
30>[ 2 9 ]:{ 4 6 7 14 }
31>[ 2 9 14 ]:{ 6 7 }
32>[ 2 7 9 ]:{ 6 14 }
33>[ 2 7 9 14 ]:{ 6 }
34>[ 2 6 ]:{ 4 7 9 14 }
35>[ 2 6 9 ]:{ 4 7 14 }
36>[ 2 6 7 9 ]:{ 14 }
```

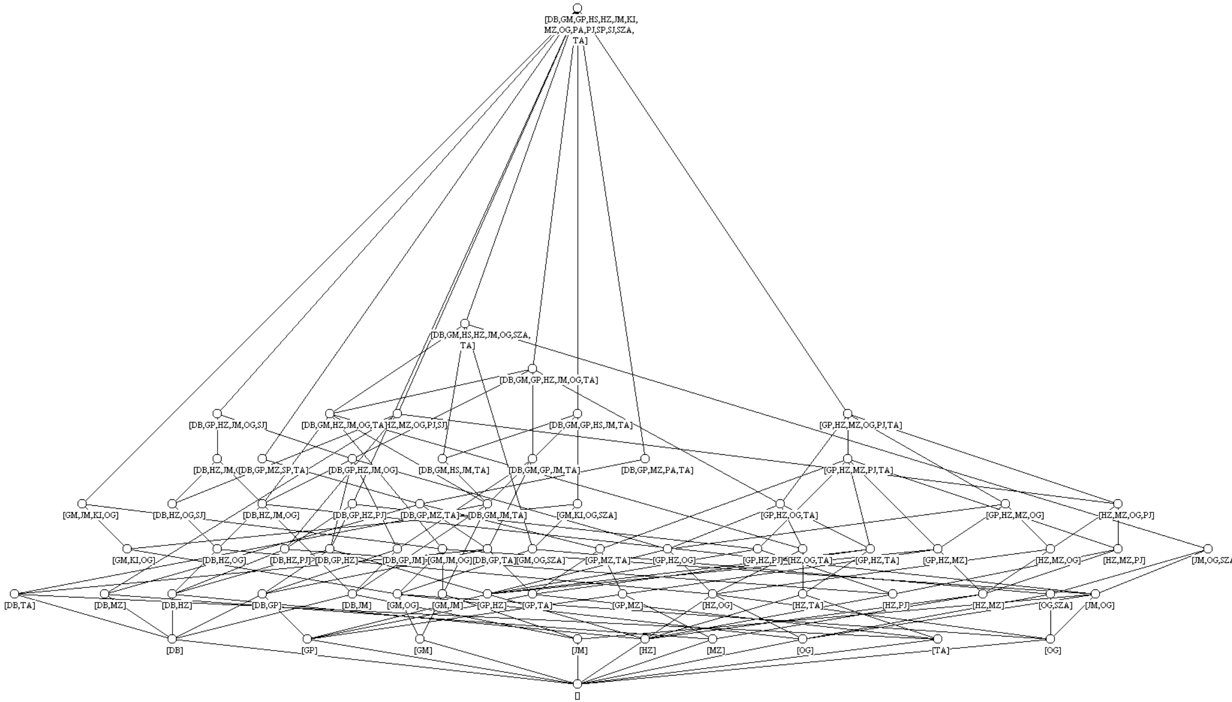
26. táblázat. Minden kapcsolat – Zárt részhalmazpárok

37>[3]:{ 1 4 5 8 9 10 11 12 13 }
38>[3 15]:{ 1 4 5 9 11 12 }
39>[3 8]:{ 1 5 11 12 13 }
40>[3 8 15]:{ 1 5 11 12 }
41>[3 5]:{ 1 4 8 10 12 13 }
42>[3 5 15]:{ 1 4 12 }
43>[3 5 11]:{ 1 8 12 }
44>[3 5 9]:{ 1 4 10 13 }
45>[3 5 9 15]:{ 1 4 }
46>[3 5 8]:{ 1 12 13 }
47>[3 5 8 11 15]:{ 1 12 }
48>[3 5 8 9]:{ 1 13 }
49>[3 5 8 9 11 15]:{ 1 }
50>[5]:{ 1 3 4 7 8 10 12 13 15 }
51>[5 15]:{ 1 4 7 12 }
52>[5 11]:{ 1 3 8 12 }
53>[5 9]:{ 1 3 4 7 10 13 15 }
54>[5 9 15]:{ 1 4 7 }
55>[5 8]:{ 1 3 12 13 }
56>[5 8 11]:{ 1 3 12 }
57>[5 8 9]:{ 1 3 13 }
58>[5 8 9 11]:{ 1 3 }
59>[6]:{ 2 4 7 9 10 14 15 }
60>[6 9]:{ 2 4 7 10 14 15 }
61>[6 9 14]:{ 2 7 }
62>[8]:{ 1 3 5 11 12 13 }
63>[9]:{ 1 2 3 4 6 7 10 13 14 15 }
64>[9]:{ 1 2 3 4 6 7 10 13 14 15 }
65>[9 14]:{ 2 6 7 }
66>[15]:{ 1 4 5 7 9 11 12 }

26. táblázat. Minden kapcsolat – Zárt részhalmazpárok

A kapcsos zárójelben – {...} – azon gyerekek számjele áll, akik valakit szeretnek, míg a szögletes zárójelben – [...] – azoké, akiket valaki szeret. A táblázat alapján elkészítjük a Galois-gráf rajzát. Lásd *22. ábra.*

Ezt neveztük el Galois-szociogramnak. Mit jelent ez? Mennyiben azonos a tradicionális szociogrammal, illetve mennyiben különbözik tőle? Egy szögpont egy olyan legnagyobb gyerekcsoportot jelent, amelynek minden tagja egy másik, bizonyos legnagyobb gyerekcsoport minden tagját szereti, s egyúttal ez a szögpont a szeretett gyerekcsoportot is jelenti. Az ábra tartalmazza az összes ilyen csoportpárt. A pontok elrendezése s a köztük levő összekötő vonalak pedig az egyes csoportok között fennálló hierarchiát tükrözik, az első fejezetből már megismert módon. Ebben az értelemben tehát feltétlenül egyfajta szociogrammal van dolgunk, mivel a vizsgált közösség szociális kapcsolatainak térképe ez is.



22. ábra. Galois-szociogram – Minden kapcsolat

Ugyanakkor látható, hogy vannak lényeges különbségek is a hagyományos és az itteni ábrázolás között. Melyek ezek? Először is egy pont nem egy személyt, hanem személyek egy csoportját jelenti. Másrészt a pontokat összekötő vonalak nem a személyek közti rokonszenvet jelentik.

Nézzük meg, a kapott gráf hogyan értelmezhető.

INTERPRETÁCIÓ

1. A hálózat meglehetősen kompakt. A lehetséges 2^{15} = 32 768 helyett mindössze 65 pontból áll.
2. A legnépszerűbb gyerekeket az első emeleten találjuk mint egyelemű szögletes zárójelben lévő pontokat.
3. Minél népszerűtlenebb egy gyerek, első megjelenése annál magasabb emeleten van.
4. A népszerűséget nemcsak a szavazatok száma szabja meg, de a struktúra is. (Például van egy gyerek, akit a második emeleten lévő pont képvisel, pedig ugyanannyi szavazatot kapott, mint másvalaki, aki pedig az első emeleten van ábrázolva. Ez esetben ugyanis az első emeleten jelzett gyermeknek több a kapcsolata felfelé, mint a másiknak).
5. A gráf részgráfok formájában tartalmaz minden, az osztályban létező alcsoportot, baráti társaságot; ezeket mint hurkokat látjuk a rajzon.
6. Minden emeleten található egy pont, melyből a legtöbb vonal – gráfél – megy felfelé. A legtöbb alcsoportban azon gyerekek vesznek részt, akiket e pont jelöl.
7. Aki a legtöbb gyereket szereti, a legmagasabb emeleten jelenik meg, kapcsos zárójelben. Ezek a legmagányosabb, leginkább elszigetelt egyének.
8. Az első emeleten a bal oldalon a fiúk, a jobb oldalon a lányok vannak. A magasabb emeleteken a nemek összekeverednek. A legtöbb alcsoport nemek szerint különült el.
9. Ki a legelszigeteltebb? Aki az alulról számított szögletes zárójelben való első megjelenésétől számított emeletről a legfelső I pontba a legkevesebb számú lépéssel ér el.
10. Egy egyén összes kapcsolatát az alábbi részgráf adja meg: Legyen a szóban forgó egyén ’A’. válasszuk ki az összes olyan pontot, amelyben A előfordul szögletes zárójelben, és az ezekhez tartozó gráféleket is. Példaként ilyet mutat a *23.* és *24. ábra.*
11. Az információáramlás útja A-tól B-ig.

(Előfeltevés: ha valaki szeret valakit, elmondja neki, amit tud.)

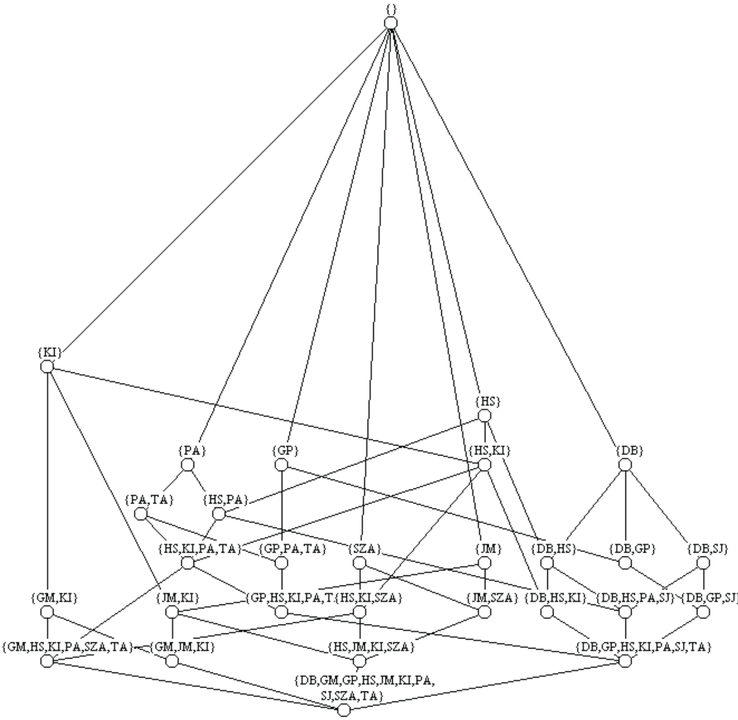
Ha { A } * [B], akkor A B.

Ha nem, akkor megkeressük azt a legmagasabb pontot, ahol [...B...] * {...C...}.

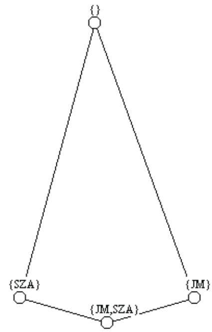
Ha {...A...} * [...C...], akkor A C B.

Ha nem, akkor megkeressük azt a legmagasabb pontot, ahol

[...C...] * {...D...}.
Ha {...A...} * [...C...], akkor A D C B.
Ha nem, akkor így tovább.



23. ábra. OG-t szerető gyerekek hálózata



24. ábra. KI-t szerető gyerekek hálózata

Látjuk, hogy számos tulajdonság, a vizsgált közösség jó néhány sajátossága közvetlenül leolvasható a Galois-szociogramról. Mielőtt azonban azt taglalnánk, hogy mennyivel nyújt többet a hagyományosnál, át kell térnünk a kölcsönös kapcsolatokat ábrázoló Galois-szociogramra, mert csak így tudjuk majd összevetni a korábbi és az új módszert.

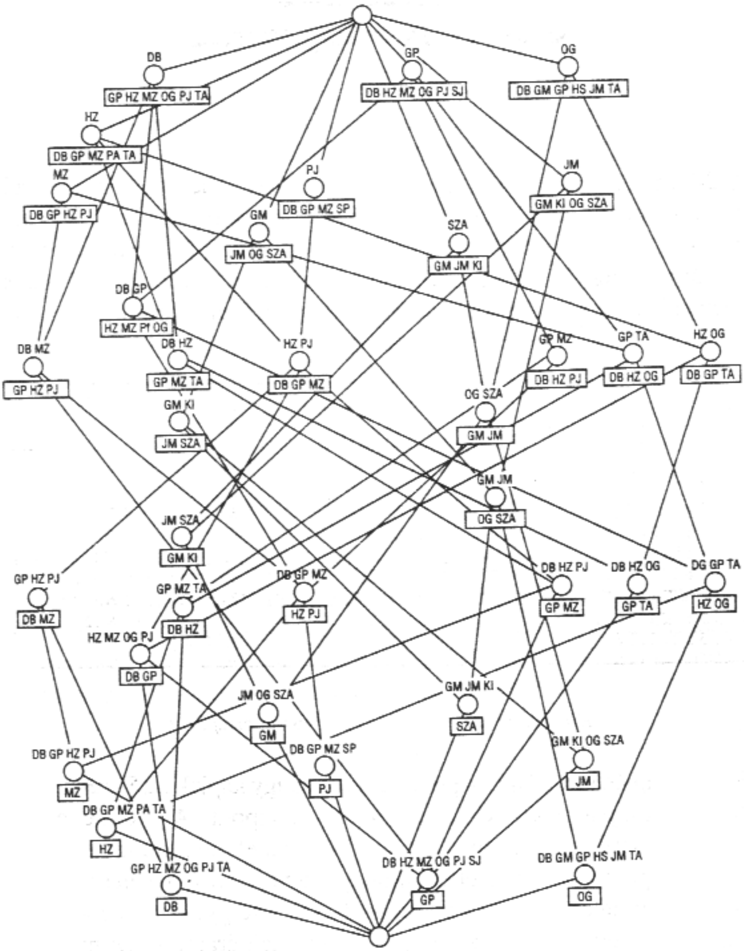
4.3. KÖLCSÖNÖS KAPCSOLATOK GALOIS-SZOCIOGRAMJA

A *24. táblázat*ba foglalt, az összes deklarációt tartalmazó relációtáblából indultunk ki. Ebből elhagytunk minden olyan keresztet, amely nem kölcsönös kapcsolatot jelent. Ekkor jutottunk a *25. táblázat*hoz. Látjuk, hogy ennek kitöltése szimmetrikus a főátlóra. A *25. táblázat* alapján megkeressük a zárt részhalmazpárokat, amelyeket a mostani esetben a *27. táblázat* mutat.

```
 1> [ 1 15 ]:{ 3 5 8 9 11 15 }
 2> [ 1 8 15 ]:{ 3 5 11 }
 3> [ 1 5 15 ]:{ 3 8 15 }
 4> [ 1 5 10 15 ]:{ 3 8 }
 5> [ 1 5 9 15 ]:{ 3 15 }
 6> [ 1 5 8 9 10 12 15 ]:{ 3 }
 7> [ 1 3 15 ]:{ 5 8 9 11 }
 8> [ 1 3 14 15 ]:{ 5 9 }
 9> [ 1 3 8 15 ]:{ 5 11 }
10> [ 1 3 8 14 15 ]:{ 5 }
11> [ 1 3 8 11 15 ]:{ 11 }
12> [ 1 3 5 10 15 ]:{ 8 }
13> [ 1 2 3 4 6 14 15 ]:{ 9 }
14> [ 2 15 ]:{ 6 9 14 }
15> [ 2 7 15 ]:{ 6 14 }
16> [ 2 7 9 13 15 ]:{ 6 }
17> [ 2 6 15 ]:{ 9 14 }
18> [ 2 6 7 15 ]:{ 14 }
19> [ 3 15 ]:{ 1 5 8 9 11 13 }
20> [ 3 14 15 ]:{ 1 5 9 }
21> [ 3 8 15 ]:{ 1 5 11 }
22> [ 3 8 14 15 ]:{ 1 5 }
23> [ 3 5 10 15 ]:{ 1 8 }
24> [ 3 5 8 9 10 14 15 ]:{ 1 }
25> [ 5 15 ]:{ 1 3 8 10 15 }
26> [ 5 10 15 ]:{ 1 3 8 }
27> [ 5 9 15 ]:{ 1 3 15 }
28> [ 5 8 9 10 15 ]:{ 1 3 }
29> [ 6 15 ]:{ 2 7 9 14 }
30> [ 6 13 15 ]:{ 2 7 }
31> [ 6 9 13 15 ]:{ 2 }
32> [ 8 15 ]:{ 1 3 5 11 }
33> [ 9 15 ]:{ 1 2 3 4 6 15 }
34> [ 9 13 15 ]:{ 2 6 }
35> [ 10 15 ]:{ 1 3 8 12 }
36> [ 13 15 ]:{ 2 6 7 }
```

27. táblázat. Kölcsönös kapcsolatok – Zárt részhalmazpárok

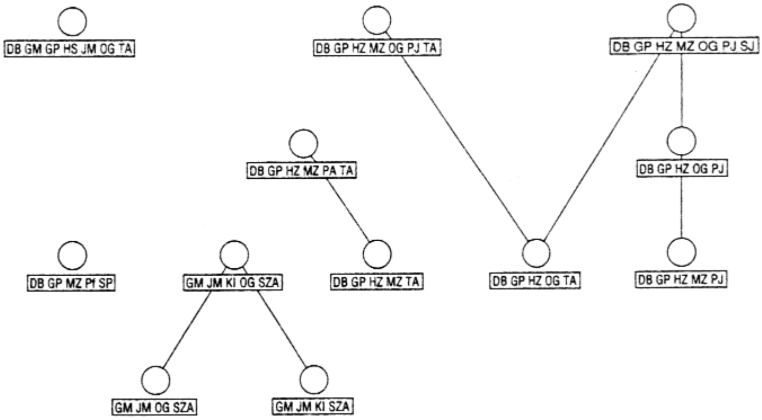
Ennek alapján ismét Galois-gráfot készítünk, így kapjuk a *25. ábrá*t.



25. ábra. Kölcsönös kapcsolatok Galois-szociogramja

Mi ennek a jelentése? Mit jelent itt egy szögpont? A gyermekek azon legnagyobb csoportja került a pont fölé, amelynek minden tagja az ugyanazon pont alá írt gyerekek mindegyikével kölcsönösen szereti egymást. Ez nem jelenti azt, hogy a pont fölé írt jelű gyerekek csoportjának minden tagja egymást is szereti. Az információáramlás szempontjából azonban nem ez a helyzet. A kölcsönösség miatt az információ a szóban forgó két csoport minden tagja közt (amelyek tehát egy-egy ponthoz kerültek) akadálytalanul halad. (Például tekintsük a hetedik emelet bal oldali pontját. Itt a pont alatt [GM, KI], a pont felett {JM, SZA} áll. Ha GM tud valamit, azt megmondja például JM-nek. JM pedig megmondja KI-nek. Így GM-től KI-hez is eljut az információ).

Másrészt a szimmetrikus relációnak tulajdoníthatóan a rajzon középen egy vízszintes szimmetriatengely látható. Formálisan, ha felcseréljük a szögletes és kapcsos zárójelek szerepét, az ábra alsó felében lévő mindegyik pontot e tengelyre nézve tükrözve megkapjuk az ábra felső felét is. Rajzoljuk meg tehát az ábránknak csak az alsó felét! Ez esetben nem teszünk különbséget a kétféle zárójel között, hanem minden ponthoz odaírjuk az összes nevet, zárójel nélkül. Ily módon a 36 pont helyett mindössze 18 pontból álló ábrához jutunk. Mi történik? Folytatódik a pontok számának csökkenése, mert bizonyos pontokhoz most a neveknek ugyanaz a halmaza kerül. Az azonos nevekkel jelölt pontokat csak egyszer kell tekintetbe venni, miáltal már csak 12 pontból áll a rajz. Ezt mutatja a *26. ábra.*

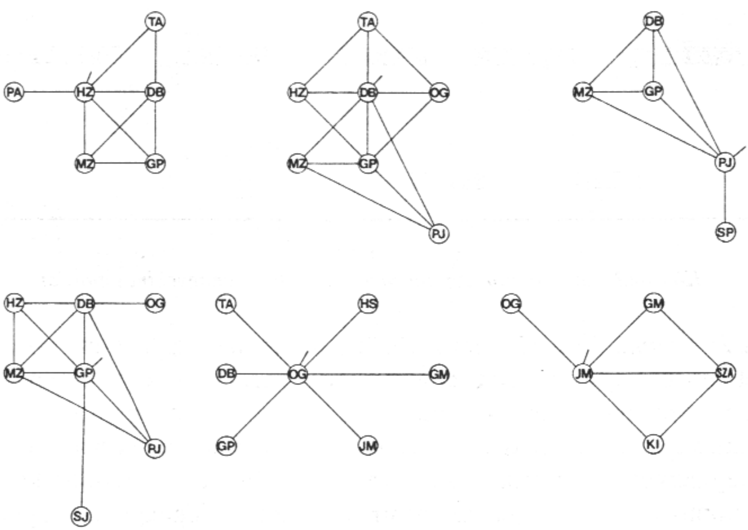


26. ábra. Kölcsönös kapcsolatok. Az információáramlás legnagyobb csoportjai

A *26. ábra* 12 pontja közül 6 darab maximális pont, abban az értelemben, hogy a halmaz, amelyet jelent, nem része egy, az ábrán látható más halmazt jelentő pontnak sem. A rajz szerint e pontokból felfelé nem vezet gráfél. Míg a *26. ábra* pontjait az információáramlás legnagyobb csoportjainak neveztük, közülük az ily módon kitüntetett pontokat mondhatjuk az információáramlás legnagyobb független csoportjainak.

Tekintsük most a kiindulásul vett tradicionális szociogramot. A hálózat egyes részeiben is láthatjuk az információáramlás útját. Azaz kiválaszthatók egyes hurkok, hálózatrészek a teljes ábrából. De milyen szabály szerint történjék a kiválasztás, melyek az adatok áramlásának legnagyobb, de független körei? Értelemszerűnek látszik a következő szabály. Kiválasztjuk a közösség egy tagját jelentő kört, a hozzá közvetlenül kapcsolódó körrel jelölt tagokkal együtt, azaz az őt jelentő kör köré rajzoljuk mindazoknak az egyéneknek megfelelő köröket, akikkel neki kölcsönös kapcsolata van, s megrajzoljuk az így kapott szociogramrészlet minden kölcsönös kapcsolatot jelentő összekötő vonalát is. Ezt az eljárást rendre elvégezzük a közösség minden tagját jelentő körrel, s ily módon annyi alcsoportot kapunk, ahány tagú a közösség. Esetünkben tizenötöt. Ezután megvizsgáljuk, hogy mely ábrák foglaltatnak benne valamelyik másikban, s ezeket elhagyjuk. Azaz ha egyes alcsoportok teljes egészükben benne vannak egy másikban, akkor ezeket elhagyjuk. Ugyanis ezek nem független csoportok, hiszen benne vannak egy másik csoportban. Esetünkben a 15 szociogramrészlet közül 6 darab marad meg.

Ezek tehát a legnagyobb, független csoportok, amelyekben az információ áramlik. Ezeket külön is megrajzoltuk a *27. ábrá*n.



27. ábra. Az információáramlás legnagyobb független alcsoportjai

Könnyű észrevenni, hogy a Galois-szociogram fenti, egyszerűsített formájának szögpontjai ugyanazokat a csoportokat ábrázolják, de egyetlen ábrán, mint a tradicionális szociogramrészletek sorozata (a megtartott csoportok!), így tehát a *26. ábra* maximális szögpontjai és a mondott eljárással kapott, a *27. ábrá*n látható rajzsorozat ekvivalensek.

4.4. KONKLÚZIÓK, EREDMÉNYEK

Mielőtt összefoglalnánk a Galois-szociogramról mondottakat, tekintsük át, milyen korlátozásokkal lehet használni az eredeti, általunk tradicionálisnak nevezett szociogramot.

1. A szociogram készítése heurisztikus.

2. Az információáramlás útját csak a kölcsönös kapcsolatok szociogramjáról lehet leolvasni.

3. Az egyén által deklarált választások számát korlátozzák.

Foglaljuk össze a Galois-szociogramról mondottakat.

A szociometriai szakirodalomban „szociogram”-nak hívott, a közösségek rejtett hálózatát ábrázoló grafikus elrendezést könyvünkben „tradicionális szociogram”-nak neveztük el. Tettük ezt azért, hogy megkülönböztessük attól a fajtától, amelyet magunk vezettünk be, s amelyet „Galois-szociogram”-nak mondottunk. Ezzel kiterjesztettük a szociogram fogalmát.

A Galois-szociogram bevezetésének fő tanulságai a következők.

1. A Galois-szociogram nem helyettesíti, hanem kiterjeszti a hagyományos szociogramot.

2. A kettő közti fő különbség, hogy míg a hagyományoson egy pont egy személyt jelöl, addig a Galois-félén személyek egy csoportját.

3. A tradicionális szociogramról leolvasható alcsoportok és a „Kölcsönös kapcsolatok – Az információáramlás legnagyobb csoportjai” Galois-szociogram maximális pontjai ekvivalensek.

Talán első ránézésre az általunk javasolt ábrák bonyolultabbak a hagyományos rajznál, ám bemutattuk, hogy egy sor előnyük van a tradicionálishoz képest; ezek módszerünk eredményei. Tekintsük át ezeket befejezésül.

1. A Galois-szociogram készítése algoritmikus. Ez azt jelenti, hogy – a hagyományossal ellentétben – minden önkényességet kiküszöböltünk a szociogram konstruálásából; az elvégzendő lépésekre mind a számításban, mind a rajzolásban egyértelmű utasítás vonatkozik.

2. A Galois-szociogram nem csupán a kölcsönös, hanem az egyoldalú kapcsolatokat is kezeli, sőt az utóbbi esetben algoritmust ad az információáramlás útjára. (Emlékezzünk vissza Mérei Ferenc[13] szavaira: „A hírközlés útját csak arról a szociogramról olvashatjuk le, amelyet kölcsönösségekből rajzoltunk ki.” – !)

3. Nem korlátozza a választások számát, minden, a vizsgálatban részt vevő személy annyi társát deklarálhatja rokonszenvesnek, ahányat akar. A számításokban ez nem okoz nehézséget. (Emlékezzünk vissza Evans idézett[5] munkájára, melyben a Szerző kezeli ugyan az egyoldalú kapcsolatokat, viszont minden vizsgált személy részére előírja, hogy három választása lehet csak!)

4. A Galois-szociogram megadja minden létező alcsoport kölcsönös és egyoldalú kapcsolatát.

5. Az alcsoportok az ábrán vizuálisan megjelennek.

6. Az egyén összes kapcsolatát közvetlenül láthatóvá teszi.

7. Nem használ indexeket, hanem struktúrákat mutat.

8. Ha össze akarjuk hasonlítani a hagyományos és a Galois-szociogramot, ekvivalenciát találunk a kettő között egy speciális értelemben (amelyet fentebb már leírtunk). A helyzet azonban nem egyszerű. Ugyanis az a szociogram, amely a legtöbb információt adja – nevezetesen a „Minden kapcsolat” szociogramja – azért nem összemérhető a hagyományossal, mert ez utóbbi nem is kezeli az egyoldalú kapcsolatokat. Csak a többszöri „egyszerűsítés” után adódó „Kölcsönös kapcsolatok” szociogramja vethető össze a hagyományossal, s erre az esetre érvényes a mondott ekvivalencia.

5. KUTATÁSI ALKALMAZÁSOK

Ebben a fejezetben az 1999-től végzett – a Galois-gráfokkal kapcsolatos – kutatások négy területét ismertetjük. A Pécsi Egyetem (korábbi Janus Pannonius Tudományegyetem) Tanárképző Intézetének kutatócsoportja nagy pedagógiai felmérést végzett a Baranya megyei iskolákban, s az ennek alapján készített adatbázis lehetőséget adott a csoport munkatársainak sokféle következtetésre. Jelen kötet szerzője sok segítséget és adatot kapott a kutatóktól, név szerint Kocsis Mihály, Reisz Teréz, Balázs Éva, Vágó Irén, valamint Burányi Péter kollégáktól. Ezek alapján a kutatócsoportnak „Az iskolai tudás mérése" című témájához csatlakozhat négy írás, mégpedig a tantárgyi attitűdök, a szülők iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási terve közti összefüggések, a településtípusok és az ott lakó gyermekek iskolázási terve közti összefüggések, valamint a fizika tantárgytesztek strukturális elemzése.

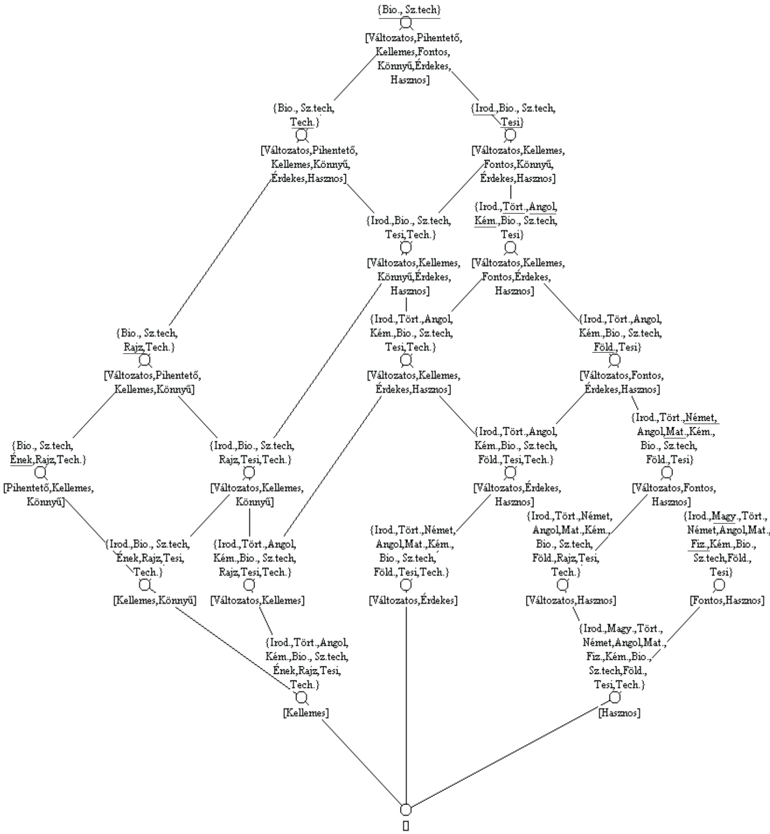
5. 1. A TANULÓK TANTÁRGYI ATTITŰDJEI

A TANTÁRGYI ATTITŰDVIZSGÁLATRÓL

Rendhagyó módon először megmutatjuk az Olvasónak a tantárgyi attitűdvizsgálat összesített eredményét egybefoglaló táblázatot és az ebből készített struktúrát. Előzetes magyarázat nélkül is össze lehet hasonlítani a kettőt.

	változatos /egyhangú	pihentető/ fárasztó	kellemes/ kellemet.	fontos/ felesleges	könnyű/ nehéz	érdekes/ unalmas	haszontal. /hasznos	jó/ rossz
irodalom	2,43	2,59	2,49	2,00	2,46	2,46	2,03	2,30
nyelvtan	2,80	3,05	2,91	1,85	2,70	2,90	1,85	2,48
történel.	2,02	2,76	2,50	1,74	2,87	2,01	1,83	2,26
német	2,43	2,99	2,70	1,76	2,96	2,62	1,71	2,38
angol	2,17	2,69	2,35	1,52	2,69	2,21	1,58	2,21
matemat.	2,29	3,02	2,77	1,56	2,96	2,55	1,61	2,35
fizika	2,52	3,18	2,95	2,01	3,17	2,58	2,04	2,63
kémia	1,97	2,72	2,49	1,88	2,77	1,99	1,85	2,17
biológia	2,04	2,45	2,27	1,83	2,39	1,97	1,83	2,04
földrajz	2,19	2,79	2,61	1,86	2,84	2,20	1,94	2,35
ének	2,76	2,21	2,48	3,16	1,90	3,03	3,00	2,56
rajz	2,44	2,15	2,35	,97	1,87	2,64	2,78	2,27
testnevel.	1,98	2,92	2,12	2,08	2,08	2,31	1,86	1,83
technika	2,21	2,30	2,20	2,51	1,98	2,37	2,19	2,07
számítást.	1,80	1,75	1,70	1,50	1,76	1,59	1,47	1,55

28. táblázat. A tantárgyi attitűdvizsgálatok eredményei. Általános iskola



28. ábra. Attitűdök. Pozitív tulajdonságok szerint rendezve. Általános iskola

Az első benyomás után lássuk a pontos értelmezést.

A Janus Pannonius Tudományegyetem (ma már Pécsi Tudományegyetem) Tanárképző Intézetének kutatócsoportja 1999. májusában kiterjedt vizsgálatot végzett a Baranya megyei általános és középiskolák tanulóinak egy reprezentatív mintát jelentő csoportján. Számos adat került felvételre a tantárgytesztektől a tanulók szociális helyzetének feltérképezéséig. A mérés egyik célja az 1995-ben a József Attila Tudományegyetem Pedagógia Tanszékének munkatársai által végzett felmérés eredményeivel való összehasonlítás, hogy tudniillik a Csongrád megyei és a Baranya megyei gyerekek tudása, neveltségi szintje hogy viszonylik egymáshoz. Másfelől azonban e többváltozós mérés egy sor, a szegedihez képest új elemet is tartalmaz, a vizsgálat a pedagógiai hozzáadott érték vizsgálatára is kiterjedt, magában foglal új pszichológiai teszteket stb. A többi között megkérdezték a tanulókat afelől is, hogy milyen a viszonyuk egyes tantárgyaikhoz. Összesen 69 iskolában, 1351 tanulót vizsgáltak.[6]

Először az általános iskolai adatokkal foglalkozunk. A *28. táblázat*ban foglalt adatok a következők. 30 általános iskolában 529 tanulót kérdeztek meg 15 tantárggyal kapcsolatban. Minden egyes tárgy 8 tulajdonságát sorolták fel, azok pozitív, illetve negatív oldalát megnevezve. Például, hogy a „Nyelvtan” „ Pihentető”, illetve „Fárasztó”-e. Azt kérték, hogy a tanulók ötfokú skálán osztályozzanak, úgy, hogy minél jobb a véleményük, annál kisebb számot írjanak, illetve fordítva. Ha például a Nyelvtan valaki szerint teljesen Pihentető, akkor írjon 1-et, ha teljesen „Fárasztó”, akkor 5-öt. Az egy-egy tantárgyra és egy-egy tulajdonságra adott tanulói „érdemjegyek” számtani közepét vették, e számok kerültek a *28. táblázat* egyes négyzeteibe.

A táblázatot elemezve látjuk, hogy a Számítástechnika népszerűsége vezető helyen áll, s még további sajátságok is megállapíthatók, bár ezek megfigyelése eléggé fáradságos.

Feltételeztük, hogy a számadatokat mellőző rajzon áttekinthetőbbek lesznek a viszonyok. A Galois-gráf egy ilyen lehetséges ábrázolási mód. Készítésének feltétele a két véges halmaz elempárjai közt fennálló bináris reláció. A két halmaz adott: egyik a tantárgyak, a másik a tulajdonságok. Ám a fennálló több-többértelmű kapcsolat (azaz hogy bármely tantárgynak bármely tulajdonsága lehetséges) nem bináris kapcsolatban van, hanem számszerűben (1 és 5 közötti számok). Ezért a kapcsolatot binárissá alakítottuk. Ha a szóban forgó szám 1 és 2,50 között volt, akkor 0-t, ha 2,51 és 5 között, akkor 1-et írtunk új táblázatunkba. Így adódott a *29. táblázat.*

14
7
1011111
0001001
1011011
1001001
1011011
1001001
0001001
1011011
1111111
1001011
0110100
1110100
1011111
1110111

29. táblázat. A tantárgyi attitűdvizsgálat eredményei. Bináris táblázat. Általános iskola

Érdekes, hogy ha csupán igen-nem választ engedünk meg, azaz az 1 és 2,50 közötti értékek 0 jele az „igen”-t, a 2,51 és 5 közöttieké a „nem”-

et jelenti, akkor a Biológia és a Számítástechnika teljesen azonos elbírálást kapott. Így mi ezeket azonosnak tekintettük, miáltal táblázatunk nem 15, hanem 14 sorból áll. Ami az oszlopok számát illeti, ezek száma is eggyel csökkent. Ugyanis az utolsó – nyolcadik – oszlop „Jó – Rossz” kérdését túlzottan általános volta miatt nem vettük tekintetbe.

Így tehát jelöléseink a következők:

tantárgyak

[1] irodalom
[2] nyelvtan
[3] történelem
[4] német
[5] angol
[6] matematika
[7] fizika
[8] kémia
[9] biológia, számítástechnika
[10] földrajz
[11] ének
[12] rajz
[13] testnevelés
[14] technika

tulajdonságok

{1} változatos
{2} pihentető
{3} kellemes
{4} fontos
{5} könnyű
{6} érdekes
{7} hasznos

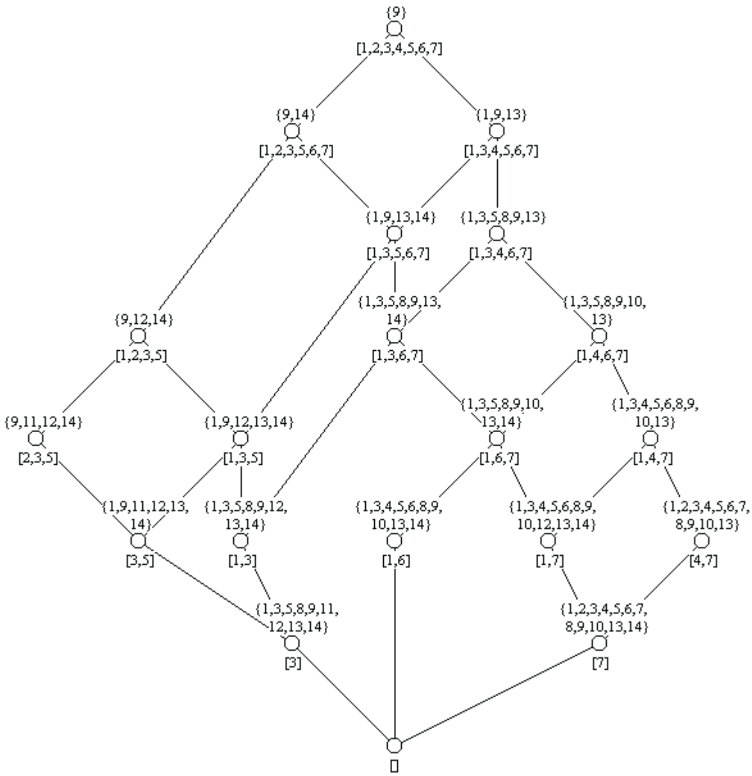
Ezután megkerestük az úgynevezett zárt részhalmazpárokat. Esetünkben ezek azok a legnagyobb tantárgycsoportok, amelyek mindegyike rendelkezik ugyanazon tulajdonságok egy legnagyobb csoportjával. Azaz ha több tantárgyat tekintenénk, akkor a közös tulajdonságok száma csökkenne, illetve ha több tulajdonságot vennénk, akkor ezek már nem minden tárgyra állnának fenn. A zárt részhalmazpárok listáját tartalmazza a *30. táblázat.*

1>[1 9 13] : {1 3 4 5 6 7}
2>[1 9 13 14] : {1 3 5 6 7}
3>[1 9 12 13 14] : {1 3 5}
4>[1 9 11 12 13 14] : {3 5}
5>[1 3 5 8 9 13] : {1 3 4 6 7}
6>[1 3 5 8 9 13 14] : {1 3 6 7}
7>[1 3 5 8 9 12 13 14] : {1 3}
8>[1 3 5 8 9 11 12 13 14] : {3}
9>[1 3 5 8 9 10 13] : {1 4 6 7}
10>[1 3 5 8 9 10 13 14] : {1 6 7}
11>[1 3 4 5 6 8 9 10 13] : {1 4 7}
12>[1 3 4 5 6 8 9 10 13 14] : {1 7}
13>[1 3 4 5 6 8 9 10 12 13 14] : {1 7}
14>[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 13] : {4 7}
15>[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 13 14] : {7}
16>[9] : {1 2 3 4 5 6 7}
17>[9 14] : {1 2 3 5 6 7}
18>[9 12 14] : {1 2 3 5}
19>[9 11 12 14] : {2 3 5}

---

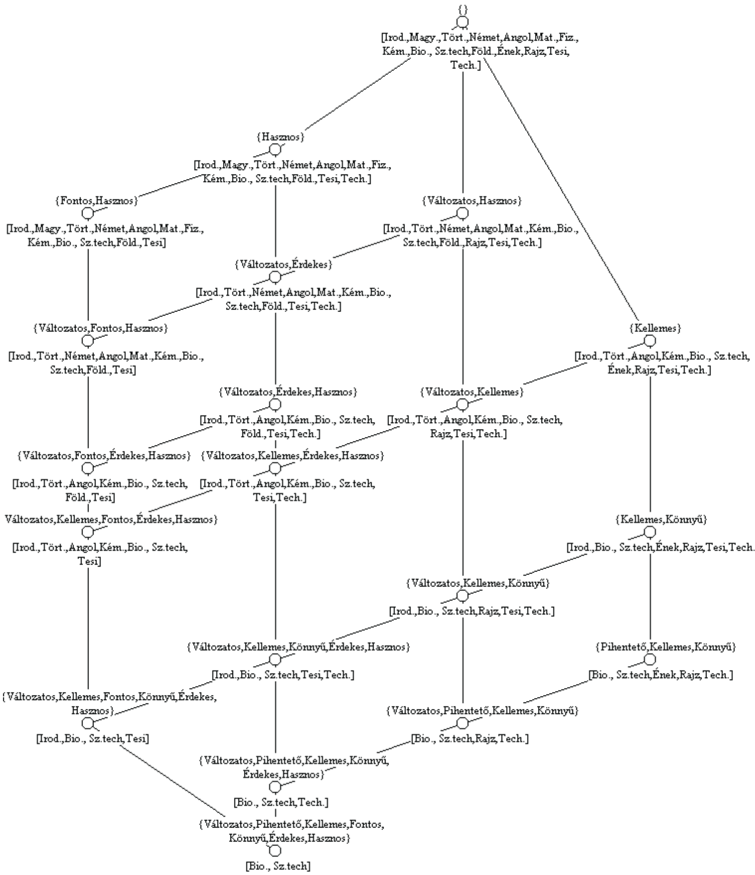
30. táblázat. Pozitív attitűdök. Zárt részhalmazpárok. Általános iskola

A *30. táblázat*ban kapcsos zárójelben állnak a tulajdonságok. Eszerint rendezve rajzoltuk meg Galois-gráfunkat a következőképpen. Az első „emeletre” az egyelemű, a másodikra a kételemű stb. zárt halmazokat rajzoltuk. Ezek a gráf szögpontjai. A gráfélek a következők szerintiek. Tetszőleges szögpontot minden olyan alatta fekvővel összekötünk, amely a szóban forgó szögpont által reprezentált halmaz legnagyobb részhalmazát reprezentáló pont. Az eljárást minden pontra nézve elvégeztük. Így kaptuk meg a *29. ábrá*t.



29. ábra. Attitűdök – számjelekkel. Pozitív tulajdonságok szerint rendezve. Általános iskola

Mármost a számjelek helyébe visszaírva jelentésüket, tehát a szögletes zárójelekben lévő 1 és 14 közötti számok helyébe a tantárgyak neveit, a kapcsos zárójelbeliek helyére a megfelelő 1–7 tulajdonságokat, jutottunk az *28. ábrá*hoz. Egyes tantárgyak nevét a rajzon alá-húztuk tettük. Mégpedig ott, ahol az illető tantárgy a legmagasabb helyen fordul elő.



30. ábra. Attitűdök. Pozitív tulajdonságok. Tantárgyak szerint rendezve. Általános iskola

Ezzel megadtuk az elöljáróban bemutatott *28. táblázat* és *28. ábra* jelentését.

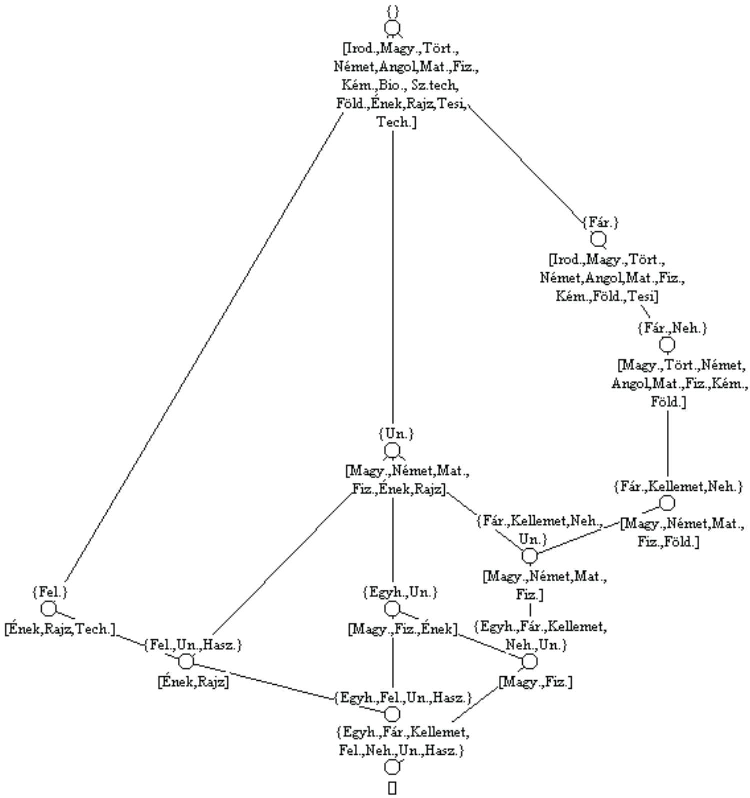
Rajzunkból világosan kitetszik, hogy a Biológia és a Számítástechnika vezet a tanulók kedveltségi listáján, hogy ezeket a Technika, az Irodalom és a Testnevelés követi. A Kémia, a Történelem és az Angol, majd újabb hátránnyal a Földrajz, még később a Rajz, a Német, a Matematika, az Ének és a Rajz következik. Utolsó helyen áll a Nyelvtan és a Fizika. Ámde nem csupán egy lineáris sorrend olvasható le a gráfról. A struktúra ugyancsak sokat mond. Hiszen például a Technika a hierarchia ugyanazon fokán áll, mint az Irodalom és a Testnevelés, de míg a Technika „Változatos”, „Pihentető”, „Kellemes”, „Könnyű”, „Érdekes” és „Hasznos”, addig az Irodalom és a Testnevelés nem „Pihentető”, hanem „Fontos”! Vagy a legszerényebb helyet elfoglaló, azaz legnépszerűtlenebb Nyelvtan és Fizika két lényeges és elismert tulajdonsága, hogy „Fontos” és „Hasznos”! Sok szót lehetne elfecsérelni a rajzról leolvasható sajátosságokra, ezt azonban itt nem tesszük, hiszen éppen annak bemutatása a célunk, hogy „egy kép többet mond ezer szónál”. Az Olvasó maga győződhet meg róla, hogy az egyetlen számot sem tartalmazó ábra áttekinthető, és könnyebben kezelhető, mint a sok számot tartalmazó *28. táblázat.*

További információk láthatók a *30. ábrá*n. Ezen a zárt részhalmazpárok *30. táblázat*ának szögletes zárójelekben álló tantárgyai szerint rendeztük el a rajzot. Az azonos emeleteken az azonos elemszámú zárt tantárgyhalmazok állnak. Erről könnyen olvasható le, hogy melyek az egymással megegyező tulajdonságú tárgyak.

ÁLTALÁNOS ISKOLA – NEGATÍV ATTITŰDÖK

Minthogy a vizsgált tantárgyi tulajdonságok mindegyikének van jó és rossz oldala is, és az eddig bemutatott ábrák csak a jó oldalakra vonatkoztak, megmutatjuk még a negatív tulajdonságokat is. A *32. ábrá*n a negatív tulajdonságok szerinti rendezés látható, míg a *31. ábra* a negatív tulajdonságokra vonatkozóan a tantárgyak szerinti rendezést mutatja. Ezekhez oly módon jutottunk, hogy a bemenő táblázatban felcseréltük a nullákat és egyeseket. Például a Nyelvtan „Pihentető” – „Fárasztó” négyzetében az eredeti adat 3,05. Mivel értéke 2,51 feletti, ezért a *29. táblázat*unkban 1 szerepelt a megfelelő helyen. Lényegében ez az egyes azt jelentette, hogy az illető tulajdonság szempontjából a tárgy jó. A negatív attitűd fordított értelme miatt a táblázatba ide 0-t írtunk. A kapott zárt részhalmazpárok száma az előbbi 19-cel szemben itt 10-nek adódott.

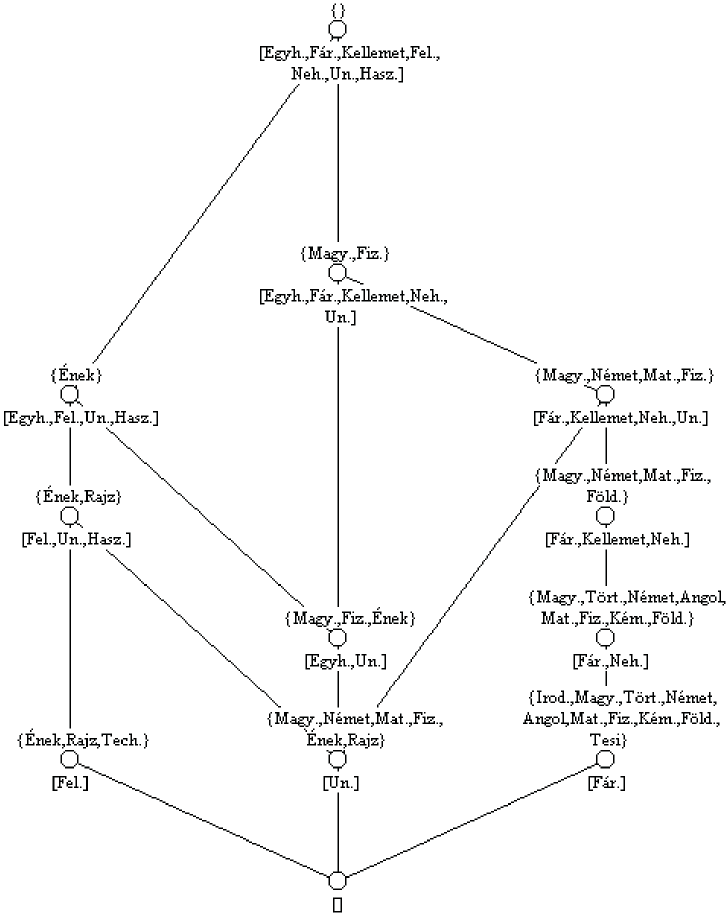
A *31. ábra* egybegyűjti ama tantárgycsoportokat, melyeknek a tanulók véleménye szerint ugyanolyan kellemetlen tulajdonságaik vannak. Az *32. ábrá*n pedig azt látjuk, hogy a különféle kellemetlen tulajdonságokhoz hogyan csoportosulnak a tantárgyak. Például a Biológia és Számítástechnika semmiféle rossz tulajdonsággal nem rendelkezik. Feleslegesnek ítélik az Ének, Rajz és Technika tárgyakat, másokat unalmasnak. Furcsa módon keveredhet a tanulók fejében a szellemi, illetve fizikai értelemben vett „Fárasztó” tulajdonság, hiszen az Irodalom és a Testnevelés is ide került.



31. ábra. Attitűdök. Negatív tulajdonságok. Tantárgyak szerint rendezve. Általános iskola

---

Ha valaki számára túlságosan durva a kétértékű elbírálás, semmi akadálya, hogy ezt finomítsa az oszlopok számának növelésével. Pl. nem a 0–2,5, illetve 2,51–5-nek megfelelő „0” és „1”, hanem pl. öt lehetséges érték közül négy „0” és egy „1” lesz mindig.



32. ábra. Attitűdök. Negatív tulajdonságok. Tulajdonságok szerint rendezve. Általános iskola

---

Technikai okból a Magyar Nyelvtan helyett „Magy" áll az ábrákon.

Az alábbiakban a középiskolai tanulók attitűdvizsgálatának eredményeit vizsgáljuk. Az iskolák száma, ahol felmérés történt: 11, a válaszoló tanulóké: 822. Összesített véleményüket foglalja egybe a *31. táblázat.*

	átlagértékek							
irodalom	2,84	3,13	2,81	2,07	2,86	2,77	2,18	2,51
nyelvtan	3,32	3,32	3,25	2,09	2,80	3,28	2,08	2,83
történelem	2,13	3,11	2,67	1,78	3,10	2,10	1,91	2,26
német	2,78	3,02	2,87	1,72	3,00	2,78	1,69	2,40
angol	2,59	2,80	2,61	1,60	2,63	2,50	1,57	2,13
matematika	2,47	3,38	3,04	1,79	3,39	2,76	1,90	2,56
fizika	3,09	3,61	3,42	2,89	3,58	3,10	2,84	3,14
kémia	3,20	3,37	3,38	3,15	3,23	3,07	2,96	3,10
biológia	2,36	2,81	2,64	2,33	2,68	2,19	2,19	2,33
földrajz	2,36	2,81	2,64	2,39	2,59	2,34	2,26	2,44
ének	3,20	2,67	2,82	3,41	2,06	3,16	3,17	2,85
rajz	2,68	2,21	2,33	3,08	2,04	2,59	2,79	2,38
testnevelés	2,31	2,84	2,23	2,19	2,12	2,59	1,97	2,04
technika	2,48	2,47	2,53	2,42	2,62	2,48	2,34	2,27
számítástech.	2,31	2,23	2,21	1,73	2,31	2,03	1,68	1,97

31. táblázat. A tantárgyi attitűdvizsgálatok eredményei. Középiskola

Minthogy a tantárgyak, a tantárgyak tulajdonságai, valamint a tanulói véleményeket kifejező osztályzatok ugyanazon rendszerben készültek itt is, mint az általános iskolák esetében, így strukturális elemzésünk is követte az általános iskolák esetében használtakat. A *31. táblázat*ból keletkezett az *32. bináris táblázat.*

10
7
0001001
1001011
0001011
1001001
0000000
0000100
0110100
1011101
1101011
1111111

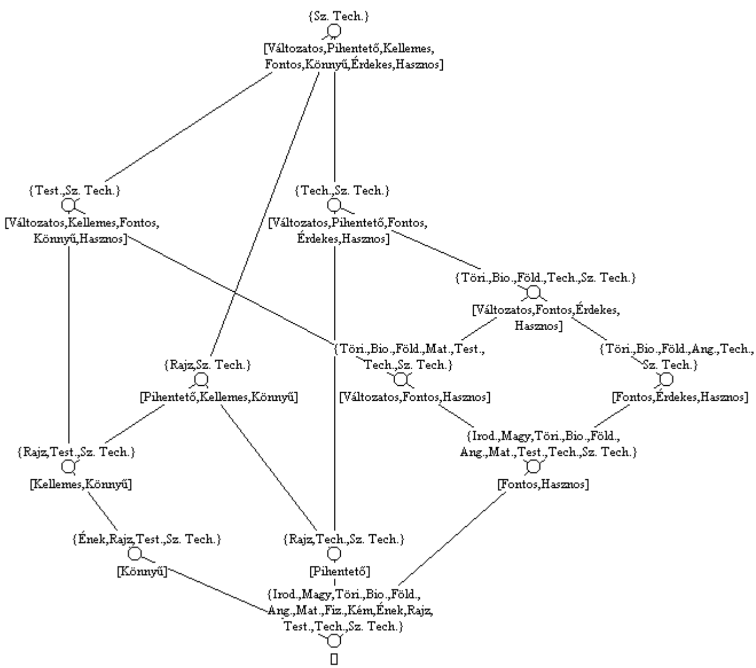
32. táblázat. A tantárgyi attitűdvizsgálat eredményei. Bináris táblázat. Középiskola

E bináris táblázat a zárt részhalmazpárok megkeresésére szolgáló – számítógépre vitt – algoritmus inputja, az output maga a zárt részhalmazpár lista, melyet a *33. táblázat* mutat.

A kapott eredmény alapján készült az az ábra, amelyről leolvashatjuk a középiskolás tanulók véleményét: melyik tárgyukat mennyire kedvelik. *(33. ábra)*

1>	[1 2 3 4 8 9 10]:	{ 4 7 }
2>	[2 9 10]:	{ 1 4 6 7 }
3>	[2 4 8 9 10]:	{ 1 4 7 }
4>	[2 3 9 10]:	{ 4 6 7 }
5>	[6 7 8 10]:	{ 5 }
6>	[7 10]:	{ 2 3 5 }
7>	[7 9 10]:	{ 2 }
8>	[7 8 10]:	{ 3 5 }
9>	[8 10]:	{ 1 3 4 5 7 }
10>	[9 10]:	{ 1 2 4 6 7 }
11>	[10]:	{ 1 2 3 4 5 6 7 }

33. táblázat. Pozitív attitűdök. Zárt részhalmazpárok. Középiskola



33. ábra. Attitűdök. Pozitív tulajdonságok szerint rendezve. Középiskola

A megkérdezett tanulók véleménye szerint a Számítástechnika minden figyelembe vett jó tulajdonsággal rendelkezik! Más, ilyen tárgy nincsen! A Technika és a Testnevelés követi a Számítástechnikát, ezeknek hat-hat jó tulajdonságot tulajdonítanak a gyerekek, mindkettőt Változatosnak, Fontosnak és Hasznosnak ítélik. Míg a Technika szerintük Pihentető és Érdekes is, addig a Testnevelésről azt gondolják, hogy nem Pihentető, illetve Érdekes, hanem Kellemes és Könnyű. Harmadik helyen áll holtversenyben a Történelem, Biológia és Földrajz, melyek a közvélekedés értelmében egyaránt Változatosak, Fontosak, Érdekesek és Hasznosak. A hierarchia következő fokára került a Matematika, a Rajz és az Angol. De már a Matematika nem Érdekes, a Rajz nem Érdekes, nem is Hasznos, de még csak nem is Változatos. Az Angol pedig csupán Fontos, Érdekes, Hasznos. Meglepő módon e tantárgyak mögött áll, ugyanazon a helyen, az Irodalom, a Nyelvtan és a Német, amiket Fontosnak és Hasznosnak tekintenek a gyerekek. Az utolsó előtti helyen van az Ének, ami csak Könnyű.

A legnépszerűtlenebb a középiskolások körében – fej-fej mellett – két tantárgy: a Fizika és a Kémia. Sajnálatos, de a megkérdezett hét jó tulajdonság egyikével sem rendelkeznek a vélemények átlaga szerint!

NEGATÍV ATTITŰDÖK – KÖZÉPISKOLA

A pozitív attitűdök után a negatívokat is megvizsgáltuk. Tehát a tantárgyak Egyhangú, Fárasztó, Kellemetlen, Felesleges, Nehéz, Unalmas és Haszontalan tulajdonságairól való véleményeket.

Rendre elvégezve az előbbi eljárásokat, kapjuk a bináris táblázatot *(34. táblázat)*, a zárt részhalmazpárokat *(35. táblázat)* s a Galois-gráf ábráját *(34. ábra)*.

7
10
1010111000
1111110100
1111110010
0000111000
1111100010
1001111100
0000111000

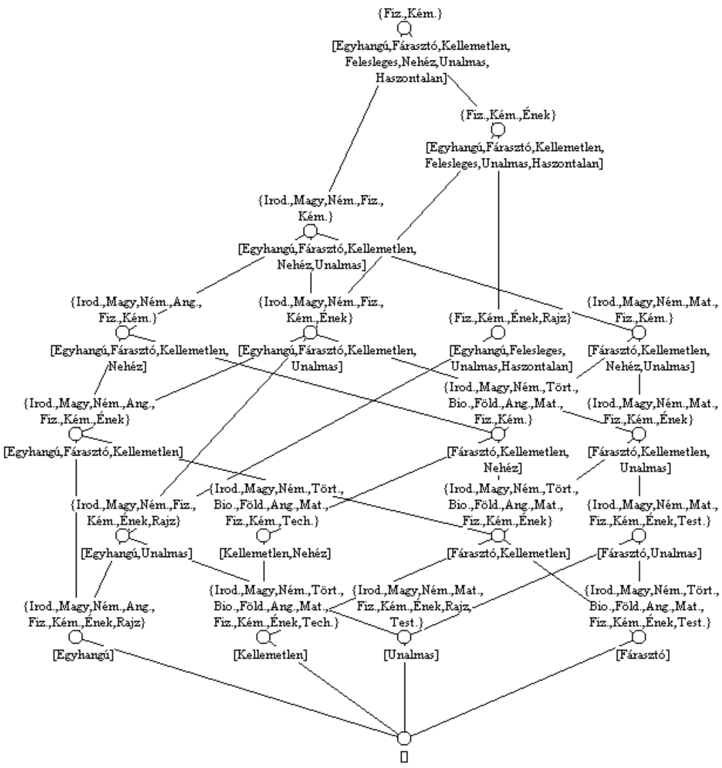
34. táblázat. Attitűdök. Negatív tulajdonságok. Bináris táblázat. Középiskola

```
 1> [ 1 ]:{ 1 3 5 6 7 }
 2> [ 1 6 ]:{ 1 5 6 7 }
 3> [ 1 4 6 7 ]:{ 5 6 7 }
 4> [ 1 2 3 ]:{ 1 3 5 6 }
 5> [ 1 2 3 6 ]:{ 1 5 6 }
 6> [ 1 2 3 5 ]:{ 1 3 5 }
 7> [ 1 2 3 5 6 ]:{ 1 5 }
 8> [ 1 2 3 4 6 7 ]:{ 5 6 }
 9> [ 1 2 3 4 5 6 7 ]:{ 5 }
10> [ 2 ]:{ 1 2 3 4 5 6 8 }
11> [ 2 6 ]:{ 1 4 5 6 8 }
12> [ 2 3 ]:{ 1 2 3 4 5 6 }
```

35. táblázat. Attitűdök. Negatív tulajdonságok. Zárt részhalmazpárok. Középiskola ⇒

13> [2 3 6]:{ 1 4 5 6 }
14> [2 3 5]:{ 1 2 3 4 5 }
15> [2 3 5 6]:{ 1 4 5 }
16> [3]:{ 1 2 3 4 5 6 9 }
17> [3 5]:{ 1 2 3 4 5 9 }
18> [6]:{ 1 4 5 6 7 8 }

35. táblázat. Attitűdök. Negatív tulajdonságok. Zárt részhalmazpárok. Középiskola



34. ábra. Attitűdök. Negatív tulajdonságok. Tulajdonságok szerint rendezve

AZ ÁLTALÁNOS- ÉS KÖZÉPISKOLAI ATTITŰDÖK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Ha egyetlen pillantást vetünk az általános iskolai és a középiskolai attitűdöket mutató ábrára, azonnal látszik, hogy szinte minden tárgy kedveltsége csökken a magasabb iskolafokozatban. Fontos lenne ennek részleteit is látni ahhoz, hogy a jelenséget jobban megértsük. Ezért merül fel a feladat, hogy az eddigi két-két változó (tantárgy (ált.isk.), tulajdonság, illetve tantárgy (középisk.), tulajdonság) összefüggéseit bemutató ábra helyett egyszerre ábrázoljuk az általános iskolai tárgyakat, a középiskolabelieket és a tulajdonságokat. Ilyen probléma más esetekben is felmerült a Galois-gráfok kapcsán. A rövidség kedvéért nevezzük „kettőnél több változó" ábrázolásának ezt a feladatot. A megoldásra találtunk egy kézenfekvő lehetőséget.

Kettőnél több változó

Egy-egy Galois-gráfon két alaphalmaz elempárjai közti – bináris – összefüggéseket ábrázolunk. Előfordul három olyan halmaz is, hogy A halmaz elemei és B halmaz elemei egyaránt egy C halmaz elemeivel lehetnek relációban. Ilyenkor lehetséges az egyik változó – alaphalmaz – megtartása mellett a másikba két halmaz elemeit belefoglalni. Így az egyik alaphalmaz elemeinek száma megnő, s ezzel együtt a zárt részhalmazpároké is. Ez nem okoz számítási nehézséget, az ábrázolás azonban problematikus, mert az eredmény nem eléggé áttekinthető.

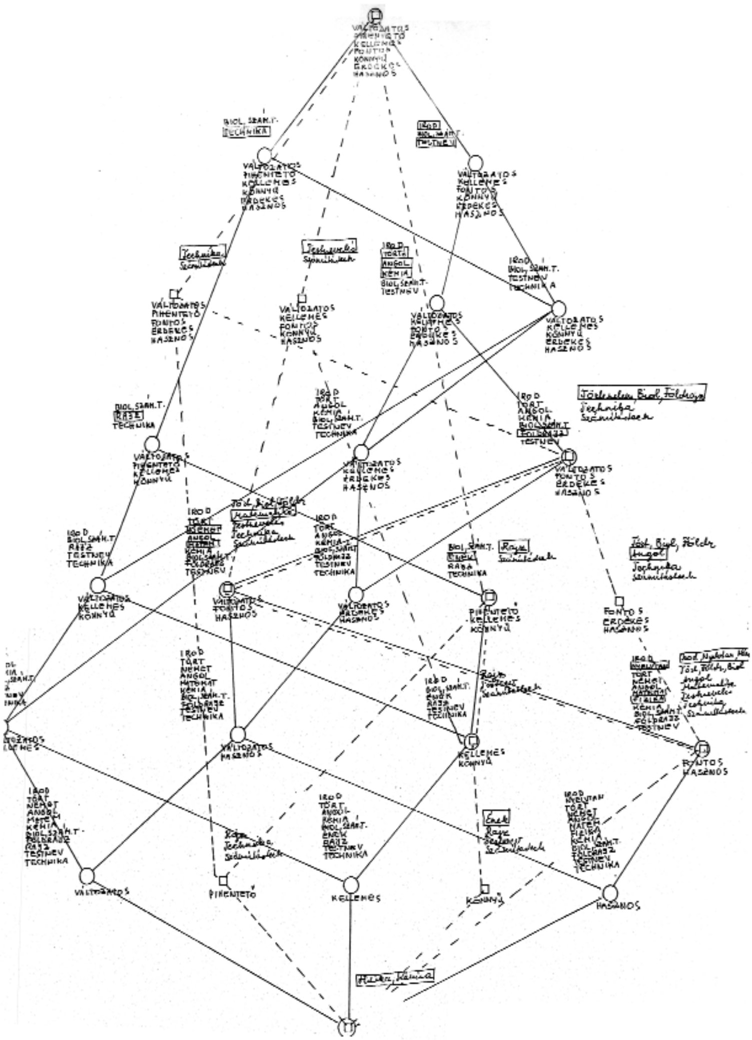
A gyakorlatban hasznos és főleg jól áttekinthető ábrát eredményez a következő eljárás. Külön-külön elkészítjük mind az A és C, mind a B és C alaphalmazok relációit ábrázoló Galois-gráfokat. Ezután a két gráfot együtt ábrázoljuk, mindkettőt a közös (C) változó szerint rendezve. A rajzon minden emeleten annyi szögpontot veszünk fel, amennyi különböző C-beli zárt halmaz van összesen a két gráf aktuális emeletén. Egymástól megkülönböztethető jelölésekkel megrajzoljuk – ugyanazon a lapon – mindkét ábrát. Lesznek szögpontok, amelyek egybeesnek a két rajzon, de lesznek különbözőek is. (Például az egyik gráf szögpontjait körrel, éleit folytonos vonallal, míg a másikét négyszöggel, illetve szaggatott vonallal jelöljük. Így egyes pontoknál kör és négyszög is lesz, más helyeken vagy csak kör, vagy csak négyszög. Ugyanígy egyes élek folytonos és szaggatott vonallal is jelöltek, míg mások vagy csak folytonos, vagy csak szaggatott vonallal rajzoltak lesznek.)

Ezzel az eljárással alig növekszik a rajzon megjelenő szögpontok száma az A és C, illetve B és C halmazok összefüggéseit külön-külön ábrázoló rajzokéhoz képest. Ugyanakkor az egymásra fektetett ábrák jó összehasonlítást tesznek lehetővé.

Példaként említve: Az anyák iskolai végzettsége és gyerekeik iskolázási terve közti összefüggést mutató gráf 19, az apák végzettsége és gyerekeik iskolázási terve közti összefüggést mutató 18 szögpontból áll. Ha egyesítettük az apák és anyák végzettségét tartalmazó halmazokat, és így vizsgáltuk a gyermekek iskolázási terveit, akkor 97 szögpont adódott. Ha azonban az eredeti két gráfot a mondott technikával rajzoltuk egybe, akkor mindössze 23 pontot kaptunk.

Megjegyezzük, hogy további változók is egybevethetők, ha A, B, …, halmaz elemei egyaránt ugyanazon X halmaz elemeivel állnak relációban. Ez csakis rajzbeli jelöléstechnika kérdése.

A mondottak alapján együtt ábrázoltuk az általános iskolai és a középiskolai tanulók attitűdjeit. A *35. ábra* nem más, mint a *28.* és *33. ábrá*nak az egyberajzolása. A *28. ábrá*nk minden jelölését változatlanul hagytuk, ám a *33. ábrá*n a szögpontokat négyszöggel, a gráféleket szaggatott vonallal, a tantárgyak nevét folyóírással jelöltük.



35. ábra. Attitűdök. Pozitív tulajdonságok szerint rendezve.
Általános iskola és középiskola

A két iskolafokozat összehasonlítása – mármint abból a szempontból, hogy a tanulók melyik tárgyat mennyire kedvelik – ábránkon nagyon könnyű. Szembeszökő, hogy egyetlen tantárgy sem akad, amelynek nőtt volna a népszerűsége. Olyan is csupán négy található, amely megtartotta korábbi helyezését. A Földrajz, a Matematika, a Nyelvtan, valamint a Számítástechnika ilyen. Egy-egy szintet csökkent a hierarchiában a Technika, a Testnevelés, a Történelem és a Német helye. Kettővel került lejjebb az Angol, az Ének és a Fizika. Három emeletnyi a Biológia és négy emeletnyi az Irodalom esése. Végül öt szinttel csökkent a Kémia elhelyezkedése ábránkon a középiskolában az általános iskolához képest.

Sokat mond és eléggé sajnálatos ez az összehasonlítás. A lineáris, egyszerű sorrend-megállapításnál azonban fontosabbak a részletek. Tekintsünk át ezek közül néhányat.

Általános iskolában két tantárgy abszolút rokonszenves a gyerekeknek: a Biológia és a Számítástechnika. A középiskolában azonban visszaesik a Biológia népszerűsége, hiszen belépnek a tananyagba az elméleti fejezetek, azok az ismeretek, amelyek nem adódtak köznapi életükből. Figyelemre méltó viszont, hogy mennyire látják az informatika nélkülözhetetlenségét, a tárgyak versenyében ez az abszolút győztes.

A Matematika, Földrajz és Nyelvtan elég magas presztízsű, mert noha a hierarchiának elég alacsony fokán áll, de elismert, hogy mindegyikük Fontos és Hasznos, ráadásul megtartotta ugyanazt a pozíciót a középiskolában, mint amellyel az általános iskolában rendelkezett.

Érdekes, hogy a napjainkban ugyancsak nagy fontosságú angol nyelv is vesztett népszerűségéből. Bár a középiskolások szerint is Fontos, Érdekes és Hasznos, de elvesztette a Változatos és Kellemes tulajdonságát.

Az Ének a kisebb gyerekek szemében még Pihentető, Kellemes és Könnyű, de a középiskolában már csak Könnyű.

A Technika az általános iskolásoknak Kellemes és Könnyű, de nem Fontos. Ugyanez a középiskolásoknak már Fontos!

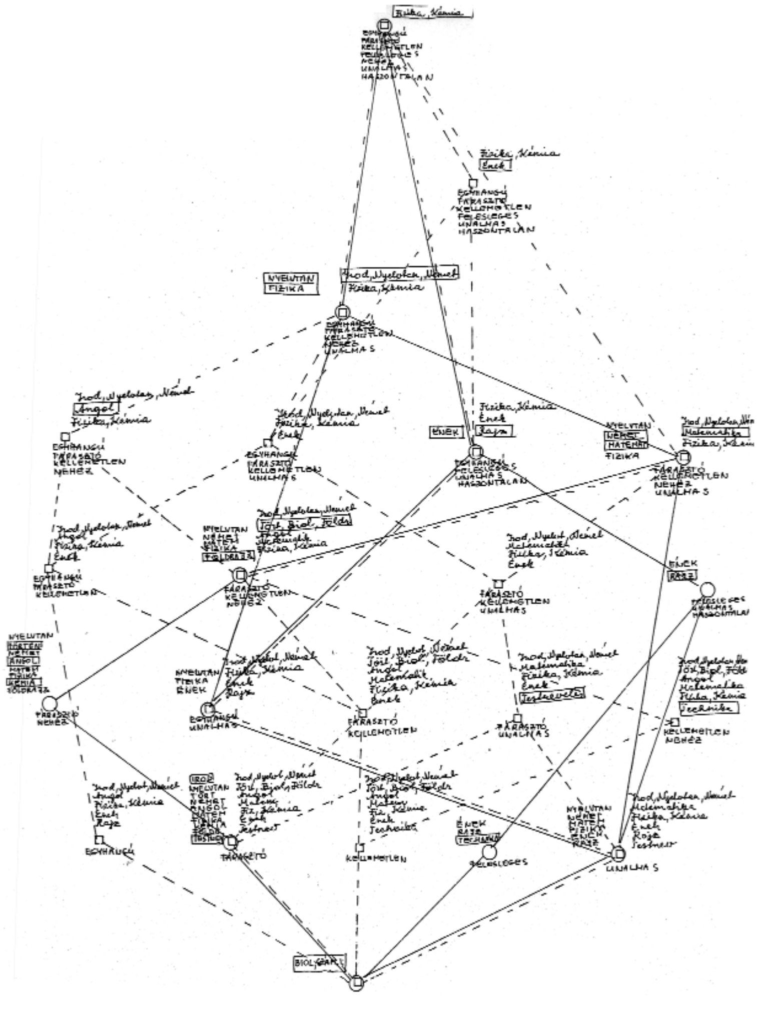
A Történelem a Kellemes voltát veszítette el a középiskolások előtt.

A Fizika kezdetben a Fontos, Hasznos kategóriában volt, de a középiskolában minden jó tulajdonságát elvesztette.

A szinte hihetetlen elfordulás a Kémiától – mivel ez 5 szintet esett – nem lesz annyira megdöbbentő, ha arra gondolunk, hogy az egyszerű és szemléletes általános iskolai tananyaghoz képest a középiskolában belépnek az absztrakt, teljesen elméleti anyagok (a Pauli-elvtől a kötéstípusokig).

Igaz, hogy a Fizika együtt áll a Kémiával, azaz minden rossz tulajdonságot tulajdonítanak neki is, de népszerűségének csökkenése mindössze egy szintnyi. Már az általános iskolában sem volt kedvelt. Hiszen kezdettől tartalmaz képleteket, számítási feladatokat, amik eleve elriasztottak sok tanulót a tárgytól.

Befejezésül a *36. ábrá*n megmutatjuk az általános- és középiskolai negatív attitűdök összehasonlítását is, ezen azt lehet látni, hogy az egyes tantárgyakhoz hogyan csoportosulnak a különféle rossz tulajdonságok a kétféle iskolafokozatban.



36. ábra. Attitűdök. Negatív tulajdonságok szerint rendezve. Általános iskola és középiskola

Megmutattuk, hogy a számszerűséget teljesen nélkülöző ábrák sok esetben hasznosak, illetve alkalmasabbak összefüggések megállapítására, mint a statisztikai táblázatok.

A bevezetőben említett felmérés több más adatsorát is strukturális vizsgálatnak vetjük alá, így a szülők iskolai végzettsége és a gyerekek iskolázási tervei közti kapcsolatokat, valamint ezen adatoknak a tanulók lakhelyének településtípusával való összefüggését is szeretnénk Galois-gráfon bemutatni.

A fenti munkával kapcsolatos minden felvilágosítást és az adatokat a Pécsi Tudományegyetem Tanárképző Intézetének kutatócsoportjától, személy szerint Kocsis Mihálytól és Reisz Teréziától kapott a szerző, amiért ezúton mond köszönetet.

5.2. TANULÓK ISKOLÁZÁSI TERVE – SZÜLEIK ISKOLAI VÉGZETTSÉGE

Egy széleskörű Baranya megyei pedagógiai felmérés során a Pécsi Tudományegyetem Tanárképző Intézetének kutatócsoportja 1999. májusában több mint 1500 gyermek iskolázási terveit, illetve szüleik iskolai végzettségét vizsgálta. Ennek nyomán bemutatjuk, hogy a kapott adatok strukturális elemzésével készített ábrák könnyen áttekinthetők, ugyanakkor többféle következtetést tesznek lehetővé, noha számokat nem tartalmaznak.

Az *36. táblázat* 1632 tanuló válaszait összesíti az anyák legmagasabb iskolai végzettségére és gyermekük tervezett iskolai végzettségére vonatkozóan. Az első oszlopban álló számok azt jelentik, hogy hány gyerek kíván csak általános iskolát végezni, az első sorban, akiknek anyja kevesebb, mint nyolc általánost végzett, a második sorban, akiknek anyja általános iskolát végzett, a harmadikban, akiknek anyja szakmunkásképzőt, a negyedikben, akiké középiskolát, az ötödikben, akiké főiskolát és végül a hatodikban, akiké egyetemet végzett. A második oszlopban a szakmunkásképzőt elvégezni szándékozók száma áll, ugyanúgy rendre a különböző anyai iskolai végzettségek sorrendjében felülről lefelé haladva a kevesebb, mint nyolc általánostól az egyetemig. És így tovább, az utolsó, ötödik oszlopban az egyetemre menni szándékozók megfelelő számai állnak.

Célunk az volt, hogy az *36. táblázat*ban foglalt számokat szemléletesebben ábrázoljuk, ezért Galois-gráfot készítettünk. Ahhoz, hogy ez lehetséges legyen, bináris relációnak kell fennállnia két véges halmaz elempárjai közt. (Reláció: valamely S halmaz elemeiből alkotott (x, y) rendezett párok adott R tulajdonsága. x R relációban van y-nal, ha az (x, y) pár rendelkezik az adott tulajdonsággal. Itt két halmazról van szó,

	ált. isk.	szakm.	középisk.	főisk.	egyetem
< 8	1	10	7	2	0
általános iskola	4	49	50	46	23
szakmunkásképző	1	50	121	98	61
középiskola	0	30	124	207	235
főiskola	0	7	18	106	189
egyetem	0	14	6	36	146

36. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – tervezett iskolai végzettség

a pár egyik eleme az egyik, másik a másik halmazból való. A pároknak kétféle értéket tulajdonítunk. Ha fennáll a reláció, akkor ez az érték 1, ha nem, akkor 0.) A két halmaz adott, nevezetesen az anya végzettsége – azaz a hat sor –, illetve a válaszoló tanulók terve – azaz az öt oszlop. A baj azonban az, hogy egy-egy sor és oszlop metszésében lévő négyzetben nem bináris – kétféle lehetséges értékű – jel áll, hanem 0 és 235 közötti számok. Ha megállapítjuk, hogy az összes megkérdezett tanuló hány százaléka szerepel egy-egy helyen, akkor azt látjuk, hogy 15 százaléknál nagyobb arány nem fordul elő.

Az *36. táblázat*beli adatokat oly módon tettük kétértékűvé, hogy minden függőleges oszlop helyett négyet vezettünk be, NEM, ALIG, KÖZEPES és SOK megnevezéssel.

Ha az illető helyen a válaszok száma a megkérdezett összes gyerek válaszának 0–1 százaléka, akkor NEM, ha 1–5 százaléka, akkor ALIG, ha 5–10 százaléka, akkor KÖZEPES, és ha 10–15 százaléka, akkor SOK minősítést írtunk.

Ilyen módon öt oszlop helyett húsz keletkezett, de bármely helyen csak 0 vagy 1 áll, mégpedig az első négy oszlop közül mindig három helyen 0 és egy helyen 1, ugyanígy a második négyben stb., egészen az ötödik négy oszlopig. Értelemszerűen az 1 mindig ott van, ahol a *36. táblázat* számadata szerint a válaszok száma megfelel a NEM, vagy az ALIG, vagy a KÖZEPES, illetve SOK kritériumnak. Az így bevezetett oszlopokban ezt N, A, K, S rövidítéssel jeleztük.

Új, bináris táblázatunk sorai tehát a korábbiak, az új, bináris táblázat oszlopai pedig:

A gyerek terve

1 – általános iskola, NEM	ÁN
2 – általános iskola, ALIG	ÁA
3 – általános iskola, KÖZEPES	ÁK
4 – általános iskola, SOK	ÁS
5 – szakmunkásképző, NEM	SN
6 – szakmunkásképző, ALIG	SA
7 – szakmunkásképző, KÖZEPES	SK
8 – szakmunkásképző, SOK	SS
9 – középiskola, NEM	KN
10 – középiskola, ALIG	KA

11 – középiskola, KÖZEPES	KK
12 – középiskola, SOK	KS
13 – főiskola, NEM	FN
14 – főiskola, ALIG	FA
15 – főiskola, KÖZEPES	FK
16 – főiskola, SOK	FS
17 – egyetem, NEM	EN
18 – egyetem, ALIG	EA
19 – egyetem, KÖZEPES	EK
20 – egyetem, SOK	ES

A *36. táblázat* adatai alapján így átformált új táblázatból hat oszlop kimaradt, mert nem fordultak elő nekik megfelelő kategóriák (például ÁS, azaz nincsen sok olyan gyerek, aki csak általános iskolát kíván elvégezni). Végül tehát hat sor és tizennégy oszlop maradt. Ezeket mutatja a *37. táblázat.*

	ÁN	SN	SA	KN	KA	KK	FN	FA	FK	FS	EN	EA	EK	ES
< 8	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
általános iskola	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
szakmunkásképző	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
középiskola	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
főiskola	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
egyetem	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0

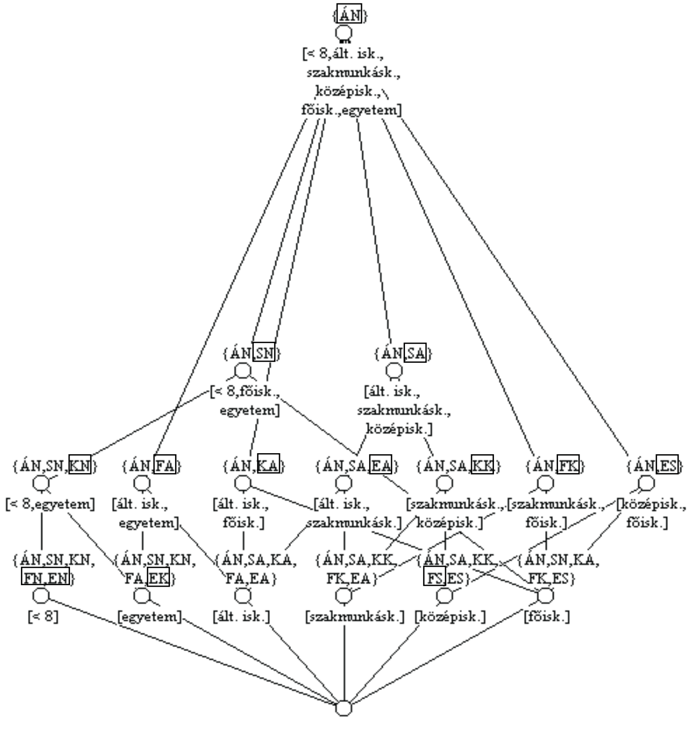
37. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – tervezett iskolai végzettség (Bináris táblázat)

Ezután megkerestük az úgynevezett zárt részhalmazpárokat. Esetünkben ezek a különböző végzettségű anyák azon legnagyobb csoportjai, amely csoportok mindegyikéhez ugyanazon iskolai végzettséget tervező legnagyobb gyerekcsoportok tartoznak. Azaz, ha több ilyen anyai csoportot tekintenénk, akkor a hozzájuk tartozó, azonos iskolai végzettséget tervező gyerekcsoportok száma csökkenne, illetve ha több ilyen gyerekcsoportot tekintenénk, akkor ezekhez kevesebb anyai csoport tartozna. A zárt részhalmazpárok listáját tartalmazza a *38. táblázat.* Szögletes zárójelben a zárt gyerekcsoportok, kapcsos zárójelben a zárt anyai csoportok állnak.

A *38. táblázat*ban kapcsos zárójelben álló, az anyák legmagasabb iskolai végzettségét jelentő csoportok szerint rendezve rajzoltuk meg Galois-gráfunkat a következőképpen. Az első „emeletre" az egyelemű, a másodikra a kételemű stb. zárt halmazokat rajzoltuk. Ezek a gráf szögpontjai. A gráfélek a következők szerintiek: tetszőleges szögpontot minden olyan alatta fekvővel összekötünk, amely a szóban forgó szögpont által reprezentált halmaz legnagyobb részhalmazát reprezentáló pont. Az eljárást minden pontra nézve elvégeztük. Így kaptuk meg a *37. ábrá*t.

1> [1]:{ 1 2 3 4 5 6 }
2> [1 14]:{ 4 5 }
3> [1 9]:{ 3 5 }
4> [1 8]:{ 2 6 }
5> [1 5]:{ 2 5 }
6> [1 3]:{ 2 3 4 }
7> [1 3 12]:{ 2 3 }
8> [1 3 6]:{ 3 4 }
9> [1 3 6 10 14]:{ 4 }
10> [1 3 6 9 12]:{ 3 }
11> [1 3 5 8 12]:{ 2 }
12> [1 2]:{ 1 5 6 }
13> [1 2 5 9 14]:{ 5 }
14> [1 2 4]:{ 1 6 }
15> [1 2 4 8 13]:{ 6 }
16> [1 2 4 7 11]:{ 1 }

38. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – tervezett iskolai végzettség. Zárt részhalmazpárok



37. ábra. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve. Strukturális kapcsolatok

Vizsgáljuk meg a *37. ábrá*t! A gráf első „emeletén” egy-egy különböző végzettségű anyai csoport áll, mindegyikhez a különféle iskolázási tervű gyerekek legnagyobb csoportjai tartoznak. Tehát például a balról harmadik ponthoz, amely a szakmunkásképzőt végzett anyák csoportja, négy gyerekcsoport tartozik, általános iskolát nem, szakmunkásképzőt kevesen, főiskolát közepesen sokan és egyetemet kevesen szándékoznak elvégezni közülük.

Tetszőleges szögpont jelentése: a különböző végzettségű anyáknak az a legnagyobb csoportja, amely csoportok mindegyikéhez a gyerekeik terve szerint az ugyanehhez a ponthoz írt különböző legmagasabb iskolai végzettség tartozik. Ez egyszersmind a tervezett végzettségek legnagyobb csoportja. A gyerekek tervén válaszaik átlagát értjük.

Érdekes, hogy egyetemre legtöbben nem az egyetemet végzett anyák gyermekei közül kívánnak menni, hanem a középiskolát vagy főiskolát végzett anyákéi közül. (Lásd a második emelet jobb szélső pontja!)

A legnagyobb társadalmi mobilitás a középiskolát végzett anyák gyerekeinél látszik, hiszen ők sokan irányulnak egyetem felé, ami két kategóriával magasabb képesítést jelent majd az anyáénál, míg más csoportok általában egy-egy fokkal akarnak előrelépni. (Lásd első emelet balról számított negyedik pontja!)

Az általános iskolát vagy annál kevesebbet végzettek gyerekei nem akarnak magasabb iskolákban továbbtanulni. (Lásd az egész bal oldali mezőt!) Nincsen olyan gyerekcsoport, amelyik csupán általános iskolai végzettségre törekszik. (Lásd az ábra legfelső pontját!) Közepes vagy sok gyerek kíván főiskolára vagy egyetemre menni, tehát felsőoktatási intézményben tanulni majd a szakmunkás, középiskolát, főiskolát, illetve egyetemet végzett anyák gyermekei közül.

Az ábrán néhány feliratot bekereteztünk. Ez arra kívánja felhívni a figyelmet, hogy a szóban forgó terv hol fordul elő legtöbbször (a legtöbb szülői csoport esetén fennálló terv).

AZ APÁK VÉGZETTSÉGE – GYERMEKÜK ISKOLÁZÁSI TERVE

A *37. ábra* elemzése után lássuk az apák legmagasabb iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási tervei közti összefüggéseket!

A *36. táblázat* jelöléseivel azonos módon készült a *39. táblázat*. A különbség mindössze annyi, hogy itt nem az anya, hanem az apa végzettsége szerepel.

A megkérdezett tanulók száma itt 1606 volt. Ismét meghatározva az egyes négyzetekben szereplő számok százalékos arányát az összeshez képest, majd bevezetve a NEM, ALIG, KÖZEPES és SOK minősítéseket az előbbi módon, megkaptuk „az apa legmagasabb iskolai végzettsége – tervezett iskolai végzettség” bináris táblázatát. Ez a *40. táblázat.*

Történetesen itt is 14 oszlop maradt.

	1	2	3	4	5
< 8	0	6	3	0	0
általános iskola	1	30	27	17	1
szakmunkásképző	3	93	169	175	110
középiskola	1	14	94	186	217
főiskola	0	5	11	58	124
egyetem	1	1	9	54	186

39. táblázat. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége – tervezett iskolai végzettség

	ÁN	SN	SA	SK	KN	KA	KK	KS	FN	FA	FS	EN	EK	ES
< 8	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
általános iskola	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
szakmunkásképző	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
középiskola	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
főiskola	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
egyetem	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1

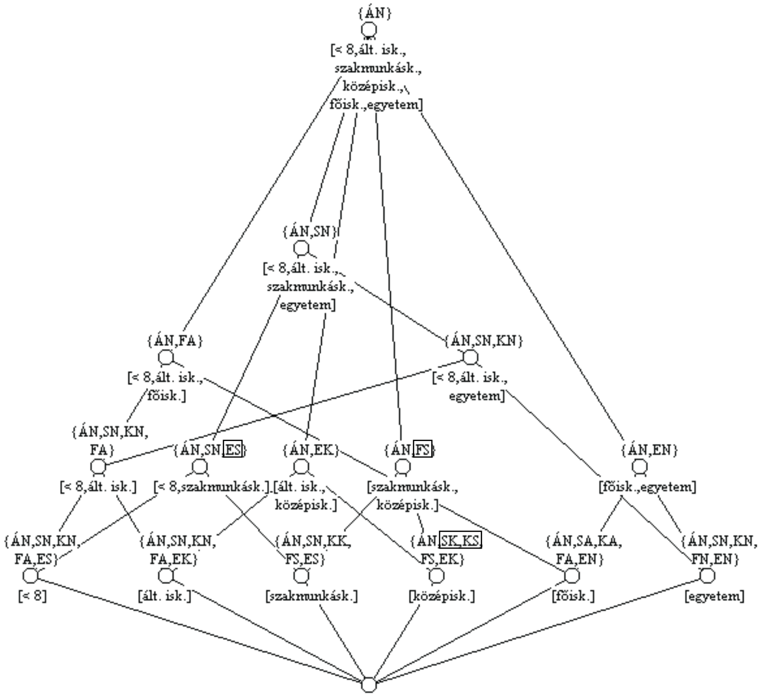
40. táblázat. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége– tervezett iskolai végzettség (Bináris táblázat)

Ezután megkerestük a zárt részhalmazpárokat. Ezeket mutatja a *41. táblázat.* A zárt részhalmazpárok száma itt 15.


```
 1> [  1 ]:{  1  2  3  4  5  6 }
 2> [  1  13 ]:{  2  4 }
 3> [  1  12 ]:{  5  6 }
 4> [  1  11 ]:{  3  4 }
 5> [  1  10 ]:{  1  2  5 }
 6> [  1  4  8  11  13 ]:{  4 }
 7> [  1  3  6  10  12 ]:{  5 }
 8> [  1  2 ]:{  1  2  3  6 }
 9> [  1  2  14 ]:{  1  3 }
10> [  1  2  7  11  14 ]:{  3 }
11> [  1  2  5 ]:{  1  2  6 }
12> [  1  2  5  10 ]:{  1  2 }
13> [  1  2  5  10  14 ]:{  1 }
14> [  1  2  5  10  13 ]:{  2 }
15> [  1  2  5  9  12 ]:{  6 }
```

41. táblázat. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége – tervezett iskolai végzettség. Zárt részhalmazpárok

A *41. táblázat* alapján elkészítettük az apák végzettsége és gyerekeik továbbtanulási szándékai közti összefüggéseket ábrázoló Galois-gráfot. Ezt mutatja a *38. ábra*.



38. ábra. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve. Strukturális kapcsolatok

Ezt az ábrát megvizsgálva azt látjuk, hogy míg a fő trendek azonosak – például az alacsony végzettségű szülő gyereke kevésbé kíván magasabb fokon továbbtanulni, egy-egy kategóriával feljebb akarnak jutni a gyermekek, mint szüleik, a legnagyobb mobilitás a középiskolát végzett apák gyerekeinél látható –, némi eltérés mégis mutatkozik az apák végzettségét az anyákéval összevetve. Amíg az egyetemet végzett anyák gyerekei kisebb arányban kívánnak egyetemre menni, addig az egyetemet végzett apák gyerekei nagy arányban készülnek egyetemre. Továbbá a szakmunkás végzettségű anyák gyerekei nem sokan, az ugyanilyen végzettségű apák gyerekei viszont sokan akarnak középiskolába menni.

AZ APÁK ÉS ANYÁK VÉGZETTSÉGE – GYERMEKÜK ISKOLÁZÁSI TERVE – NEMEK SZERINT

Egy következő elemzés tárgya az volt, hogy a válaszoló gyerekek nemek szerinti megoszlása befolyásolja-e a viszonyokat. Azaz az előbbi két struktúrát finomabban is felbontottuk a fiúk, illetve lányok válaszainak száma szerint. Nézzük először az anyák legmagasabb iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási tervei közti összefüggéseket, de külön-külön kezelve a fiúk és lányok válaszait. A korábbi értékhatárokat és jelöléseket alkalmazzuk most is.

anya	áltisk fiú	áltisk lány	szakm. fiú	szakm. lány	középisk. fiú	középisk. lány	főisk. fiú	főisk. lány	egyet. fiú	egyet. lány
8 ált.	0	1	5	5	2	5	1	1	0	0
8 ált.	3	1	30	17	15	35	18	27	7	16
szakm.	1	0	32	16	62	57	41	55	15	43
középisk.	0	0	24	5	75	47	97	106	64	154
főiskola	0	0	7	0	13	5	51	50	82	97
egyetem	5	2	3	1	4	2	27	9	58	82

42. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok

A *42. táblázat* adatait a korábban is alkalmazott értékhatárok szerint kétértékűvé alakítva kapjuk a *43. táblázat*ot. (Megjegyezzük, hogy e bináris táblázatok szolgálnak a zárt részhalmazpárok megkeresésének algoritmusához inputként, s ennek számítógépi programjában technikai okok miatt a sorok számának nagyobbnak kell lennie az oszlopokénál, ezért szerepel a táblázat 90 fokkal elfordítva!)

29
6
111111
000000
100011
011100
100111
011000
100001
010010
001000
000100
100011
010000
001100
100000
010001
001010
000100
100000
010001
001010
000100
110000

43. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. (Bináris táblázat)

```
001000
000101
000010
100000
010000
001001
000110
```

43. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. (Bináris táblázat)

A *43. táblázat* alapján megkerestük a zárt részhalmazpárokat, amelyek a *44. táblázat*ban láthatók.

```
 1> [ 1 ]:{ 1 2 3 4 5 6 }
 2> [ 1 28 ]:{ 3 6 }
 3> [ 1 22 ]:{ 1 2 }
 4> [ 1 16 20 ]:{ 3 5 }
 5> [ 1 15 19 ]:{ 2 6 }
 6> [ 1 8 ]:{ 2 5 }
 7> [ 1 5 ]:{ 1 4 5 6 }
 8> [ 1 5 29 ]:{ 4 5 }
 9> [ 1 5 24 ]:{ 4 6 }
10> [ 1 4 ]:{ 2 3 4 }
11> [ 1 4 13 ]:{ 3 4 }
12> [ 1 4 6 ]:{ 2 3 }
13> [ 1 4 6 9 13 16 20 23 28 ]:{ 3 }
14> [ 1 4 6 8 12 15 19 22 27 ]:{ 2 }
15> [ 1 4 5 10 13 17 21 24 29 ]:{ 4 }
16> [ 1 3 5 11 ]:{ 1 5 6 }
17> [ 1 3 5 8 11 16 20 25 29 ]:{ 5 }
18> [ 1 3 5 7 11 ]:{ 1 6 }
19> [ 1 3 5 7 11 15 19 24 28 ]:{ 6 }
20> [ 1 3 5 7 11 14 18 22 26 ]:{ 1 }
```

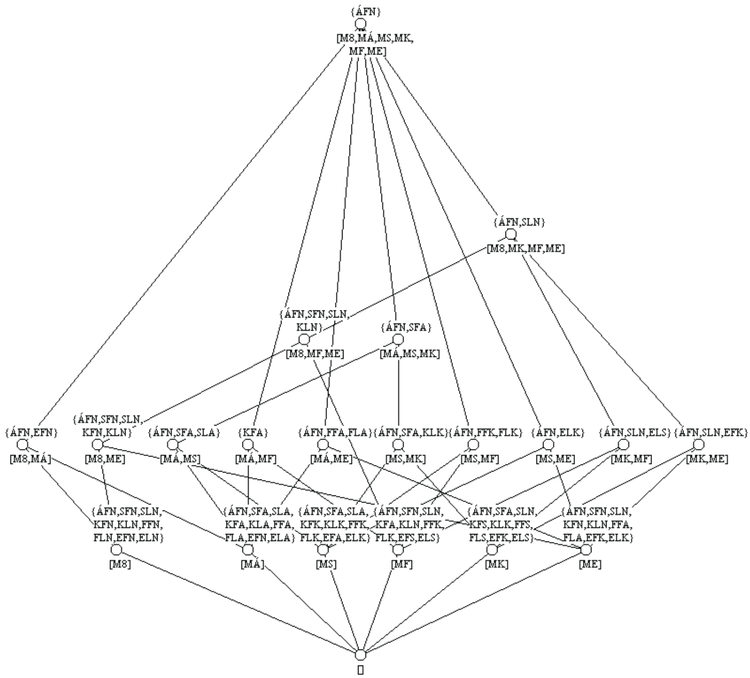
44. táblázat. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. Zárt részhalmazpárok

A zárt részhalmazpárok listája alapján elkészítettük a Galois-gráfot, amelyből kitetszik a vizsgált adatok struktúrája. Ezt látjuk a *39. ábrá*n.

Mielőtt az ábra elemzésébe kezdenénk, ugyanezt az összefüggés-rendszert az apák végzettségére vonatkozóan is tekintsük meg.

apa	ált. isk. fiú	ált. isk. lány	szakm. fiú	szakm. lány	középisk. fiú	középisk. lány	főisk. fiú	főisk. lány	egyet. fiú	egyet. lány
8 ált.	0	0	4	2	1	2	0	0	0	0
8 ált.	0	1	18	11	10	17	7	9	2	8
szakm.	2	1	60	29	87	81	77	94	27	76
középisk.	1	0	12	2	57	34	79	100	64	141
főiskola	0	0	5	0	7	4	34	24	52	65
egyetem	1	0	1	0	3	6	34	19	82	96

45. táblázat. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok



39. ábra. Az anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. Strukturális kapcsolatok

A *45. táblázat* adatait a korábban is alkalmazott értékhatárok szerint kétértékűvé alakítva, majd elfordítva kapjuk a *46. táblázat*ot.

27
6
111111
000000
100011
010100
001000
100111
011000
100011
010000
000100
001000
100011
010100
001000
110000

46. táblázat. A apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. (Bináris táblázat)

```
000011
001100
100000
010011
001100
110000
001000
000110
000001
110000
001010
000101
```

46. táblázat. A apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. (Bináris táblázat)

A zárt részhalmazpárok listája alapján *(47. táblázat)* ismét Galois-gráfot készítettünk, amelyet a *40. ábra* mutat.

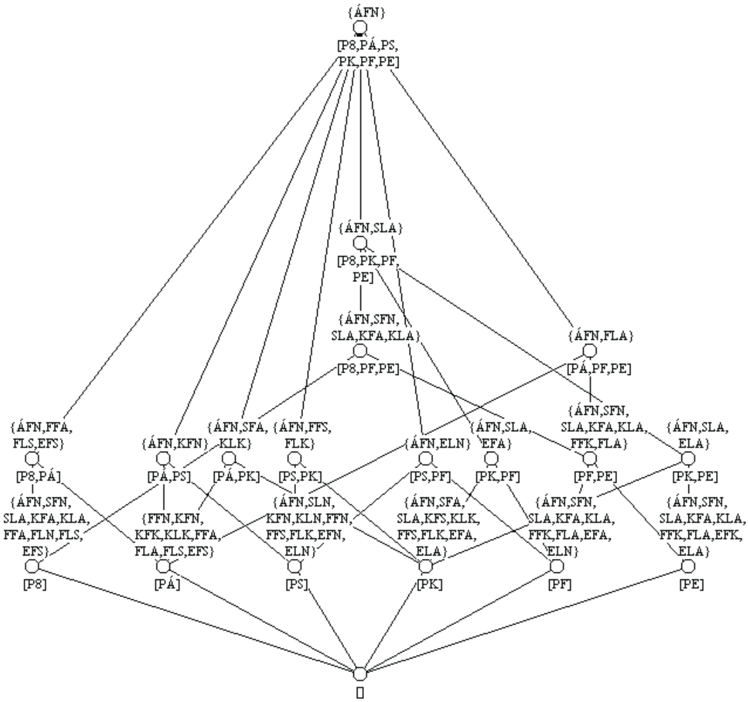
```
 1> [  1 ]:{  1  2  3  4  5  6 }
 2> [  1 26 ]:{  3  5 }
 3> [  1 19 ]:{  2  5  6 }
 4> [  1 17 20 ]:{  3  4 }
 5> [  1 15 21 25 ]:{  1  2 }
 6> [  1  7 ]:{  2  3 }
 7> [  1  6 ]:{  1  4  5  6 }
 8> [  1  6 27 ]:{  4  6 }
 9> [  1  6 23 ]:{  4  5 }
10> [  1  5  7 11 14 17 20 22 26 ]:{  3 }
11> [  1  4 13 ]:{  2  4 }
12> [  1  4  7  9 13 15 19 21 25 ]:{  2 }
13> [  1  4  6 10 13 17 20 23 27 ]:{  4 }
14> [  1  3  6  8 12 ]:{  1  5  6 }
15> [  1  3  6  8 12 16 19 ]:{  5  6 }
16> [  1  3  6  8 12 16 19 24 27 ]:{  6 }
17> [  1  3  6  8 12 16 19 23 26 ]:{  5 }
18> [  1  3  6  8 12 15 18 21 25 ]:{  1 }
```

47. táblázat. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. Zárt részhalmazpárok

Elemezzük most a *39*. és *40. ábrá*t!

A fő trendek megegyeznek a korábbiakban tapasztaltakkal. De lássuk, mi újat nyújtanak újabb rajzaink!

Sok, egyetemre menni kívánó lány van azok közt, akiknek anyja középiskolát vagy főiskolát végzett, míg ilyen fiúkat csak a főiskolát végzett anyák gyerekei közt találunk. Sok, egyetemre menni szándékozó lány van azok közt, akiknek apja középiskolát vagy egyetemet végzett, míg ilyen fiúkat csak az egyetemet végzett apák gyerekei közt találunk. Azaz egyrészt az anyai indíttatás nagyobb mobilitást jelent a lányoknál, másrészt azonban az egyetemet végzett anyák fiai és lányai nem akarnak egyetemre menni, ami igen súlyos véleménye a gyermekeknek a



40. ábra. Az apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. Strukturális kapcsolatok

nők társadalmi megbecsüléséről. Közepesen sokan akarnak egyetemre menni a szakmunkás és egyetemet végzett anyák lányai, a középiskolát vagy egyetemet végzett anyák fiai, a szakmunkás vagy főiskolai végzettségű apák lányai, illetve közép- vagy főiskolát végzett apák fiai.

A főiskolai tanulmányok szándékáról azt látjuk, hogy a fiúk és lányok helyzete szimmetrikus, továbbá középiskolát végzett anyák, illetve szakmunkás, középiskolai vagy főiskolai végzettségű apák esetén áll fenn.

A SZÜLŐK VÉGZETTSÉGE – GYERMEKEIK ISKOLÁZÁSI TERVE

Végezetül együttesen vizsgáltuk mindkét szülő iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási tervei közti összefüggéseket. Ezzel az volt a célunk, hogy közvetlen összehasonlítási lehetőség adódjék az anya, illetve apa befolyásának egybevetésére. Ebben az összetett elemzésben is előbb a válaszok összes számát vettük tekintetbe a válaszolók nemétől eltekintve. Így kiinduló táblázatunk sorainak száma 12 lett.

Az oszlopok lehetséges száma 20 volt: a tervezett iskolai végzettség ötféle (ÁLT (Á), SZAKM (S), KÖZÉP (K), FŐISK (F) és EGYETEM (E)), mindegyikre : NEM (N), ALIG (A), KÖZEPES (K) vagy SOK (S). Egyes oszlopok azonban nem fordultak elő, s így szám szerint csak 16 maradt, ezek a következők:

1 – ÁN
2 – SN
3 – SA
4 – SK
5 – KN
6 – KA
7 – KK
8 – KS
9 – FN
10 – FA
11 – FK
12 – FS
13 – EN
14 – EA
15 – EK
16 – ES

A felmérés adatai alapján készült a *48. táblázat.*

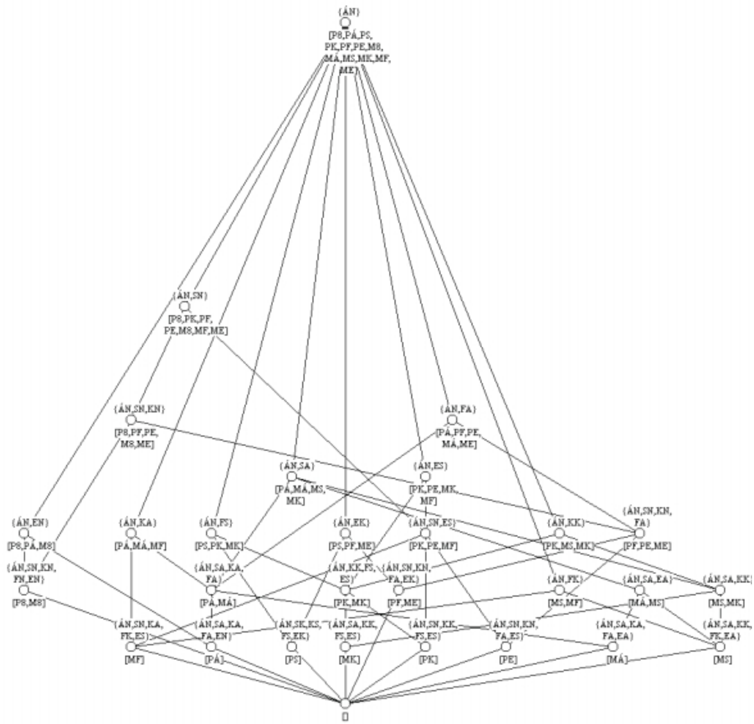
16
12
111111111111
100111100011
010000011100
001000000000
100011100001
010000010010
000100001100
001000000000
100000100000
010011010001
000000001010
001100000100
110000100000
000000011000
001010000001
000101000110

48. táblázat. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. (Bináris táblázat)

A *48. táblázat* alapján kerestük meg a zárt részhalmazpárokat, melyek darabszáma itt 28-nak adódott. *(49. táblázat)*
A *49. táblázat* alapján rajzolt Galois-gráf látható a *41. ábrán*.

1> [1]:{ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 }
2> [1 16]:{ 4 6 10 11 }
3> [1 15]:{ 3 5 12 }
4> [1 13]:{ 1 2 7 }
5> [1 12]:{ 3 4 10 }
6> [1 11]:{ 9 11 }
7> [1 10]:{ 2 5 6 8 12 }
8> [1 7]:{ 4 9 10 }
9> [1 7 12 16]:{ 4 10 }
10> [1 6]:{ 2 8 11 }
11> [1 4 8 12 15]:{ 3 }
12> [1 3]:{ 2 8 9 10 }
13> [1 3 14]:{ 8 9 }
14> [1 3 7]:{ 9 10 }
15> [1 3 7 12 16]:{ 10 }
16> [1 3 7 11 14]:{ 9 }
17> [1 3 6 10]:{ 2 8 }
18> [1 3 6 10 14]:{ 8 }
19> [1 3 6 10 13]:{ 2 }
20> [1 2]:{ 1 4 5 6 7 11 12 }
21> [1 2 16]:{ 4 6 11 }
22> [1 2 7 12 16]:{ 4 }
23> [1 2 6 11 16]:{ 11 }
24> [1 2 5]:{ 1 5 6 7 12 }
25> [1 2 5 10]:{ 5 6 12 }
26> [1 2 5 10 16]:{ 6 }
27> [1 2 5 10 15]:{ 5 12 }
28> [1 2 5 9 13]:{ 1 7 }

49. táblázat. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyermek iskolázási terve. Zárt részhalmazpárok



41. ábra. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. Strukturális kapcsolatok

Itt is látjuk a már megfigyelt trendeket, például hogy a képzetlen szülők gyermekei nemigen akarnak magasabb fokon továbbtanulni. A szakmunkás apák gyerekeinél szolid előrelépési igény mutatkozik: sokan kívánnak középiskolába menni. Ami e rajzon a legfontosabbnak tűnik, az az, hogy az anya nagyobb mobilitást ad, amennyiben sok közép- vagy főiskolát végzett anya gyereke egyetemen akar tanulni. Azt azonban nem tudjuk meg, hogy fiúkról avagy lányokról van-e szó.

Jelen írásunk utolsó elemzése az apák és anyák legmagasabb iskolai végzettségét is együttesen vizsgálja, ugyanakkor külön-külön veszi tekintetbe a válaszoló fiúkat, illetve lányokat. Ehhez kiindulásul egyesítettük a *42.* és *45. táblázatot.* Ekként adódott az *50. táblázat*.

anya és apa	ált. isk. fiú	ált. isk. lány	szakm. fiú	szakm. lány	középisk. fiú	középisk. lány	főisk. fiú	főisk. lány	egyet. fiú	egyet. lány
1	0	1	5	5	2	5	1	1	0	0
2	3	1	30	17	15	35	18	27	7	16
3	1	0	32	16	62	57	41	55	15	43
4	0	0	24	5	75	47	97	106	64	154
5	0	0	7	0	13	5	51	50	82	97
6	1	0	3	1	4	2	27	9	58	82
7	0	0	4	2	1	2	0	0	0	0
8	0	1	18	11	10	17	7	9	2	8
9	2	1	60	29	87	81	77	94	27	76
10	1	0	12	2	57	34	79	100	64	141
11	0	0	5	0	7	4	34	24	52	65
12	1	0	1	0	3	6	34	19	82	96

50. táblázat. Az anya és apa legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok

A korábbiakhoz hasonló módon elkészítve e táblázatból a binárisat, melynek során az elő nem forduló adatoknak megfelelő oszlopokat elhagytuk, majd a táblát elfordítottuk, s így jutottunk az *51. táblázat*hoz.

```
26
12
100110110010
011001001101
000000000000
001110100111
110001011000
111111110111
000000001000
000010000011
111101111100
110011110011
001100001100
110011110111
001100001000
000000100000
110001010011
001110001100
000000110000
110001000011
001110001100
100000100000
011000011000
000111000111
100000100000
010000010000
001011001011
000100000100
```

51. táblázat. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. (Bináris táblázat)

A kapott táblázat szolgált a zárt részhalmazpárok megkeresésére, amelyek az *52. táblázat*on láthatók.

```
 1> [ 1 6 ]:{ 1 4 5 7 8 11 }
 2> [ 1 6 10 12 ]:{ 1 5 7 8 11 }
 3> [ 1 6 10 12 15 ]:{ 1 8 11 }
 4> [ 1 6 10 12 15 18 ]:{ 1 11 }
 5> [ 1 6 9 ]:{ 1 4 7 8 }
 6> [ 1 6 9 10 12 ]:{ 1 7 8 }
 7> [ 1 6 9 10 12 20 23 ]:{ 1 7 }
 8> [ 1 6 9 10 12 17 ]:{ 7 8 }
 9> [ 1 5 6 9 10 12 15 ]:{ 1 8 }
10> [ 1 5 6 9 10 12 15 18 20 23 ]:{ 1 }
11> [ 1 5 6 9 10 12 15 17 21 24 ]:{ 8 }
12> [ 1 4 6 ]:{ 4 5 7 11 }
13> [ 1 4 6 22 ]:{ 4 5 11 }
```

52. táblázat. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyermek iskolázási terve – fiúk-lányok. Zárt részhalmazpárok

14> [1 4 6 16 19 22]:{ 4 5 }
15> [1 4 6 10 12]:{ 5 7 11 }
16> [1 4 6 9]:{ 4 7
17> [1 4 6 9 11 13 16 19 22 26]:{ 4 }
18> [1 4 6 9 10 12 14 17 20 23]:{ 7 }
19> [1 4 6 8 10 12 22 25]:{ 5 11 }
20> [1 4 6 8 10 12 16 19 22 25]:{ 5 }
21> [1 4 6 8 10 12 15 18 22 25]:{ 11 }
22> [2]:{ 2 3 6 9 10 12 }
23> [2 25]:{ 3 6 9 12 }
24> [2 9]:{ 2 3 6 9 10 }
25> [2 9 25]:{ 3 6 9 }
26> [2 9 21]:{ 2 3 9 }
27> [2 9 11 16 19]:{ 3 9 10 }
28> [2 9 11 13 16 19 21 25]:{ 3 9 }
29> [2 6]:{ 2 3 6 10 12 }
30> [2 6 25]:{ 3 6 12 }
31> [2 6 12]:{ 2 6 10 12 }
32> [2 6 12 22]:{ 6 10 12 }
33> [2 6 10 12 15 18]:{ 2 6 12 }
34> [2 6 10 12 15 18 22 25]:{ 6 12 }
35> [2 6 9]:{ 2 3 6 10 }
36> [2 6 9 25]:{ 3 6 }
37> [2 6 9 21]:{ 2 3 }
38> [2 6 9 12]:{ 2 6 10 }
39> [2 6 9 12 22]:{ 6 10 }
40> [2 5 9]:{ 2 6 9 }
41> [2 5 9 25]:{ 6 9 }
42> [2 5 9 21]:{ 2 9 }
43> [2 5 7 9 11 13 16 19 21 25]:{ 9 }
44> [2 5 6 9 10 12 15 18]:{ 2 6 }
45> [2 5 6 9 10 12 15 18 22 25]:{ 6 }
46> [2 5 6 9 10 12 15 18 21 24]:{ 2 }
47> [2 4 6]:{ 3 10 12 }
48> [2 4 6 25]:{ 3 12 }
49> [2 4 6 12 22]:{ 10 12 }
50> [2 4 6 9 11 16 19]:{ 3 10 }
51> [2 4 6 9 11 13 16 19 21 25]:{ 3 }
52> [2 4 6 9 11 12 16 19 22 26]:{ 10 }
53> [2 4 6 8 10 12 15 18 22 25]:{ 12 }
54> [4 6]:{ 3 4 5 7 10 11 12 }
55> [4 6 25]:{ 3 5 11 12 }
56> [4 6 22]:{ 4 5 10 11 12 }
57> [4 6 16 19]:{ 3 4 5 10 }
58> [4 6 16 19 25]:{ 3 5 }
59> [4 6 16 19 22]:{ 4 5 10 }
60> [4 6 12]:{ 5 7 10 11 12 }
61> [4 6 12 22]:{ 5 10 11 12 }
62> [4 6 12 16 19 22]:{ 5 10 }
63> [4 6 10 12]:{ 5 7 11 12 }
64> [4 6 9]:{ 3 4 7 10 }

52. táblázat. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyermek iskolázási terve – fiúk-lányok. Zárt részhalmazpárok

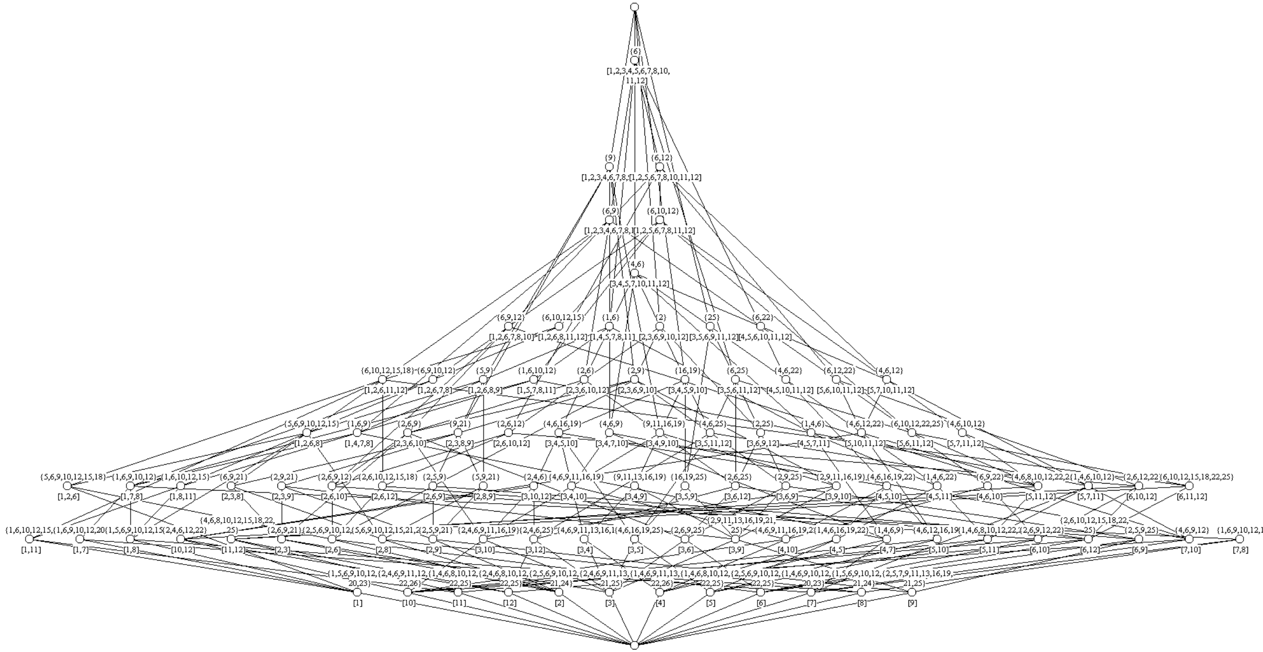
65> [4 6 9 12]:{ 7 10 }
66> [4 6 9 11 16 19]:{ 3 4 10 }
67> [4 6 9 11 16 19 22 26]:{ 4 10 }
68> [4 6 9 11 13 16 19]:{ 3 4 }
69> [4 6 8 10 12 22 25]:{ 5 11 12 }
70> [4 6 8 10 12 15 18 22 25]:{ 11 12 }
71> [5 9]:{ 1 2 6 8 9 }
72> [5 9 21]:{ 2 8 9 }
73> [5 6 9 10 12 15]:{ 1 2 6 8 }
74> [5 6 9 10 12 15 21 24]:{ 2 8 }
75> [5 6 9 10 12 15 18]:{ 1 2 6 }
76> [6]:{ 1 2 3 4 5 6 7 8 10 11 12 }
77> [6 25]:{ 3 5 6 11 12 }
78> [6 22]:{ 4 5 6 10 11 12 }
79> [6 12]:{ 1 2 5 6 7 8 10 11 12 }
80> [6 12 22]:{ 5 6 10 11 12 }
81> [6 10 12]:{ 1 2 5 6 7 8 11 12 }
82> [6 10 12 22 25]:{ 5 6 11 12 }
83> [6 10 12 15]:{ 1 2 6 8 11 12 }
84> [6 10 12 15 18]:{ 1 2 6 11 12 }
85> [6 10 12 15 18 22 25]:{ 6 11 12 }
86> [6 9]:{ 1 2 3 4 6 7 8 10 }
87> [6 9 22]:{ 4 6 10 }
88> [6 9 21]:{ 2 3 8 }
89> [6 9 12]:{ 1 2 6 7 8 10 }
90> [6 9 10 12]:{ 1 2 6 7 8 }
91> [9]:{ 1 2 3 4 6 7 8 9 10 }
92> [9 21]:{ 2 3 8 9 }
93> [9 11 16 19]:{ 3 4 9 10 }
94> [9 11 13 16 19]:{ 3 4 9 }
95> [16 19]:{ 3 4 5 9 10 }
96> [16 19 25]:{ 3 5 9 }
97> [25]:{ 3 5 6 9 11 12 }

52. táblázat. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyermek iskolázási terve – fiúk-lányok. Zárt részhalmazpárok

A 97 zárt részhalmazpár igen nagyméretű gráfot jelent, ezt megrajzoltuk, de be kell látnunk, hogy az áttekinthetőség határán van. Elemzése gondot jelent, ám a figyelem irányítására megjelöltünk rajta néhány fontos jelentésű pontot. *(42. ábra)*

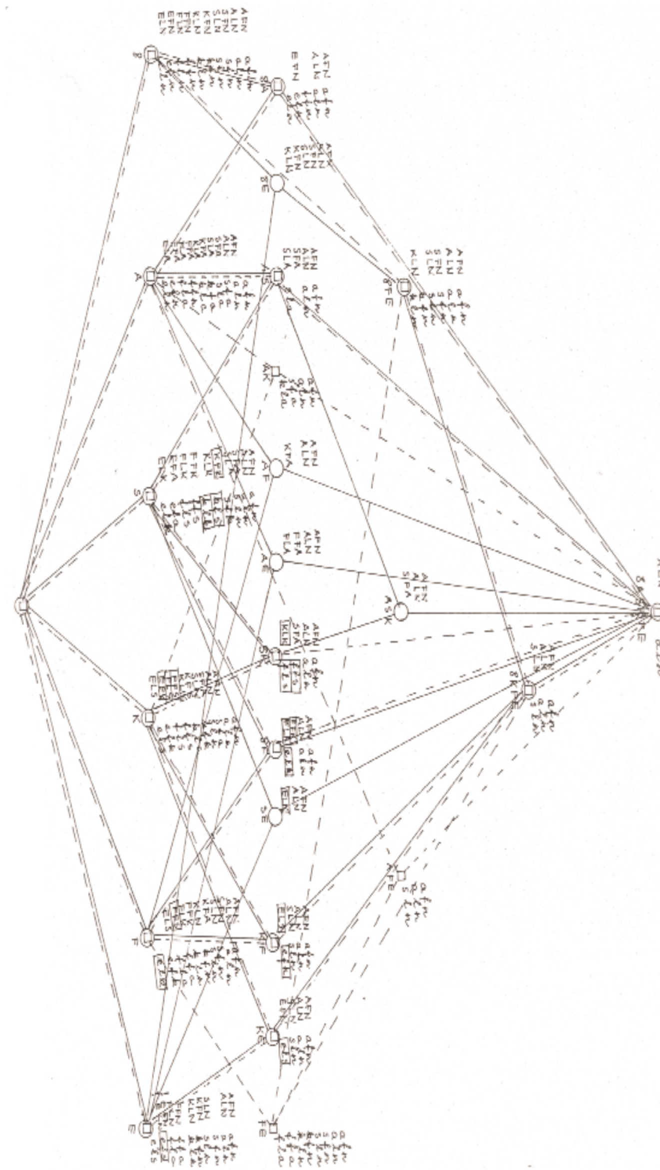
Főiskolát végzett anya és középiskolai végzettségű apa lányai kívánnak legtöbben egyetemre menni, míg a fiúk közül a közép- és főiskolát, egyetemet végzett anyák, illetve közép- és főiskolát, egyetemet végzett apák gyerekei. De a viszonyok nem szimmetrikusak, ugyanis sok lány menne egyetemre, de a fiúk közül csak közepesen sok. A főiskolára menni szándékozók tekintetében a helyzet szimmetrikus: mind a fiúk, mind a lányok csoportja szakmunkás, középiskolai végzettségű apák, illetve anyák, vagy főiskolát végzett anyák gyermeke.

Minthogy a 97 szögpontot tartalmazó ábrát más elég nehezen láthatja át, újabb ábrázolási technikát dolgoztunk ki. A következőkben ezt írjuk le.



42. ábra. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. Strukturális kapcsolatok

Egyberajzoltuk a *39.* és a *40. ábrá*t, ebből adódott a *43. ábra*. Ez világosan mutatja a korábban már leírtakat, de sokkal egyszerűbb, áttekinthetőbb, az anya, illetve apa hatása a rajzról közvetlenül leolvasható.



43. ábra. Az apa és anya legmagasabb iskolai végzettsége – gyerek iskolázási terve – fiúk-lányok. A 39. és 40. ábra egyberajzolása.Strukturális kapcsolatok

ÖSSZEFOGLALÁS

Az egyes ábrák magyarázatában csupán néhány pont jelentését írtuk le. További értelmezés az illetékes – szociológus – szakemberek feladata.

Dolgozatunkban bemutattuk a gyermekek iskolázási tervei és szüleik legmagasabb iskolai végzettsége közötti összefüggéseket. Megvizsgáltuk külön-külön az anya, az apa szerepét, majd a kettőt együtt, valamint a válaszoló gyermekeket együtt, majd nemük szerint külön-külön is.

A hagyományos, statisztikai elemzésre alkalmas számadatokat egybefoglaló táblázatok mellett a számszerűséget nélkülöző, helyette azonban struktúrákat bemutató Galois-gráfok, könnyebb áttekinthetőségükön túl, újabb összefüggések feltárására is lehetőséget adnak.

5.3. TANULÓK ISKOLÁZÁSI TERVE – SZÜLEIK ISKOLAI VÉGZETTSÉGE – TELEPÜLÉSTÍPUSOK

Az 1999-ben végzett Baranya megyei pedagógiai felmérés adatai alapján ötféle településtípus szerint vizsgálták a tanulók szüleinek legmagasabb iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási tervei közti összefüggéseket. Ezt elemeztük úgy, hogy számadatok helyett a minőségeket tekintettük, Galois-gráfok – ábrák – segítségével, egyfajta strukturális analízist adva.

KIINDULÓ ADATOK

1. Településtípusok

1999. májusában a Pécsi Tudományegyetem (akkori Janus Pannonius Tudományegyetem) Tanárképző Intézetének kutatócsoportja felmérést készített Baranya megye különböző iskoláiban, s ebben a közel 200 000 lakosú Pécs néhány intézménye éppen úgy szerepelt, mint a 2000-nál is kevesebb lakosú Magyarszék általános iskolája. A Statisztikai Hivatal 1998/4/2. számú Magyar Közlönyben megjelent adatai alapján vettük tekintetbe a települések lélekszámát. Így öt települési kategóriát különböztettünk meg: Pécs, nagyobb város (pl. Komló, Mohács), kisebb város (pl. Szentlőrinc), nagyobb falu (pl. Palotabozsok), valamint kisebb falu (pl. Bükkösd). A mondott sorrendben számozva a településtípust, az alábbi felsorolásban közöljük a mérésben résztvevő települések besorolását.

település	településtípus
Pécs	1
Komló	2
Mohács	2

Szentlőrinc	3
Mágocs	4
Palotabozsok	4
Magyarszék	5
Mecseknádasd	5
Kölked	5
Hobol	5
Drávaszabolcs	5
Bükkösd	5
Szigetvár	2

Ezt az öt települési kategóriát a következő módon jelöljük:

1	–	Pécs,
2	–	V1,
3	–	V2,
4	–	K1,
5	–	K2.

Minden adatot, tehát az apa, az anya végzettségére és a gyermek tanulási tervére vonatkozó válaszok számát súlyozva vettünk figyelembe. A súlyok a lélekszámmal arányosak. Ilyen módon a súlyok a következők:

Pécs	1
V1	8
V2	23
K1	105
K2	138

Tehát például ha 30 pécsi tanuló válaszolta, hogy szakmunkásképzőt akar végezni, az 30-nak számít. De ha 9 mágocsi tanuló, akkor az 9 x 105 = 945-nek. Ugyanígy a szülők végzettségére vonatkozó válaszok számánál is.

2. A gyermekek iskolázási terve

A megkérdezettek közül 920 tanuló válaszolt, hogy milyen legmagasabb iskolát szeretne elvégezni. Az *53. táblázat* mutatja e válaszokat településtípusok szerinti bontásban. Az elvégezni szándékozott iskolatípusok jelölése:

8 általános iskolai osztály	8
Szakmunkásképző	S
Középiskola	K
Főiskola	F
Egyetem	E

	8	S	K	F	E
Pécs	2	30	89	171	119
V1	0	18	109	72	84
V2	2	5	15	12	9
K1	0	14	36	13	0
K2	0	58	35	16	11

53. táblázat. Településtípusok – gyermekek iskolázási tervei

3. Az apák végzettsége

A megkérdezett tanulók közül 904 válaszolt arra, hogy édesapjának mi a legmagasabb iskolai végzettsége. Az *54. táblázat* mutatja, településtípusok szerinti bontásban, hogy melyik iskolai végzettségre hány válasz érkezett.

Az apák legmagasabb iskolai végzettségének jelölései a következők:

Kevesebb, mint 8 általános <8
8 általános 8
Szakmunkásképző S
Középiskola K
Főiskola F
Egyetem E

	8	8	S	K	F	E
Pécs	1	14	163	123	50	53
V1	0	26	128	94	16	17
V2	0	0	23	13	6	0
K1	0	9	42	8	2	0
K2	3	34	52	24	2	1

54. táblázat. Településtípusok – az apa iskolai végzettsége

4. Az anyák végzettsége

A megkérdezett tanulók közül 927 válaszolt arra, hogy édesanyjának mi a legmagasabb iskolai végzettsége. Az *55. táblázat* mutatja, településtípusok szerinti bontásban, hogy melyik iskolai végzettségre hány válasz érkezett.

Az anyák legmagasabb iskolai végzettségének jelölései ugyanazok, mint az apákéi.

	8	8	S	K	F	E
Pécs	1	45	92	174	61	42
V1	4	33	86	125	20	20
V2	0	7	9	18	8	0
K1	2	10	21	20	9	0
K2	8	48	36	26	1	1

55. táblázat. Településtípusok – az anya iskolai végzettsége

Az *53., 54.* és *55. táblázat*ot átalakítjuk az egyes települések lélekszámának megfelelően úgy, hogy a fent ismertetett szorzószámokkal mint súlyokkal minden egyes rovatban álló számot megszorzunk.

	8	S	K	F	E
Pécs	2	30	89	171	119
V1	0	144	872	576	672
V2	46	115	345	276	207
K1	0	1470	3780	1365	0
K2	0	8004	4830	2208	1518

56. táblázat. Településtípusok – gyermekek iskolázási tervei. Szorzószámokkal súlyozott adatok

	8	8	S	K	F	E
Pécs	1	14	163	123	50	53
V1	0	208	1024	752	128	136
V2	0	0	529	299	138	0
K1	0	945	4410	840	210	0
K2	414	4692	7176	3312	2761	138

57. táblázat. Településtípusok – az apa iskolai végzettsége. Szorzószámokkal súlyozott adatok

	8	8	S	K	F	E
Pécs	1	45	92	174	61	42
V1	32	264	688	1000	160	160
V2	0	161	207	414	184	0
K1	210	1050	2205	2100	945	0
K2	1104	6624	4968	3588	138	138

58. táblázat. Településtípusok – az anya iskolai végzettsége Szorzószámokkal súlyozott adatok

Elemzésünk nem törekszik számszerűségre, hanem minőségi összefüggéseket kíván vizsgálni. Ezért szemügyre véve a rovatokban álló számokat, úgy ítéljük meg, hogy elegendő a „NEM”, „ALIG”, „KÖZEPES” és „SOK” kategóriák megkülönböztetése.

Ha egy rovatban a válaszok száma
0, akkor NEM,
ha 1 és 10 közötti, akkor ALIG,
ha 11 és 1000 közötti, akkor KÖZEPES,
ha pedig 1001 vagy annál nagyobb, akkor SOK
minősítést írunk.

Ez egyúttal binárissá, kétértékűvé is teszi táblázatainkat. Minden egyes oszlop helyett négyet kapunk, amelyek közül pontosan egy helyen 1, a többi három helyen pedig 0 áll, aszerint, hogy a NEM, ALIG, KÖZEPES, illetve SOK esetek közül melyik áll fenn. Az így átértékelt adatokat mutatják az *59., 60.* és *61. táblázat*ok.

	8	S	K	F	E
	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N
Pécs	0 0 1 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
V1	0 0 0 1	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
V2	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
K1	0 0 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 1
K2	0 0 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0
	x 1 2 3	4 5 x x	6 7 x x	8 9 x x	1011x12

59. táblázat. Településtípusok – gyermekek iskolázási tervei. Bináris táblázat

	8	8	S	K	F	E
	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N
Pécs	0 0 1 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
V1	0 0 0 1	0 1 0 0	1 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
V2	0 0 0 1	0 0 0 1	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 0 1
K1	0 0 0 1	0 1 0 0	1 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 0 1
K2	0 1 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
	x 1 2 3	4 5 x 6	7 8 x x	910x x	x 11x x	x 12x13

60. táblázat. Településtípusok – az apa iskolai végzettsége. Bináris táblázat

	8	8	S	K	F	E
	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N	S K A N
Pécs	0 0 1 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
V1	0 0 1 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 0 1
V2	0 0 0 1	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 0 0 1
K1	0 0 1 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	0 1 0 0	0 0 0 1
K2	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
	1x 2 3	4 5 x x	6 7 x x	8 9 x x	x10x x	x11x 12

61. táblázat. Településtípusok – az anya iskolai végzettsége. Bináris táblázat

Mindhárom bináris táblázatunk alatt x-szel jelöltük meg azokat az oszlopokat, amelyek csupa 0-ból állnak, ezek kimaradnak, a megmaradók alá pedig sorszámukat írtuk.

(Például nem fordul elő az az eset egyik településtípusban sem, hogy sokan akarnának legfeljebb általános iskolát végezni a gyermekek közül, így ezzel az esettel nem foglalkozunk, a neki megfelelő oszlopot elhagyjuk.)

Végül tehát három táblázatunk a következő módon alakult.

A gyermekek iskolázási terveit a *62. táblázat*on látjuk (technikai okok miatt 90 fokkal elfordítva):

terv input
12
5
00100
10000
01011
00011
11100
00011
11100
00011
11100
00001
11100
00010

62. táblázat. Településtípusok – a gyermekek iskolázási terve. Relációtáblázat

A relációtáblázat jelentése az alábbi:

Sorok			Oszlopok		
1	–	8K	1	–	Pécs
2	–	8A	2	–	V1
3	–	8N	3	–	V2
4	–	SS	4	–	K1
5	–	SK	5	–	K2
6	–	KS			
7	–	KK			
8	–	FS			
9	–	FK			
10	–	ES			
11	–	EK			
12	–	EN			

A *63. táblázat*on az apák iskolai végzettségének a településtípusok szerinti eloszlása látható az átalakított, végleges formában.

apa input
13
5
00001
10000
01110
00001
11010
00100

63. táblázat. Településtípusok – az apa iskolai végzettsége. Relációtáblázat

01011
10100
00001
11110
11111
11001
00110

63. táblázat. Településtípusok – az apa iskolai végzettsége. Relációtáblázat

A relációtáblázat jelentése az alábbi:

Sorok			Oszlopok		
1	–	K	1	–	Pécs
2	–	A	2	–	V1
3	–	N	3	–	V2
4	–	8S	4	–	K1
5	–	8K	5	–	K2
6	–	8N			
7	–	SS			
8	–	SK			
9	–	KS			
10	–	KK			
11	–	FK			
12	–	EK			
13	–	EN			

A *64. táblázat* mutatja az anyák legmagasabb iskolai végzettsége és a településfajták közti összefüggéseket a transzformációk utáni alakban.

anya input
12
5
00100
10000
01011
00011
11100
00011
11100
00011
11100
00001
11100
00010

64. táblázat. Településtípusok – az anya iskolai végzettsége. Relációtáblázat

A relációtáblázat jelentése az alábbi:

Sorok			Oszlopok		
1	–	S	1	–	Pécs
2	–	A	2	–	V1
3	–	N	3	–	V2
4	–	8S	4	–	K1
5	–	8K	5	–	K2
6	–	SS			
7	–	SK			
8	–	KS			
9	–	KK			
10	–	FK			
11	–	EK			
12	–	EN			

Ezzel minden kiinduló adat, s azok szükséges átalakított formája rendelkezésünkre áll.

GALOIS-GRÁFOK KONSTRUÁLÁSA

A Galois-gráf fogalmi rendszer ábrázolásaként értelmezhető, s minthogy jelen írásban csupán az alkalmazásról van szó, részletes leírásával itt nem foglalkozunk, ez megtalálható több munkában (lásd pl.[11],[22], [23] vagy [25]). Interpretáció tekintetében azonban elegendő, hogy dolgok és tulajdonságaik alapján alkotható fogalmak, ezek struktúrája és hierarchiája konstruálható és rajzolható meg Galois-gráf segítségével. Készítésének feltétele két véges halmaz elemei közti több-többértelmű kapcsolat, valamint a két halmaz elempárjai közti bináris reláció. Esetünkben e feltételek fennállnak. Három ilyen összefüggésről is beszélhetünk. E három halmazpár: Településtípusok – Gyermekek iskolázási terve, Településtípusok – Apák iskolai végzettsége, Településtípusok – Anyák iskolai végzettsége. Mindhárom összefüggésrendszernek megfelelő Galois-gráfot elkészítjük.

Foglalkozzunk az elsővel, nevezetesen a „Településtípusok – Gyermekek iskolázási terve" nevűvel. Tekintsük a *62. táblázat*ot. Erről leolvashatjuk például, hogy Pécs az a legnagyobb településcsoport, ahol a gyermekek alig kívánnak csupán általános iskolát végezni, közepesen sokan kívánnak szakmunkásképzőt, középiskolát, főiskolát vagy egyetemet végezni. Egyúttal ezek a továbbtanulási szándékok is a maximális csoportot alkotják, amelyek mindegyike létezik Pécsett. Vagy például a nagyobb város, nagyobb és kisebb falu (V1, K1, K2) a települések azon legnagyobb csoportja, amelyekben nem akarnak csupán általános iskolát végezni a gyermekek. Egyúttal ez a továbbtanulási szándék is a maximális csoport, amely e három településfajta mindegyikében létezik. Ezeket az összetartozó maximális csoportokat zárt részhalmazpároknak nevezzük. Persze nem csupán e példákban mutatott két ilyen csoportpár van, de igen fáradságos lenne mindegyiknek a megkeresése csupán a táblázat nézegetésével. Holott célunk éppen az, hogy effajta minőségi megállapításokat gyűjtsünk egybe, majd megállapításainkat rajzzal jelenítsük meg. Van olyan – számítógépesített - matematikai algoritmus, amely az összes zárt részhalmazpárt adja meg.[16, 17] Ennek alkalmazásakor inputként a relációtábla szolgál, output gyanánt adódik a zárt részhalmazpárok listája, amely a gráf megrajzolásának alapja.

Az alábbiakban rendre közöljük a zárt részhalmazpárok listáját.

```
tervout:
1> [ 1 5 7 9 11 ]:{ 3 }
2> [ 2 5 7 9 11 ]:{ 1 }
3> [ 3 ]:{ 2 4 5 }
4> [ 3 5 7 9 11 ]:{ 2 }
5> [ 3 4 6 8 ]:{ 4 5 }
6> [ 3 4 6 8 12 ]:{ 4 }
7> [ 3 4 6 8 10 ]:{ 5 }
8> [ 5 7 9 11 ]:{ 1 2 3 }
```

65. táblázat. Településtípusok – gyermekek iskolázási terve. Zárt részhalmazpárok listája

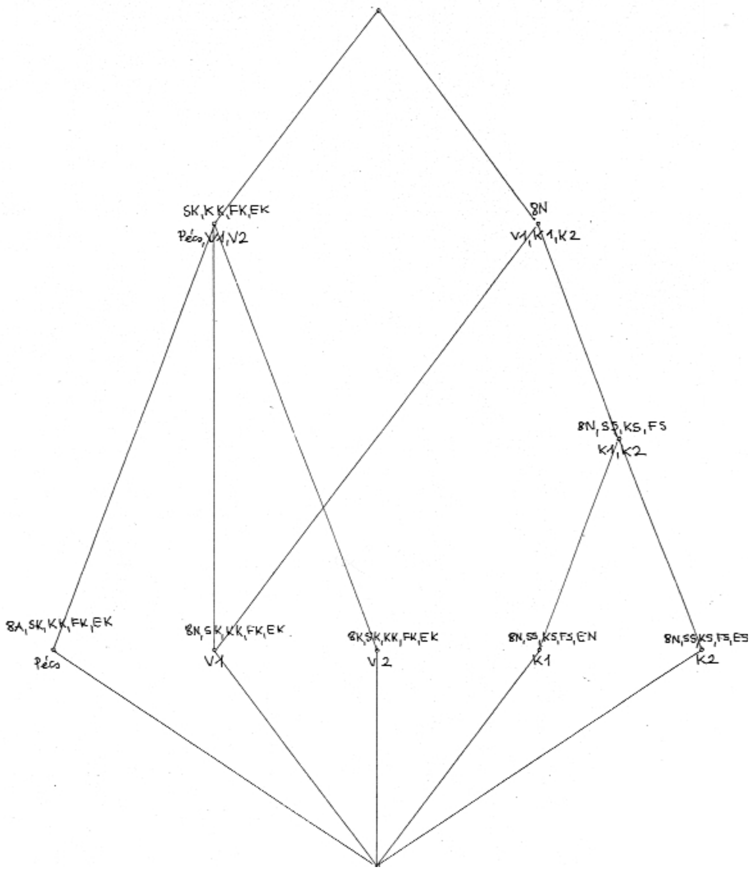
```
apa output
1> [ 1 4 7 9 11 12 ]:{ 5 }
2> [ 2 5 8 10 11 12 ]:{ 1 }
3> [ 3 10 11 ]:{ 2 3 4 }
4> [ 3 10 11 13 ]:{ 3 4 }
5> [ 3 6 8 10 11 13 ]:{ 3 }
6> [ 3 5 7 10 11 ]:{ 2 4 }
7> [ 3 5 7 10 11 13 ]:{ 4 }
8> [ 3 5 7 10 11 12 ]:{ 2 }
9> [ 5 10 11 ]:{ 1 2 4 }
10> [ 5 10 11 12 ]:{ 1 2 }
11> [ 7 11 ]:{ 2 4 5 }
12> [ 7 11 12 ]:{ 2 5 }
13> [ 8 10 11 ]:{ 1 3 }
14> [ 10 11 ]:{ 1 2 3 4 }
15> [ 11 ]:{ 1 2 3 4 5 }
16> [ 11 12 ]:{ 1 2 5 }
```

66. táblázat. Településtípusok – az apák iskolai végzettsége. Zárt részhalmazpárok listája

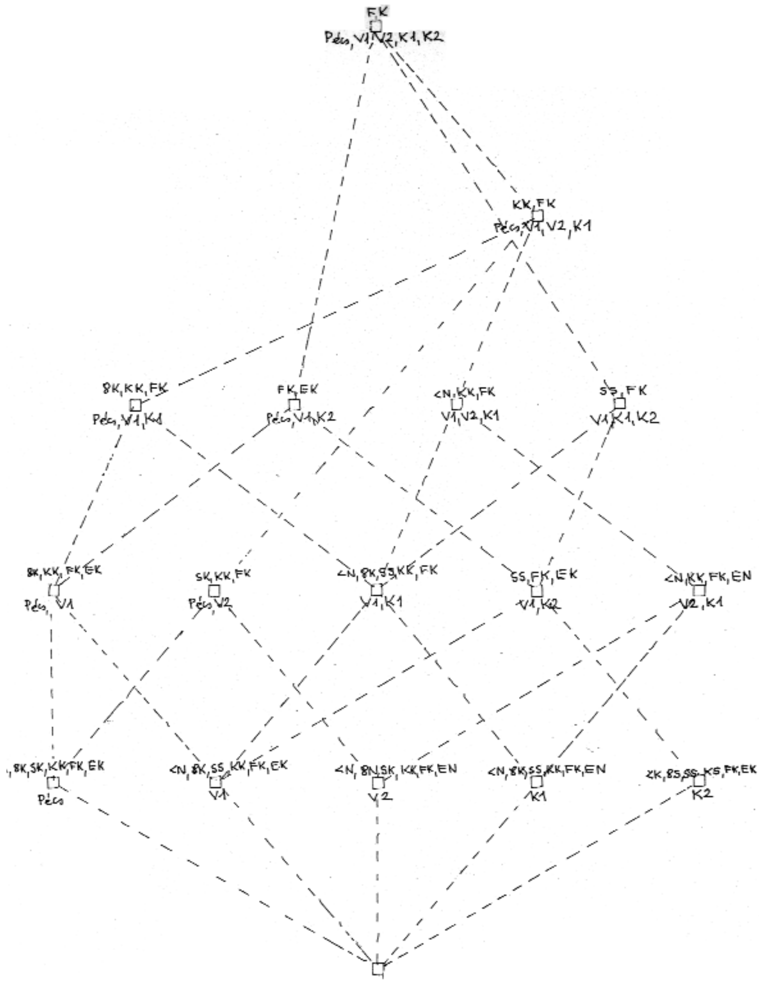
```
anya output
 1> [  1  4  6  8  10  11 ]:{  5 }
 2> [  2  10 ]:{  1  2  4 }
 3> [  2  10  12 ]:{  2  4 }
 4> [  2  5  7  9  10 ]:{  1  2 }
 5> [  2  5  7  9  10  12 ]:{  2 }
 6> [  2  5  7  9  10  11 ]:{  1 }
 7> [  2  4  6  8  10  12 ]:{  4 }
 8> [  3  5  7  9  10  12 ]:{  3 }
 9> [  4  6  8  10 ]:{  4  5 }
10> [  5  7  9  10 ]:{  1  2  3 }
11> [  5  7  9  10  12 ]:{  2  3 }
12> [  10 ]:{  1  2  3  4  5 }
13> [  10  12 ]:{  2  3  4 }
14> [  10  11 ]:{  1  5 }
```

67. táblázat. Településtípusok – az anyák iskolai végzettsége. Zárt részhalmazpárok listája

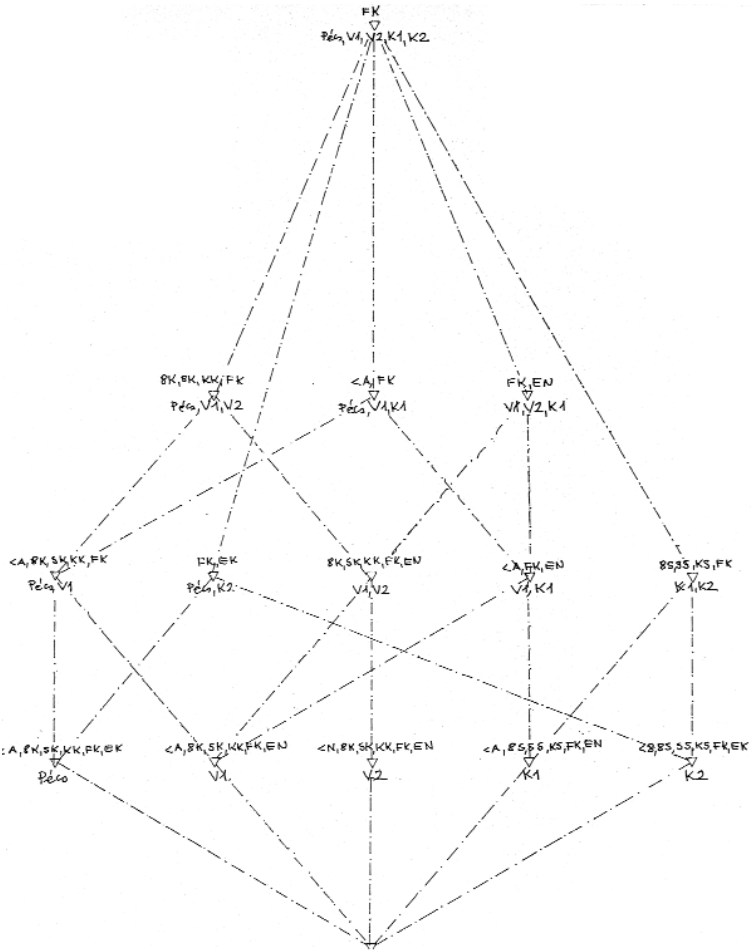
Az utóbbi három táblázat alapján megrajzoljuk ábráinkat. Az ábrákat a kapcsos zárójelben lévő településtípusokat jelentő szimbólumok szerint rendezzük el. Gráf – általában – pontok, vagy szögpontok és ezeket összekötő egyenes szakaszok összessége. A Galois-gráf pontjai az egyes zárt részhalmazpárok. Rajzolásuk szabálya a következő. Mivel a települések szerint kívánjuk a rajzot készíteni, így csak a kapcsos zárójelben álló szimbólumokat vesszük tekintetbe. Először az egyelemű zárt részhalmazokat rajzoljuk meg egy egyenes szakasz mentén. Utána ezzel párhuzamos, az előbbi feletti egyenes szakaszra a kételeműeket, és így tovább. Következik a pontok összekötésének szabálya. Tetszőleges szögpontot minden olyan alatta fekvő szögponttal összekötünk, amely a szóban forgó zárt részhalmazt jelentő pont legnagyobb részhalmazát jelentő pont. Az egyes pontok alá odaírjuk, hogy mely zárt részhalmazt reprezentálják. Minthogy azonban egy-egy pont nem csupán egy zárt részhalmazt jelent, hanem egy-egy párt, a zárt településcsoporthoz tartozik egy zárt iskolai végzettségi csoport is, így ezeket is a ponthoz rajzoljuk, mégpedig a pont fölé. A gyermekekre vonatkozó ábrán a pontok fölött a továbbtanulási szándékok, az apákra vonatkozó ábrán az apák végzettsége, az anyákén az anyák végzettségének megfelelő szimbólumcsoportok állnak. Így kaptuk az *44.*, *45.* és *46. ábrá*kat.



44. ábra. Településtípusok – gyermekek iskolázási terve. Galois-gráf

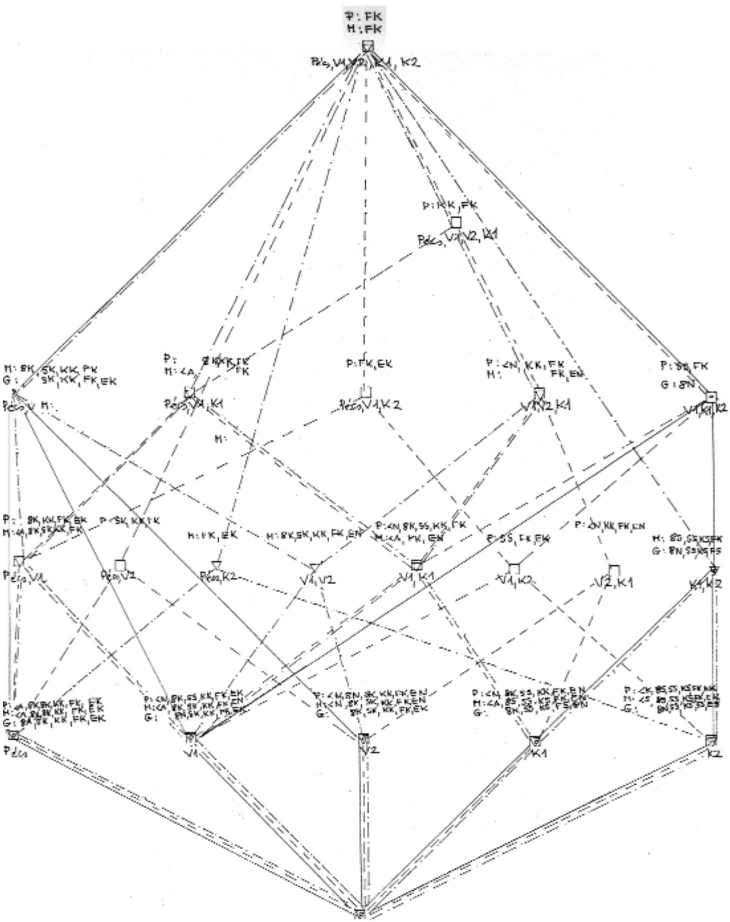


45. ábra. Településtípusok – az apa iskolai végzettsége. Galois-gráf



46. ábra. Településtípusok – az anya iskolai végzettsége. Galois-gráf

Következtetéseink levonására egyberajzoljuk a *44.*, *45.* és *46. ábrá*t. Ezen a *44. ábra* szögpontjai körrel, élei folytonos vonallal jelöltek, a *45. ábra* pontjai négyszöggel, élei szaggatott vonallal, míg a *46. ábra* pontjai háromszög, élei pont-vonal-pont jelölésűek.



47. ábra. Településtípusok – gyermekek iskolázási terve – apa végzettsége – anya végzettsége. Három egyberajzolt Galois-gráf

Ezen az ábrán a gyermek iskolázási terve elé G, az apa végzettsége elé P, az anyáé elé M jelet tettünk.

KÖVETKEZTETÉSEK

A végeredményül kapott *47. ábra* vizsgálata teszi lehetővé a következtetéseket.

Az alábbiakban néhány, a gráf szögpontjairól közvetlenül leolvasható megállapítást fogalmazunk meg – szavakkal.

A pécsi szülők iskolai végzettsége általában szimmetrikus az apára, illetve anyára nézve. Alig vannak a 8 általánosnál kevesebbet végzett apák és anyák, közepesen sokan vannak 8 általánost, szakmunkásképzőt, középiskolát, főiskolát vagy egyetemet végzett szülők. Gyermekeik közül azonban alig akad, aki csupán általánost kíván végezni. Viszont figyelemre méltó, hogy ennél magasabb iskolát – szakmunkásképzőt, középiskolát, főiskolát vagy egyetemet – pontosan ugyanúgy közepesen sokan kívánnak végezni, mint azt szüleik tették. Más szóval terveik nem mutatnak túl szüleik teljesítményén. (Első emelet, balról az első szögpont.)

A nagyobb városban élő szülők közül közepesen sokan végeztek 8 általánost, középiskolát, illetve főiskolát az apák és anyák egyaránt, de míg az apák esetében nincsen 8 általános iskolai osztálynál kevesebbet végzett, addig néhány ilyen anya akad. Az apák közül sok a szakmunkás és közepesen sok az egyetemet végzett, de az anyáknál csak közepes mennyiségű a szakmunkás végzettségű és nincs is egyetemi diplomával rendelkező. Ehhez képest gyermekeik nem kívánják tanulmányaikat befejezni a 8. osztály után, hanem minden, ennél magasabb iskolatípusba közepesen sokan kívánnának bejutni. (Első emelet, balról a második szögpont.)

A kisebb városban élő gyermekek szülei közt leginkább a középmezőnyben lévő iskolatípusokat végzetteket találunk, azaz sem az apák, sem az anyák esetében nincs 8 általánosnál kevesebbet végzett, de nincsen egyetemet végzett sem, viszont közepesen sokan végeztek szakmunkásképzőt, középiskolát vagy főiskolát. Az apák közül nincsen, aki csak 8 általánost végzett volna, viszont az anyák között közepesen sok ilyen van. Ezen szülők gyerekei mindegyik szóba jöhető iskolatípusba közepesen sokan jelentkeznének. Ez azt is jelenti, hogy némileg erősebb az anyai hatás (a 8 általánost közepesen sokan választják.)

A nagyobb faluban élő gyermekek szüleinek körében sok szakmunkást találunk, közepesen sok főiskolai végzettségűt, de nincsenek egyetemi diplomásak. Az apák közt nincsen, aki ne végezte volna el a 8 általánost, de az anyák között akad kevés ilyen. Az apák közt közepesen sokan végeztek csak általánost, de az anyák közül sokan. A középiskolai végzettségnél fordul a helyzet, az anyák javára, mert míg az apák száma közepes, addig az érettségizett anyáké sok. Ehhez a szülői képesítés-eloszláshoz a nagyobb falvakban a gyermekek olyan terve tartozik, hogy senki nem akarja befejezni tanulmányait a 8 általános elvégzése után, hanem határozottan sokan kívánnak mind szakmunkásképzőbe, mind középiskolába, mind pedig főiskolára bejutni, egyetemre azonban nem akarnak menni! Ezt mindkét szülő mintája indokolja. Ami a sok érettségizési szándékot illeti, itt szintén az erősebb anyai hatás látható.

A kétezernél kisebb lélekszámú falvakban élő gyermekeknél mutatkozik a legnagyobb mobilitás, és itt vannak a legtöbben alulképzett szülők is, de mások is, mert itt leginkább divergens a szülői végzettség. Közepesen sok apa és sok anya kevesebb, mint 8 általánost végzett, ugyanakkor sok a 8 osztályt, a szakmunkásképzőt vagy középiskolát végzett szülő is, de csak közepes a felsőfokú intézményben végzettek létszáma. A gyermekek terve, hogy a 8 általánosnál nem hagyják abba a tanulást, hanem sokan mennek majd szakmunkásnak, középiskolába, főiskolára, egyetemre.

Más típusúak azok a megállapítások, amelyek egynél többfajta település közös sajátságaira vonatkoznak. Ilyen kérdéseket lehet feltenni – és megválaszolni –, hogy mi a közös a városokban? (Mármint a szülők végzettsége és gyermekeik továbbtanulási szándéka szempontjából. Városon most Pécs, a nagyobb és kisebb város értendő.)

A városok minden fajtájában igaz, hogy az anyák száma közepes, akik nyolc általánost, szakmunkásképzőt, középiskolát vagy főiskolát végeztek, gyermekeik pedig szakmunkásképzőbe, középiskolába, főiskolára vagy egyetemre mennének – közepesen sokan. Azaz anyjuk mintáit követik, de egy fokozattal szeretnének feljebb jutni a mamánál (az általánost nem választják legmagasabb iskolának, és egyetemig is el akarnak jutni.)

A kis és nagy falu közös sajátsága, hogy azokban, az anyák körében, sok a nyolc osztályt, szakmunkásképzőt vagy középiskolát, illetve közepes mennyiségű, aki főiskolát végzett. Gyermekeik nem fejeznék be tanulmányaikat az általános iskola elvégzésével, és sokan akarnak szakmunkások lenni, érettségizni, illetve főiskolára menni.

Végül a nagyobb város és a nagyobb meg kisebb falvak esetén közös, hogy a papák közül sok a szakmunkás és közepesen sok a főiskolát végzett, s e helyeken a gyermekek egyike sem akarja a tanulást a nyolc osztály után abbahagyni.

5.4. FIZIKA FELADATMEGOLDÁSOK – A FELADATOK ABSZTRAKCIÓS SZINTJE

Baranya megye általános és középiskoláiban egy 1999-ben történt felmérés alapján vizsgáltuk a tanulóknak a Fizika tárgyban elért eredményeit. Ismertetjük a feladatokat és az átlagos teljesítményeket. A feladatokat absztrakciós szint szerint is kategorizáltuk, és az általános iskolai eredményeket így is elemeztük.

Az 1999. májusában Baranya megye 69 iskolájában végzett felmérés – amelyet a Janus Pannonius Tudományegyetem Tanárképző Intézetének kutatócsoportja végzett – tartalmazta a Fizika tantárgy elsajátításának vizsgálatát is. Ehhez, mint a többi tárgy esetében, a szegedi József Attila Tudományegyetem Pedagógia Tanszék munkacsoportjának 1995-ben végzett mérésénél alkalmazott teszteket használtuk (lásd [11] irodalom).

A TANTÁRGYTESZTEKRŐL

Az általános iskola 7. évfolyamában történt a mérés. Minden tanuló 16 feladatot kapott, s ezek összesen 38 elemi részre bomlottak. A válaszadásra rendelkezésre álló idő 45 perc volt.

Május lévén, a tanév teljes anyagát tartalmazhatták a kérdések. Így túlnyomó többségben az elektromosságtan köréből, kisebb részben a nyomás-fogalom, az egyensúly folyadékokban és gázokban, valamint az egyszerű gépek, munka, teljesítmény fejezetek anyagából válogattak feladatokat a tesztkészítők. (A feladatlapokat írásunk végéhez csatoltuk, lásd az *1. melléklet*et.)

Pontosabban, a 16 közül 8 példa elektromosságtani volt. A bevezető – első – feladat csupán az elektromosan töltött testek elektronhiányára, illetve elektrontöbbletére vonatkozik. A továbbiakban a példák egy kissé bonyolódnak. Egyszerű kapcsolási rajz készítése, a feszültségmérő műszer kapcsolási módja, méréshatárának megválasztása, az Ohm-törvény és a Kirchoff-törvények alkalmazásával kiszámítandó egyszerű példák szerepelnek ebben a feladatcsoportban.

A következő csoportba négy feladat tartozik, ezek a nyomás fogalmával, a hidrosztatikai nyomással, Archimédesz-törvényével kapcsolatosak.

Végül egy forgatónyomatékra, egy lejtőre vonatkozó példát kellett megoldani, és két, a hatásfokkal, illetve teljesítménnyel foglalkozó példa zárja a kérdések sorát.

Középiskolában a 11. évfolyamban, ha úgy tetszik, a III. osztályban történt felmérés. Itt a tanulók 8 feladatot kaptak, ezek ugyanúgy elemi, tovább nem bontható részekre bomlottak, mint az általános iskolaiak, mégpedig a 8 feladat összesen 40 elemi részre bomlott. A válaszadásra 45 perc állt rendelkezésre.

Minthogy a középiskolások, sőt harmadikosok, több éve tanulják a tárgyat, a tesztek készítőinek szélesebb skálán lehetett a feladatok témái közül választani. Itt nem vállalkozhatunk annak megítélésére, hogy bölcsen válogattak-e a témák közül vagy nem, mert többféle iskolatípusról, mi több, többféle lehetséges tanterv szerint haladó osztályról volt szó. Minden esetre elektromosságtani, kinematikai, a nyomással foglalkozó és „vegyes” feladatok fordultak elő.

Pontosabban, a 8 közül 3 példa volt elektromosságtani, amelyek közül egy a feszültség, áramerősség és teljesítmény közti összefüggést, egy az Ohm-törvényt, egy a transzformátormenetszám-feszültség-áramerősség összefüggést firtatta.

Egy feladat foglalkozott a nyomással.

A két kinematikai feladat egyike az átlagsebesség fogalmával foglalkozott, a másik egy egyenletes és egy egyenletesen gyorsuló mozgást összehasonlító utolérési példa volt.

Végül a tesztlap két sehova sem sorolható példát is adott a tanulóknak. Mármint fizika fejezetbe nem sorolhatót. Ezeket nevezhetjük „vegyes”-nek. Az egyikben mértékegységeket kellett összehasonlítani, s volt köztük mechanikai meg elektromos is. A másikban igaz, illetve hamisként kellett állításokat elbírálni, s volt köztük elektromos, termodinamikai, valamint hidrosztatikai is.

A feladatlapok kérdéseit nem csupán a fizikabeli fejezetek szerint csoportosíthatjuk. Érdemesnek tűnik a témakörökön kívül a feltett kérdések absztrakciós foka szerint is megvizsgálni ezeket a feladatokat. Mert várható, hogy az eredményekből kiderül: melyik fejezetet menynyire szeretik, illetve tudják a gyerekek, s ez a további tanári munkára útmutató lehet, de az is várható, hogy a konkrét kérdéseket jobban, az absztraktabbakat kevésbé jól tudják megválaszolni. Ennek elemzése, a kétféle iskolafokon elért eredmények összevetése szintén fontos lehet.

A mondott szempont szerint hét fokozatot különböztettünk meg:

„Jelenség”, ha a válasz csak egy fizikai jelenség ismeretét kívánta meg.

„Fogalom”, ha egy fizikai fogalom ismerete kell a helyes válaszhoz.

„Fogalom vizuális ábrázolása” az absztrakció következő fokozata, s ebbe kapcsolási rajz készítését és függvényábrázolást is beleértünk.

„Reláció” az elvonatkoztatás következő foka, ahol bizonyos fizikai mennyiségpárok közti 0 <, =, > vagy vonatkozások közt kell dönteni.

„Törvény”, ha fizikai mennyiségek közti valamilyen mennyiségi összefüggést is tudni kell a megoldáshoz.

„Mértékegység” követi ezt, ahol tehát mértékegységet kell írni a válaszba.

„Számítás” nevű kategóriát mondunk végül, ha akár következtetéssel, akár képlettel, de mindenképpen számítás révén lehet eredményre jutni

A kétféle iskolatípusban az elemi feladatrészek tekintetében az alábbi megoszlást lehet találni:

	általános iskola	középiskola
	itemek száma	itemek száma
jelenség	2	1
fogalom	6	7
fogalom vizuális ábrázolása	6	1
reláció	6	5
törvény	4	11
mértékegység	4	5
számítás	10	10
összes pontszám	38	40

68. táblázat. A feladatok megoszlása absztrakciós szintek szerint

A feladatlapon az *1. melléklet*ben minden item mellett megjelöltük az absztrakciós kategóriát is, rendre J, F, V, R, T, M, illetve S betűvel.

Azt látjuk, hogy két kategóriában nincs egyensúly az általános és a középiskola között. Az egyik a „fogalom vizuális ábrázolása", hiszen ilyen kérdésből látszólag aránytalanul több van az általános iskolában. Ha azonban megnézzük, mik ezek a kérdések, akkor rögtön magyarázatot is kapunk. Ugyanis a 6 ilyen kérdés közül 5 kapcsolási rajz. Mivel a tanév döntő részében elektromosságtant tanultak, óhatatlanul belekerül a feladatokba ezek számonkérése, más szóval az anyag természete szabta meg ezt.

A másik jellegzetes különbség, hogy lényegesen nőtt a középiskolában azon feladatok száma, amelyek törvényt kérdeznek. Ez éppen a magasabb fokú képzésnek tulajdonítható, nyilván, hogy a középfokú oktatásban a mennyiségi összefüggések nagyobb hangsúlyt kapnak. A kérdések egyéb fajtái nagyjából egyforma mennyiségben fordulnak elő az általános és középiskolai tesztlapon.

Egyébként a két feladatlap a kérdezett ismeretek mennyisége szerint is arányos. Noha az egyik 16, a másik 8 feladatot tartalmaz, ha a részkérdéseket (elemi feladatrészeket) tekintjük, az egyik 38, a másik 40, azaz elenyésző a különbség.

Tehát összefoglalva, a szegedi munkacsoport által alkalmazott fizika tesztlapok használatát a magunk Baranya megyei mérésénél jó lelkiismerettel fogadtuk el, annál is inkább, mivel a tanulói teljesítmények összehasonlítására így kézenfekvő lehetőség adódik.

TANTÁRGYI TELJESÍTMÉNYEK

A fizika tárgy teljesítményeit – mindkét vizsgált iskolatípusban – százalékban adjuk meg egyfelől, és a tanulók iskolai osztályzatához hasonlítva másfelől.

Mielőtt e számadatokat közölnénk, felhívjuk a figyelmet arra, hogy két jelentős tényező is csökkentette az átlagos teljesítményt. Egyik tényező az, hogy vannak a felmérésben részt vett osztályok, ahol a fizika az adott tanévben nem is volt tantárgy, azaz egyáltalán nem tanultak fizikát a szóban forgó évben!!! A másik, eredményt befolyásoló körülmény, hogy a felmérő biztosokat a tanulóknak bemutató tanárok mindenütt közölték a gyerekekkel: nem fogják osztályozni a dolgozatot, ne féljenek, nincs tétje a dolognak! Ennek folytán akadtak tanulók, akik nem vették komolyan a munkát.

	esetszám	teljesítmény százalék	szórás
7. évfolyam	532	32,6	0,1520
11. évfolyam	887	25,3	0,1529

69. táblázat. Teszteredmények teljesítmény százalékban.

	esetszám	osztályzatok átlaga	osztályzat teljesítmény százalékban
7. évfolyam	632	3,21	64,2
11. évfolyam	973	3,20	64,0

70. táblázat. Osztályzatok átlaga és az osztályzatok teljesítmény százalékban.

Az általános iskolai tanulók feladatait fizika témakörök szerint is lehet csoportosítani, így megnéztük, hogy hogyan oszlik meg eszerint az elért teljesítmény.

A FELADATOK ABSZTRAKCIÓS SZINTJE SZERINTI ELEMZÉS

Megvizsgáltuk, hogy egy tanulócsoport tagjai milyen absztrakciós szintig sajátították el a tananyagot, ennek az osztályon belüli eloszlását tekintve van-e valamilyen törvényszerűség a szintek elérési sorrendjében. Az általános iskolai teszteket 23 osztályra nézve elemeztük a mondott szempont szerint. Megfigyeltük, hogy az osztályokat összehasonlítva van-e közös trend valamilyen tekintetben. Úgy gondoljuk, ez túlmutat magán a fizika tantárgyon, noha haszna lehet a tárgy tanításában is.

Az *68. táblázat* első oszlopából indultunk ki. Azaz, hogy a 38 itemű általános iskolai feladatlapon az egyes absztrakciós kategóriákból hány feladat volt.

Ebben a vizsgálatban a 23 osztály tanulóinak együttes száma, azaz az esetszám 442 volt, tehát kisebb, mint amelyre fent közöltük a statisztikai adatokat. Ennek technikai oka van, ugyanis csak azon osztályokat vettük tekintetbe, amelyek tanulóiról intelligencia-vizsgálat is készült, mert egy másik elemzésben az IQ-értékekkel kívánjuk majd összevetni az elért absztrakciós szinteket.

	ált. isk.
J: jelenség	2
F: fogalom	6
V: fog. vizuális ábr.	6
R: reláció	6
T: törvény	4
M: mértékegység	4
S: számítás	10
összes pontszám	38

Eldöntendő volt, hogy az elérhető maximális pontszám hányad része legyen az a határ, amelyről azt mondhatjuk: ha a tanuló elérte, akkor (többé-kevésbé) elsajátította az adott absztrakciós kategóriát. Mivel az átlagteljesítmény mindössze 30% körüli, ahhoz, hogy egyáltalán valamilyen struktúra adódjék, a mércét alacsonyra kellett tenni. Az egész minta átlagát és az ennek alapján megszabott ponthatárt mutatja a *71. táblázat.*

	maximum	átlag	ponthatár
J	2	1,04	1
F	6	2,11	2
V	6	1,83	2
R	6	1,67	2
T	4	0,99	1
M	4	0,79	1
S	10	1,39	3

71. táblázat. Az absztrakciós szintek szerint elért átlag és a ponthatárok

Ha tehát a ponthatárt elérte a tanuló, akkor „elsajátította” az illető kategóriát, így a következőkben „1” jelet kap, ha nem, akkor „nem sajátította el”, s így jele „„0” lesz. Ilyen módon a relatív értékelés esete forog fenn, ám célunk itt nem a tudás szintjének megállapítása, hanem az, hogy az osztályok belső struktúráját vizsgáljuk meg. A ponthatárok körülbelül a 30%-os teljesítmény táján vannak.

A *2. melléklet* a tanulók által elért pontszámokat tartalmazza osztályok szerinti csoportosításban. Ennek alapján készültek bináris (kétértékű) táblázataink, amelyek egyúttal az osztály-struktúrákat megmutató Galois-gráfok készítéséhez szükséges számítások inputjai (lásd *3. melléklet*).

A Galois-gráf fogalma, készítésének módja számos közleményben hozzáférhető, (lásd például a [22], [23]). irodalmakat. Itt elég annyi, hogy minden egyes osztályról egy ábra készül, amely pontokból és ezeket összekötő egyenes szakaszokból áll. Egy pont azt a legnagyobb tanulócsoportot jelenti, amelynek minden tagja egy absztrakciós szintű kategória- (a továbbiakban csak „kategória”) csoport minden elemét elsajátította. Ez egyben a legnagyobb kategória-csoport, amelyet a ponthoz írt tanulócsoport minden tagja tud. Az egyelemű kategória-halmazokat egyenes szakasz mentén egymás mellé rajzoljuk, a kételeműeket az előbbivel párhuzamos, felette fekvő szakasz mentén, és így tovább. A pontokat összekötő egyenes szakaszok a következő szabály szerintiek. Egy tetszőleges kategória-csoportot reprezentáló pontot összekötünk minden olyan alatta fekvő ponttal, amely a szóban forgó pont által reprezentált kategória-halmaz legnagyobb részhalmazát reprezentáló pont. Ezt az eljárást minden pontra nézve elvégezzük.

A Galois-gráf ábráján egy-egy ponthoz tartozó – a fenti értelemben maximális – kategória- és tanuló-halmazokat zárt részhalmazpároknak nevezzük. A zárt részhalmazpárok listái számításaink outputjai, ezek szolgálnak a gráfok rajzolásának alapjául, s ezeket tartalmazza a *4. melléklet.*

A 23 osztály zárt részhalmazpárjainak listája alapján készültek az osztályok Galois-gráf ábrái. Ezek találhatóak a *48–69. ábrá*kon.

KÖVETKEZTETÉSEK AZ ABSZTRAKCIÓS SZINTEK ELÉRÉSÉRŐL

Az *48–69. ábrák* tanulmányozása teszi lehetővé az alábbi következtetéseket.

1) Az osztályoknak több mint a felében nem akad tanuló, aki mind a hét kategóriát elsajátította volna!

2) A JELENSÉG, illetve FOGALOM kategóriákat az osztályok túlnyomó többségének tanulói tudják!

3) Mintegy az osztályok fele olyan, hogy a tanulók mind a JELENSÉG, mind a FOGALOM kategóriát ismerik.

4) SZÁMÍTÁS-t az osztályok kétharmadában végeznek a tanulók.

5) A gyermekek inkább* sajátítják el a mértékegységek ismeretét, mint el tudják végezni a számítást. (Kivétel nélkül igaz a vizsgált esetekben, hogy M nem fordul elő – először – magasabban, mint S. Vagyis alacsonyabban vagy ugyanolyan magasságban fordul elő először.

Az 1) – 5) pontbeliek olyan következtetések, amelyek a hagyományos, statisztikai számításokból is megállapíthatóak. A következők azonban már nem: ezeket az ábrákról olvastuk le!

6) A mennyiségi viszonyok megállapításának feltétele a fogalom ismerete.

7) A fogalom vizuális értelmezésének elsajátítása ugyanannyi további ismerethez vezet, mint a fogalom verbális tudása.

8) A jelenség ismerete – a fogalomé nélkül – nem vezet sehova.

**„Inkább", ezen azt értjük, hogy többen, illetve hamarabb. Az alacsonyabban fekvő ponthoz több tanuló tartozik. De ha elfogadjuk azt a feltevést, hogy – amint az egyedfejlődés megismétli a törzsfejlődést – az osztály egy időpontbeli tudásáról készült gráf felcserélhető az osztály egy individuumának időbeli fejlődésével, akkor mondhatjuk, hogy hamarabb.*

E sommás megfogalmazásokat most pontosabban is leírjuk, valamint megadjuk érvényességi körüket.

Kezdjük az utóbbival. Állításaink trendeket jelölnek. Tehát nem abszolút törvényszerűségekről van szó, hanem az esetek túlnyomó többségében tapasztalható jelenségekről. A rendszertől idegen a statisztika, így tudatosan kerültük el az állítások érvényének számszerű erősségéről való nyilatkozást.

Nézzük most a 6) pontbeli állítás pontos leírását. Azt lehet tapasztalni, hogy a vizsgált osztályoknál, ha előfordul az S kategória, akkor ezt megelőzi – alacsonyabb emeleten fordul elő – az F kategória. Ilyen módon e feltételezhető reláció bizonyítást nyert!

A 7) pontbeli állítást az esetek kétharmadában találtuk igaznak. A rajzokon a legalacsonyabban előforduló V-ből ugyanannyi gráfél vezet felfelé, mint a legalacsonyabban fekvő F-ből.

A 8) pontban azt mondtuk, hogy pusztán a jelenség ismerete sehova sem vezet. Ezt a gráfokon a következő tapasztalat igazolja. Az olyan pont, amelynél a legalacsonyabban fordul elő a J, rövidebb úton vezet a gráf I pontjába, mint ahol az F. Vagyis a J ismerete nem vonja maga után további kategóriákét, legalábbis nem annyit, mint az F-é. Finomabban úgy fogalmazhatunk, hogy a jelenség ismerete nem vezet annyi további ismerethez, mint a fogalomé.

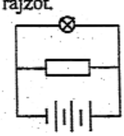
A KÖVETKEZTETÉSEK ÉRTELMEZÉSE

A fizika alapfokú és középfokú tanításában a tapasztalatból indulunk ki. Azaz mindenekelőtt a jelenséget ismertetjük, ha lehet, bemutatjuk a tanulóknak. Ez azonban nem elegendő a törvényszerűségek megértéséhez, majd a természettudományi tárgyak fő céljának eléréséhez, a világkép kialakításához. A tapasztalatból absztrahált fogalom lehető pontos értelmezése az, ami a további ismeretek megszerzését, a törvények megértését, alkalmazását lehetővé teszi.

A fogalmak definícióinak megadása ugyanakkor széles logikai, sőt ismeretelméleti kitekintésre is lehetőséget nyújt. Lehetővé teszi a fogalmak és alapfogalmak megkülönböztetését, az érvényességi körök bemutatását, de a választott modellünkben rejlő önkényességek feltárását is. Magának a jelenségnek ismerete nem szolgál magyarázattal, illetve bármilyen, nem tudományos magyarázat is található rá.

A gráfokról leolvasott következtetés tanítási stratégiánkban is hasznosítható. Mivel a fogalmak ismerete centrális szerepűnek bizonyult, célszerű, ha legnagyobb nyomatékkal s időben mielőbb (közvetlenül a jelenség bemutatását követően) tanítjuk.

Fizika 7. osztály

1.	Milyen töltést mutat kifelé az a test, amelyen 1 a) elektronhiánythoztunk létre:... 2 b) elektrontöbbletet hoztunk létre:..	a 1 b 2	J J
2.	Készíts kapcsolási rajzot arról az áramkörről, amelyben egy zsebtelep, két párhuzamosan kapcsolt izzólámpa és egy kapcsoló van. A kapcsolóval az egyik izzólámpát lehet ki- és bekapcsolni. (Közben a másik izzólámpa állandón világít)	a 3 b 4 c 5	V V V
3.	Feszültséget akarunk mérni az áramkörben. A várható feszültség 6 V. Hogyan kapcsoljuk a műszert a fogyasztóhoz, és mekkora legyen a méréshatár? a) A műszert ....kapcsoljuk a fogyasztóhoz. b) A méréshatárt úgy választjuk meg, hogy......................legyen, mint 6 V.	a 6 b 7	F R
4.	Három darab 1,5 V feszültségű elemet kapcsolunk először párhuzamosan, majd sorosan. Mekkora az így nyert telepek feszültsége? a) Párhuzamos kapcsolás esetén:...................... b) soros kapcsolás esetén:........................	a 8 b 9	F F
5.	Milyen kapcsolásban a hálózati áramkörben a) a televízió és a rádió? .... b) a csillárban levő öt izzólámpa? .... c) a karácsonyfán levő 18 izzólámpa?..	a 10 b 11 c 12	F F F
6.	Meg akarjuk mérni az izzólámpa két kivezetése között a feszültséget és a főágban folyó áram erősségét. Egészítsd ki a kapcsolási rajzot a) a feszültségmérő és b) az áramerősségmérő műszer áramköri jelével! c) A zsebizzón 0,2 A, az ellenálláson 0,1 A erősségű áram halad át. Mit mutat a főágba kapcsolt áramerősségmérő műszer? 	a 13 b 14 c 15	V V S
7.	Írd le Ohm törvényét!	a 16	T
8.	Az elektromos kávéfőző ellenállása 80 ohm. A hálózati áramforrás feszültsége 220 V. Mekkora erősségű áram halad át a kávéfőzőn?	a 17 b 18 c 19	T S M

1. melléklet. Feladatlapok 7.osztály, III.osztály (jövő hét, 4 A4)

Fizika 7/A/2

9. Az építkezéshez használt tégla együttes súlya 45 000N. A tégla 2,5 m^2 felületen érintkezik a talajjal. Mekkora a tégla nyomása?

a 20 T
b 21 S
c 22 M

10. Egy henger alakú edényben víz van. A vizet átöntjük egy nagyobb alapterületű, henger alakú edénybe. Hasonlítsd össze a két edény aljára ható hidrosztatikai nyomást!

....

a 23 R

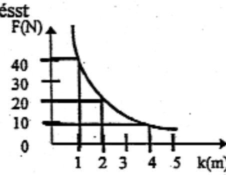
11. Egy 100 cm^3 térfogatú, 2,7 N súlyú alumíniumdarabot vízbe merítünk.
a) Mennyi a kiszorított víz súlya?..
b) Mekkora felhajtóerő hat az alumíniumdarabra?.............................
c) Mekkora erővel lehet a vízben fenntartani?.......................................

a 24 S
b 25 S
c 26 S

12. A ponty tömege 16 kg. Lebeg a vízben.
a) Mekkora a pontyra ható gravitációs erő?...
b) Mekkora a pontyra ható felhajtóerő?..

a 27 S
b 28 S

13. A grafikon az erő és az erőkar közötti összefüggésst mutatja azonos forgatónyomaték esetén.
A) Milyen összefüggés van az erő és az erőkar között?
....
B) Számítsd ki a forgatónyomatékot a grafikon adatainak felhasználásával!
....



a 30 29
b 31 30
c 32 31
d 33 32

14. A lejtőn egy kocsit akarunk egyensúlyban tartani. Hasonlítsd össze az egyensúlyozó erőt a kocsi súlyával! A megoldáshoz alkalmazz relációs jelet (<=>)!

Egyensúlyozó erő	Kocsi súlya
F_1	F_2

a 34 3

15. Egy autó motorja 32 200 kJ munkát végzett, miközben az autó eljutott az egyik városból a másikba. Eközben a benzin elégetése által felhasznált összes energia 92 000 kJ volt. Mekkora a hatásfok?

a 35 34
b 36 35

16. Peti 2 perc alatt, Pali 3 perc alatt megy fel a negyedik emeletre. A két fiú súlya egyenlő. Hasonlítsd össze az általuk kifejtett erőt, a végzett munkát és a teljesítményüket! Alkalmazz relációs jeleket (<=>) a válaszadáshoz!

	Peti	Pali
a) Erő..	F_1	F_2
b) Munka..	W_1	W_2
c) Teljesítmény.....................................	P_1	P_2

a 37 36
b 38 37
c 39 38

2. melléklet: A tanulók által elért pontszámok kategóriánként, osztályonként

1.	A) Hasonlítsd össze a következő mennyiségeket! (Használd a <, =, > jeleket!) a) 400 Nm 400 J b) 36 m/s 10 km/h c) 10^{-4} F 10 µF B) Írd a következő fizikai mennyiségek mellé SI mértékegységüket! d) elmozdulás: .... e) sűrűség:... f) fajhő:..	a b c d e f	R R R M M M
2.	12 V-os autóreflektor-izzó teljesítménye 36 W. Mekkora áramerősségű biztosítékot kell használni hozzá, és mekkora az izzó ellenállása?	a b c d	T S T S
3.	A marhahúst magas hegy tetején, „közönséges" fazékban nem lehet puhára főzni. Magyarázd meg, miért! (Öreg marhára ne hivatkozz!)	a b c	F R F
4.	Az alábbi állítások elé írj **I** betűt, ha igaz; **H** betűt ha hamis! a) .... Az egynemű elektromos töltések vonzzák egymást. b) .... A víz a nagy fajhője miatt nagyon jó fűtő- és hűtőközeg. c) .... A felhajtóerő nagysága függ a folyadék feletti levegő nyomásától.	a b c	J F F

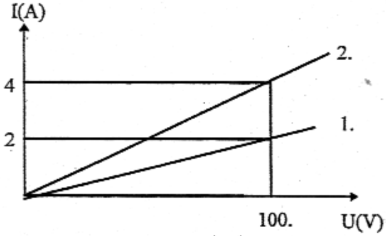
3. melléklet Az osztályok bináris – input – táblázatai

5. Mit nevezünk átlagsebességnek? Fogalmazd meg; írd le a képletét!

a		F
b		F
c		M

6. A) Az ábra két vezető áramerősség-feszültség grafikonját mutatja. Milyen kapcsolat van a két vezető ellenállása között? Miért?

B) Mennyi töltés áramlik a 2. vezetőn 10 perc alatt?



a		T
b		V
c		R
d		T
e		S
f		M

7. Írd be a transzformátor hiányzó adatait! Egészítsd ki a táblázatot! A középső sorba írd be a számításokhoz felhasznált összefüggéseket is!

PRIMER TEKERCS				SZEKUNDER TEKERCS			
Np	Up	Ip	Pp	Nsz	Usz	Isz	Psz
300	12 V			1200			96W

a		T
b		S
c		T
d		S
e		T
f		S
g		T
h		S

8. Egyenes országút adott pontjáról akkor indul el egy gépkocsi, amikor ott egy kerékpáros 18 km/h sebességgel éppen elhalad. A kerékpáros mozgása egyenletes, a gépkocsi gyorsulása 1 m/s^2, mozgásuk iránya megegyezik. Milyen hosszú úton éri utol a gépkocsi a kerékpárost?

a		F
b		T
c		T
d		T
e		S
f		S
g		S

4. melléklet. Az osztályok zárt részhalmaz pár listái – output táblázatok

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIÓ	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
10111101	2,00	,00	2,00	2,00	1,00	,00	,00
10111103	,00	4,00	3,00	,00	,00	,00	,00
10111104	2,00	1,00	3,00	,00	1,00	1,00	1,00
10111105	2,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
10111106	2,00	,00	2,00	2,00	1,00	,00	,00
10111109	2,00	,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00
10111110	,00	,00	,00	,00	1,00	,00	,00
10111111	2,00	,00	2,00	,00	1,00	,00	,00
10111112	,00	2,00	3,00	2,00	1,00	1,00	2,00
10111113	,00	2,00	3,00	2,00	,00	,00	,00
10111114	2,00	,00	2,00	,00	2,00	1,00	,00
10111116	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
10111117	,00	3,00	4,00	3,00	,00	1,00	1,00
10111118	,00	2,00	1,00	2,00	,00	,00	,00
10111119	,00	2,00	,00	2,00	,00	,00	,00
Összesen	,93	1,07	1,87	1,20	,60	,27	,27

72. táblázat. 1. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIÓ	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
20111101	2,00	3,00	,00	1,00	,00	,00	,00
20111102	,00	4,00	,00	,00	,00	,00	,00
20111103	2,00	1,00	,00	,00	,00	,00	,00
20111104	,00	3,00	,00	,00	,00	,00	,00
20111105	2,00	1,00	1,00	,00	,00	,00	,00
20111106	,00	3,00	,00	1,00	,00	,00	,00
20111107	2,00	3,00	1,00	,00	,00	,00	,00
20111108	,00	1,00	,00	,00	1,00	,00	1,00
20111109	2,00	3,00	,00	,00	,00	,00	,00
20111110	,00	3,00	,00	,00	,00	,00	,00
20111111	,00	2,00	,00	,00	,00	,00	,00
20111112	2,00	3,00	,00	1,00	,00	,00	,00
20111113	2,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00	,00
20111114	2,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00	,00
20111115	,00	2,00	,00	1,00	1,00	,00	1,00
20111116	2,00	3,00	,00	,00	,00	,00	,00
Összesen	1,13	2,44	,25	,38	,13	,00	,13

73. táblázat. 2. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIÓ	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
30111101	2,00	2,00	3,00	2,00	1,00	,00	,00
30111102	2,00	2,00	3,00	3,00	1,00	,00	,00
30111103	2,00	6,00	4,00	2,00	,00	,00	1,00
30111104	2,00	6,00	4,00	4,00	1,00	2,00	2,00
30111105	2,00	6,00	3,00	3,00	,00	,00	1,00
30111106	,00	1,00	3,00	1,00	,00	,00	,00
30111107	2,00	2,00	2,00	1,00	,00	,00	,00
30111108	2,00	3,00	3,00	,00	,00	,00	,00
30111109	2,00	6,00	4,00	2,00	1,00	1,00	1,00
Összesen	1,78	3,78	3,22	2,00	,44	,33	,56

74. táblázat. 3. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
40211101	,00	,00	1,00	4,00	2,00	1,00	2,00
40211102	2,00	,00	,00	3,00	,00	,00	,00
40211103	,00	,00	1,00	3,00	1,00	1,00	2,00
40211104	2,00	,00	1,00	4,00	2,00	3,00	5,00
40211105	,00	,00	,00	3,00	1,00	1,00	3,00
40211106	2,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00	3,00
40211107	,00	,00	1,00	2,00	2,00	2,00	1,00
40211108	,00	,00	,00	2,00	1,00	1,00	3,00
40211109	2,00	,00	1,00	3,00	1,00	1,00	4,00
40211110	,00	,00	,00	1,00	1,00	1,00	3,00
40211111	,00	,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3,00
40211112	,00	,00	,00	1,00	1,00	,00	2,00
40211113	,00	,00	1,00	4,00	2,00	1,00	4,00
40211115	,00	,00	,00	,00	1,00	1,00	2,00
40211116	,00	,00	1,00	3,00	2,00	1,00	4,00
40211117	,00	,00	,00	3,00	1,00	,00	3,00
40211118	2,00	,00	,00	2,00	,00	,00	,00
40211119	,00	,00	,00	5,00	2,00	2,00	4,00
40211120	,00	,00	,00	4,00	1,00	,00	,00
40211121	,00	,00	,00	4,00	2,00	1,00	3,00
40211123	,00	,00	1,00	3,00	2,00	2,00	4,00
40211124	,00	,00	1,00	4,00	1,00	1,00	3,00
Összesen	,45	,00	,50	2,68	1,27	1,00	2,64

75. táblázat. 4. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
50111101	,00	3,00	,00	2,00	,00	,00	,00
50111102	,00	2,00	1,00	2,00	,00	,00	,00
50111103	,00	,00	,00	2,00	1,00	,00	,00
50111104	,00	1,00	,00	1,00	2,00	,00	,00
50111105	2,00	2,00	4,00	2,00	1,00	,00	1,00
50111106	,00	2,00	,00	,00	1,00	,00	,00
50111107	,00	,00	,00	2,00	1,00	,00	1,00
50111108	,00	1,00	,00	1,00	1,00	,00	,00
50111109	,00	2,00	,00	1,00	,00	,00	1,00
Összesen	,22	1,44	,56	1,44	,78	,00	,33

76. táblázat. 5. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
60111101	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	,00	1,00
60111102	2,00	1,00	3,00	3,00	1,00	,00	1,00
60111103	,00	3,00	3,00	2,00	2,00	1,00	2,00
60111104	,00	3,00	2,00	1,00	,00	,00	,00
60111105	2,00	,00	1,00	1,00	1,00	,00	1,00
60111106	2,00	3,00	4,00	2,00	2,00	1,00	2,00
60111107	,00	2,00	,00	2,00	,00	,00	,00
60111108	,00	,00	,00	1,00	1,00	,00	,00
60111109	2,00	3,00	3,00	1,00	2,00	1,00	1,00
60111110	2,00	4,00	3,00	2,00	1,00	,00	1,00
60111111	2,00	2,00	3,00	2,00	,00	,00	,00
60111112	,00	1,00	1,00	2,00	2,00	,00	,00
60111113	,00	1,00	,00	,00	1,00	,00	,00
60111114	2,00	4,00	3,00	,00	,00	,00	1,00
60111115	,00	2,00	1,00	,00	2,00	,00	,00
60111116	,00	2,00	1,00	3,00	2,00	,00	,00
60111117	,00	3,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00
60111118	,00	2,00	1,00	2,00	2,00	,00	,00
60111119	,00	3,00	2,00	,00	1,00	2,00	3,00
60111120	2,00	3,00	4,00	4,00	2,00	2,00	2,00
60111121	2,00	3,00	3,00	1,00	2,00	2,00	2,00
60111122	2,00	2,00	5,00	1,00	2,00	1,00	2,00
60111123	,00	2,00	,00	,00	,00	,00	,00
60111124	2,00	2,00	5,00	4,00	1,00	1,00	2,00
60111125	2,00	3,00	4,00	2,00	2,00	1,00	2,00
60111126	,00	,00	,00	2,00	1,00	,00	,00
60111127	,00	,00	1,00	,00	1,00	,00	,00
Összesen	,96	2,07	2,07	1,48	1,26	,44	,85

77. táblázat. 6. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
70111101	2,00	4,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00
70111102	2,00	2,00	3,00	1,00	,00	,00	,00
70111103	2,00	5,00	5,00	3,00	1,00	2,00	3,00
70111104	2,00	4,00	4,00	4,00	2,00	2,00	2,00
70111105	2,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
70111106	2,00	3,00	1,00	2,00	1,00	1,00	1,00
70111108	2,00	4,00	5,00	4,00	2,00	2,00	3,00
70111109	2,00	3,00	4,00	2,00	2,00	1,00	4,00
70111110	2,00	3,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00
70111111	2,00	3,00	3,00	4,00	1,00	2,00	3,00
70111112	2,00	5,00	5,00	3,00	2,00	2,00	4,00
70111113	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
70111114	2,00	5,00	5,00	3,00	2,00	2,00	5,00
70111115	2,00	3,00	4,00	3,00	1,00	2,00	3,00
70111116	2,00	4,00	1,00	2,00	2,00	1,00	3,00
Összesen	1,87	3,20	2,93	2,20	1,20	1,20	2,20

78. táblázat. 7. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
70112101	2,00	3,00	4,00	4,00	2,00	1,00	3,00
70112102	,00	5,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00
70112103	2,00	4,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00
70112104	2,00	4,00	,00	2,00	2,00	,00	,00
70112105	2,00	,00	1,00	,00	1,00	,00	,00
70112106	2,00	,00	1,00	,00	1,00	,00	,00
70112107	2,00	,00	1,00	,00	1,00	,00	,00
70112108	2,00	5,00	,00	1,00	1,00	2,00	2,00
70112109	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00
70112111	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00	2,00	2,00
70112112	2,00	3,00	4,00	1,00	1,00	1,00	2,00
70112114	2,00	5,00	3,00	2,00	1,00	2,00	2,00
70112115	2,00	4,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00
70112116	2,00	4,00	,00	1,00	1,00	,00	,00
70112117	2,00	3,00	3,00	1,00	2,00	1,00	4,00
70112118	2,00	5,00	3,00	1,00	1,00	2,00	2,00
70112119	2,00	4,00	,00	,00	1,00	,00	1,00
Összesen	1,88	3,12	1,71	1,06	1,24	,76	1,18

79. táblázat. 8. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
80111101	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	1,00	1,00
80111102	,00	3,00	3,00	1,00	1,00	2,00	2,00
80111103	2,00	3,00	5,00	4,00	2,00	1,00	2,00
80111104	2,00	4,00	4,00	2,00	2,00	1,00	2,00
80111105	,00	1,00	,00	2,00	,00	1,00	,00
80111106	2,00	5,00	6,00	1,00	2,00	2,00	3,00
80111107	,00	3,00	1,00	3,00	2,00	1,00	,00
80111108	2,00	5,00	5,00	1,00	3,00	2,00	3,00
80111109	2,00	3,00	2,00	3,00	4,00	2,00	3,00
80111111	,00	4,00	3,00	1,00	,00	,00	,00
80111112	1,00	3,00	3,00	,00	2,00	,00	2,00
80111113	2,00	1,00	4,00	2,00	2,00	2,00	3,00
80111114	2,00	2,00	4,00	1,00	1,00	1,00	2,00
80111115	,00	4,00	,00	1,00	,00	,00	,00
80111116	2,00	2,00	4,00	2,00	2,00	1,00	3,00
80111117	2,00	2,00	4,00	,00	1,00	2,00	2,00
80111118	2,00	6,00	5,00	2,00	2,00	1,00	4,00
80111119	,00	2,00	2,00	4,00	1,00	,00	1,00
80111120	,00	4,00	4,00	2,00	1,00	2,00	3,00
Összesen	1,21	3,11	3,26	1,79	1,58	1,16	1,89

80. táblázat. 9. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
90111101	2,00	6,00	3,00	4,00	2,00	2,00	2,00
90111103	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	2,00	2,00
90111104	2,00	4,00	4,00	4,00	2,00	2,00	2,00
90111105	,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	1,00
90111106	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	1,00
90111107	,00	3,00	3,00	,00	1,00	,00	,00
90111108	2,00	4,00	1,00	1,00	2,00	1,00	2,00
90111109	2,00	6,00	4,00	5,00	2,00	2,00	2,00
90111110	,00	4,00	2,00	,00	1,00	,00	,00
90111111	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	1,00
90111113	2,00	5,00	4,00	5,00	2,00	2,00	2,00
90111115	2,00	3,00	4,00	1,00	,00	,00	,00
90111116	2,00	1,00	2,00	,00	2,00	,00	1,00
90111117	2,00	4,00	3,00	2,00	2,00	,00	1,00
90111118	,00	4,00	3,00	1,00	,00	,00	,00
90111119	,00	2,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00
90111120	,00	2,00	3,00	3,00	1,00	,00	,00
90111121	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	1,00
90111122	2,00	4,00	3,00	,00	2,00	,00	,00
90111123	,00	4,00	3,00	2,00	2,00	1,00	1,00
90111124	,00	4,00	2,00	1,00	1,00	,00	,00
90111125	2,00	5,00	4,00	4,00	2,00	2,00	2,00
Összesen	1,27	4,09	3,23	2,23	1,59	,82	,95

81. táblázat. 10. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
90112101	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	1,00	2,00
90112102	2,00	3,00	5,00	3,00	2,00	2,00	3,00
90112104	,00	2,00	4,00	,00	2,00	1,00	3,00
90112105	,00	1,00	3,00	4,00	,00	1,00	,00
90112106	2,00	5,00	4,00	2,00	2,00	1,00	3,00
90112107	2,00	4,00	3,00	1,00	,00	,00	1,00
90112109	,00	3,00	2,00	1,00	,00	,00	1,00
90112110	2,00	6,00	5,00	4,00	,00	1,00	1,00
90112111	2,00	5,00	5,00	2,00	2,00	2,00	4,00
90112113	,00	5,00	4,00	3,00	1,00	1,00	1,00
90112114	2,00	3,00	5,00	,00	2,00	1,00	3,00
90112116	,00	2,00	2,00	3,00	1,00	1,00	2,00
90112117	,00	5,00	3,00	4,00	1,00	1,00	,00
90112118	,00	3,00	,00	2,00	,00	,00	,00
90112119	,00	1,00	3,00	4,00	,00	1,00	1,00
90112121	,00	2,00	5,00	,00	2,00	1,00	3,00
90112122	,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00	1,00
90112123	2,00	6,00	4,00	4,00	,00	1,00	2,00
90112125	2,00	5,00	4,00	2,00	1,00	2,00	3,00
90112126	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	1,00	3,00
90112127	2,00	5,00	4,00	2,00	1,00	1,00	3,00
90112128	2,00	3,00	3,00	4,00	2,00	1,00	2,00
Összesen	1,09	3,59	3,50	2,36	1,09	1,00	1,91

82. táblázat. 11. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
100111101	2,00	5,00	3,00	1,00	2,00	1,00	1,00
100111102	2,00	1,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00
100111103	2,00	6,00	4,00	1,00	1,00	1,00	1,00
100111104	2,00	6,00	3,00	1,00	2,00	2,00	2,00
100111105	2,00	6,00	5,00	3,00	2,00	2,00	3,00
100111106	2,00	4,00	5,00	1,00	1,00	2,00	2,00
100111107	2,00	3,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00
100111108	2,00	6,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
100111109	2,00	6,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
100111110	2,00	6,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
100111111	2,00	5,00	4,00	2,00	2,00	1,00	2,00
100111112	,00	2,00	1,00	3,00	1,00	,00	,00
100111113	2,00	4,00	5,00	1,00	2,00	2,00	3,00
100111114	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00
100111115	2,00	5,00	3,00	,00	,00	,00	,00
100111116	2,00	3,00	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00
100111117	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	3,00
100111118	2,00	6,00	4,00	2,00	2,00	2,00	2,00
100111119	,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00
100111120	2,00	5,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
Összesen	1,80	4,30	3,45	1,75	1,65	1,55	1,95

83. táblázat. 12. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110111101	2,00	5,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110111102	2,00	3,00	3,00	4,00	1,00	2,00	3,00
110111103	2,00	3,00	2,00	5,00	2,00	2,00	3,00
110111104	2,00	5,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110111105	2,00	5,00	4,00	2,00	1,00	1,00	2,00
110111106	2,00	5,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110111107	,00	5,00	4,00	1,00	2,00	1,00	3,00
110111108	,00	5,00	3,00	1,00	2,00	1,00	1,00
110111109	,00	2,00	2,00	,00	2,00	1,00	2,00
110111110	2,00	6,00	4,00	1,00	2,00	1,00	2,00
110111111	,00	1,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110111112	2,00	4,00	2,00	,00	2,00	2,00	2,00
110111113	2,00	6,00	4,00	,00	2,00	1,00	1,00
110111114	,00	2,00	2,00	3,00	1,00	1,00	1,00
110111115	2,00	1,00	,00	,00	2,00	1,00	1,00
110111116	2,00	4,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
110111117	,00	2,00	1,00	,00	2,00	1,00	2,00
110111118	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00	,00	1,00
110111119	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
110111120	2,00	2,00	2,00	,00	1,00	1,00	1,00
110111121	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00
110111122	2,00	2,00	3,00	2,00	,00	1,00	1,00
110111123	2,00	4,00	4,00	1,00	1,00	1,00	2,00
Összesen	1,48	3,35	2,39	1,74	1,70	1,35	1,78

84. táblázat. 13. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110112101	2,00	4,00	3,00	,00	2,00	,00	1,00
110112102	,00	1,00	,00	,00	,00	,00	,00
110112103	,00	,00	1,00	,00	1,00	,00	,00
110112105	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110112106	,00	2,00	1,00	1,00	1,00	,00	1,00
110112107	2,00	,00	3,00	,00	,00	,00	,00
110112108	,00	3,00	2,00	1,00	2,00	,00	2,00
110112109	2,00	2,00	2,00	,00	,00	,00	,00
110112111	2,00	1,00	1,00	2,00	,00	,00	,00
110112112	2,00	3,00	2,00	1,00	3,00	,00	1,00
110112113	2,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00	,00
110112114	2,00	1,00	2,00	,00	,00	,00	,00
110112115	,00	1,00	2,00	,00	1,00	,00	,00
Összesen	1,08	1,62	1,54	,46	,77	,00	,38

85. táblázat. 14. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110113101	2,00	2,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
110113102	2,00	2,00	1,00	1,00	2,00	1,00	2,00
110113103	,00	3,00	,00	1,00	1,00	,00	,00
110113104	1,00	1,00	2,00	,00	,00	,00	2,00
110113106	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110113107	,00	1,00	,00	,00	2,00	1,00	,00
110113108	,00	2,00	,00	,00	1,00	,00	,00
110113109	,00	1,00	2,00	,00	1,00	,00	2,00
110113112	,00	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00
110113113	2,00	2,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
110113114	,00	3,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00
110113115	,00	4,00	2,00	1,00	,00	,00	,00
110113117	2,00	2,00	1,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110113120	,00	,00	,00	1,00	2,00	1,00	1,00
110113121	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00
110113122	,00	3,00	1,00	2,00	1,00	1,00	2,00
110113123	,00	2,00	1,00	3,00	1,00	,00	1,00
110113124	2,00	2,00	,00	2,00	2,00	2,00	1,00
Összesen	,83	2,00	1,11	1,22	1,28	,83	1,11

86. táblázat. 15. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110115101	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
110115102	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115104	2,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
110115105	,00	1,00	1,00	,00	,00	,00	,00
110115106	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115109	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115110	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115112	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115113	2,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115114	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115115	2,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110115116	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
110115117	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
Összesen	,46	7,69E-02	7,69E-02	,23	,00	,00	,00

87. táblázat. 16. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110311101	2,00	4,00	5,00	3,00	2,00	1,00	2,00
110311102	,00	2,00	1,00	1,00	1,00	,00	,00
110311103	2,00	1,00	5,00	2,00	2,00	2,00	2,00
110311105	,00	2,00	4,00	1,00	2,00	,00	2,00
110311106	2,00	3,00	1,00	,00	3,00	3,00	3,00
110311108	,00	2,00	3,00	2,00	,00	,00	,00
110311109	2,00	2,00	5,00	1,00	1,00	2,00	2,00
110311110	,00	2,00	2,00	2,00	,00	,00	,00
110311111	,00	2,00	4,00	,00	2,00	,00	2,00
110311112	,00	1,00	3,00	3,00	1,00	1,00	2,00
110311113	2,00	5,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
110311114	,00	2,00	1,00	2,00	1,00	,00	1,00
110311115	2,00	5,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
110311116	,00	3,00	4,00	3,00	1,00	,00	1,00
110311117	,00	1,00	3,00	3,00	1,00	,00	1,00
110311118	2,00	5,00	5,00	2,00	2,00	2,00	3,00
110311119	,00	3,00	2,00	1,00	2,00	,00	1,00
110311120	,00	,00	2,00	1,00	1,00	,00	,00
110311122	,00	2,00	2,00	2,00	1,00	,00	,00
110311123	,00	2,00	2,00	2,00	,00	,00	,00
110311124	,00	1,00	3,00	2,00	2,00	1,00	2,00
110311125	,00	3,00	2,00	1,00	3,00	2,00	3,00
110311126	,00	3,00	1,00	,00	3,00	2,00	3,00
Összesen	,61	2,43	3,04	1,65	1,52	,87	1,57

88. táblázat. 17. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110411101	2,00	5,00	5,00	5,00	2,00	2,00	3,00
110411102	2,00	4,00	2,00	1,00	1,00	2,00	2,00
110411103	2,00	3,00	,00	4,00	1,00	2,00	2,00
110411104	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	,00	,00
110411105	2,00	1,00	4,00	4,00	2,00	2,00	2,00
110411106	2,00	3,00	2,00	4,00	,00	1,00	1,00
110411107	2,00	2,00	,00	2,00	2,00	2,00	3,00
110411108	2,00	,00	1,00	3,00	1,00	,00	,00
110411109	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	,00	1,00
110411110	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	2,00	3,00
110411111	2,00	4,00	4,00	2,00	,00	,00	,00
110411113	2,00	3,00	3,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110411114	2,00	2,00	,00	1,00	2,00	,00	,00
110411115	2,00	5,00	4,00	3,00	2,00	2,00	1,00
110411116	2,00	,00	1,00	2,00	1,00	,00	,00
110411117	2,00	3,00	,00	4,00	1,00	2,00	2,00
110411118	2,00	,00	1,00	3,00	,00	,00	,00
110411119	2,00	3,00	4,00	2,00	2,00	2,00	2,00
110411120	2,00	2,00	2,00	3,00	1,00	1,00	1,00
110411121	2,00	2,00	1,00	,00	2,00	1,00	2,00
110411122	2,00	,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00
110411123	2,00	5,00	5,00	4,00	2,00	1,00	2,00
110411124	,00	,00	1,00	4,00	,00	1,00	1,00
110411125	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	2,00
110411126	,00	2,00	1,00	2,00	2,00	1,00	,00
110411127	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	3,00
Összesen	1,85	2,27	2,12	2,69	1,38	1,19	1,38

89. táblázat. 18. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110711101	,00	,00	1,00	2,00	1,00	2,00	3,00
110711102	2,00	4,00	4,00	1,00	1,00	2,00	3,00
110711103	,00	,00	,00	3,00	,00	1,00	1,00
110711104	2,00	,00	,00	3,00	,00	1,00	1,00
110711105	,00	,00	1,00	2,00	,00	1,00	2,00
110711106	2,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
110711107	,00	2,00	1,00	3,00	1,00	1,00	3,00
110711108	,00	,00	,00	,00	,00	1,00	2,00
110711109	,00	,00	,00	,00	1,00	1,00	2,00
110711110	,00	1,00	,00	2,00	1,00	2,00	2,00
110711111	,00	,00	,00	3,00	1,00	2,00	3,00
110711112	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
110711114	,00	,00	,00	3,00	1,00	2,00	3,00
110711115	,00	,00	,00	4,00	2,00	2,00	4,00
110711116	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
110711117	,00	,00	,00	3,00	,00	2,00	1,00
110711119	,00	,00	,00	2,00	2,00	1,00	2,00
110711120	,00	,00	,00	,00	,00	1,00	1,00
110711121	,00	,00	,00	,00	,00	,00	1,00
110711122	2,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
110711123	,00	,00	,00	,00	1,00	2,00	2,00
110711124	2,00	,00	,00	,00	,00	,00	1,00
110711125	2,00	4,00	4,00	1,00	1,00	2,00	3,00
110711126	,00	,00	,00	,00	,00	1,00	2,00
110711127	,00	,00	1,00	,00	,00	1,00	2,00
110711128	,00	,00	,00	2,00	1,00	,00	2,00
110711129	2,00	1,00	1,00	2,00	1,00	1,00	3,00
110711130	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	2,00
110711132	2,00	1,00	1,00	2,00	1,00	1,00	3,00
110711133	,00	2,00	1,00	3,00	1,00	2,00	4,00
Összesen	,53	,50	,50	1,50	,57	1,13	1,97

90. táblázat. 19. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
110712101	,00	,00	1,00	5,00	1,00	2,00	3,00
110712102	,00	,00	,00	2,00	1,00	1,00	3,00
110712105	,00	,00	1,00	3,00	,00	,00	2,00
110712106	,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00
110712107	,00	,00	,00	3,00	,00	1,00	3,00
110712108	,00	,00	,00	2,00	,00	1,00	1,00
110712110	,00	2,00	4,00	4,00	1,00	,00	2,00
110712111	,00	4,00	3,00	1,00	1,00	2,00	3,00
110712112	,00	,00	,00	3,00	1,00	2,00	4,00
110712113	,00	1,00	1,00	6,00	,00	,00	2,00
110712114	,00	,00	1,00	2,00	,00	,00	2,00
110712115	,00	,00	,00	3,00	,00	,00	3,00
110712116	,00	2,00	3,00	5,00	,00	1,00	3,00
110712117	,00	,00	,00	,00	,00	,00	1,00
110712118	,00	,00	1,00	3,00	,00	1,00	2,00
110712119	,00	3,00	4,00	3,00	1,00	2,00	2,00
110712120	,00	,00	,00	2,00	,00	1,00	1,00
110712121	,00	,00	,00	2,00	,00	,00	,00
110712122	,00	,00	1,00	2,00	,00	,00	2,00
110712123	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
110712124	,00	2,00	,00	1,00	,00	1,00	3,00
110712125	,00	2,00	1,00	3,00	1,00	2,00	4,00
110712126	,00	2,00	2,00	6,00	,00	,00	2,00
110712127	,00	,00	1,00	1,00	1,00	2,00	4,00
110712128	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
110712129	,00	,00	1,00	2,00	,00	,00	2,00
110712130	,00	,00	,00	5,00	,00	,00	1,00
110712131	,00	,00	1,00	2,00	,00	1,00	2,00
Összesen	,00	,75	,96	2,64	,32	,86	2,18

91. táblázat. 20. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
111011101	2,00	4,00	3,00	1,00	1,00	1,00	,00
111011102	2,00	4,00	3,00	1,00	1,00	,00	,00
111011103	2,00	5,00	1,00	2,00	,00	,00	1,00
111011104	2,00	6,00	5,00	2,00	2,00	1,00	2,00
111011105	1,00	4,00	5,00	3,00	1,00	1,00	1,00
111011106	2,00	4,00	4,00	,00	1,00	2,00	3,00
111011107	2,00	3,00	2,00	1,00	2,00	1,00	1,00
111011108	,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
111011109	1,00	4,00	4,00	3,00	2,00	1,00	1,00
111011110	2,00	2,00	2,00	,00	,00	,00	,00
111011111	2,00	3,00	1,00	1,00	,00	1,00	,00
111011112	,00	,00	,00	,00	2,00	,00	,00
111011113	,00	3,00	1,00	1,00	1,00	1,00	,00
111011114	2,00	3,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00
111011115	2,00	6,00	5,00	3,00	1,00	2,00	3,00
111011116	,00	1,00	,00	,00	,00	,00	,00
111011117	2,00	2,00	3,00	,00	1,00	1,00	3,00
111011118	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	,00	,00
111011119	2,00	5,00	4,00	,00	2,00	1,00	1,00
111011120	2,00	4,00	5,00	1,00	,00	,00	,00
111011121	2,00	6,00	5,00	2,00	1,00	2,00	2,00
111011122	,00	3,00	,00	,00	,00	,00	,00
111011123	,00	,00	,00	1,00	1,00	,00	,00
111011124	2,00	5,00	3,00	3,00	2,00	1,00	1,00
111011125	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
Összesen	1,32	3,24	2,52	1,20	1,00	,76	,92

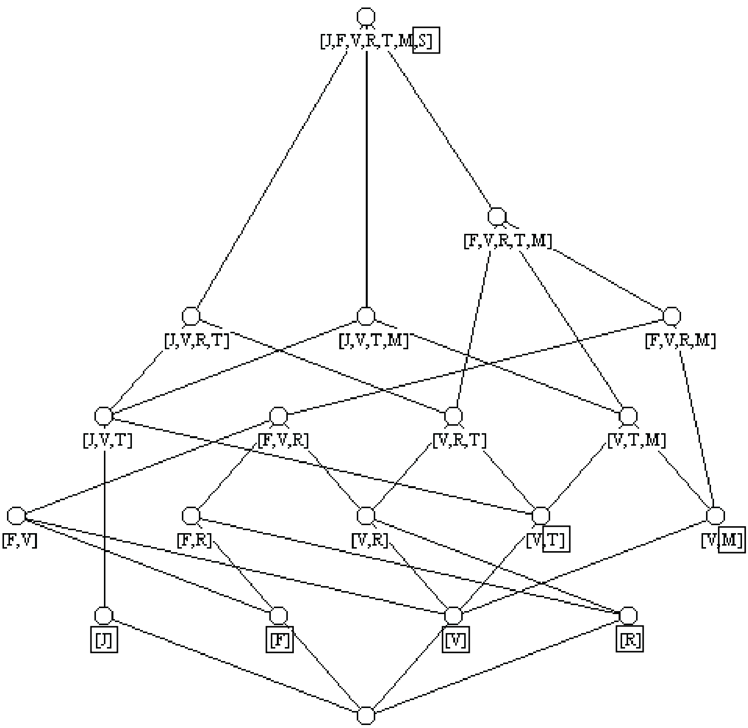
92. táblázat. 21. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
120111102	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
120111103	,00	,00	,00	1,00	1,00	1,00	1,00
120111104	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
120111105	,00	,00	,00	1,00	1,00	,00	,00
120111107	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
120111108	,00	,00	,00	,00	1,00	1,00	3,00
120111109	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	2,00
120111110	,00	,00	,00	2,00	,00	,00	,00
120111111	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	2,00
120111113	,00	,00	,00	2,00	1,00	1,00	3,00
120111114	,00	,00	,00	2,00	,00	,00	,00
120111115	,00	,00	,00	2,00	,00	,00	2,00
120111116	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	2,00
120111119	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	1,00
120111121	2,00	,00	,00	4,00	1,00	1,00	6,00
120111122	,00	,00	,00	3,00	,00	,00	2,00
120111123	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
120111124	2,00	,00	,00	4,00	,00	,00	2,00
120111125	,00	,00	,00	1,00	,00	,00	2,00
Összesen	,21	,00	,00	1,37	,26	,21	1,47

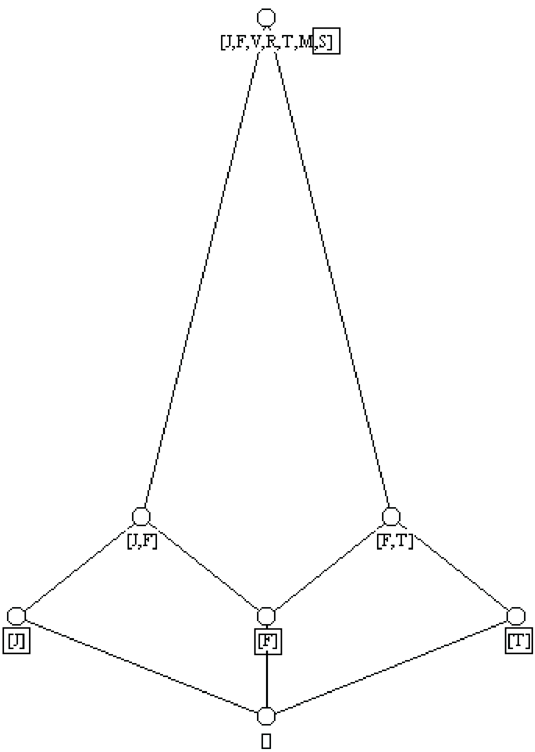
93. táblázat. 22. osztály

AZON	JELENSÉG	FOGALOM	VIZUÁLIS	RELÁCIO	TÖRVÉNY	MENNYISÉG	SZÁMÍTÁS
120112101	,00	,00	,00	,00	,00	1,00	1,00
120112102	2,00	,00	,00	1,00	,00	,00	,00
120112103	2,00	,00	,00	2,00	,00	,00	,00
120112104	,00	,00	,00	,00	,00	,00	,00
120112105	2,00	,00	1,00	2,00	,00	,00	3,00
120112106	,00	,00	,00	2,00	,00	,00	1,00
120112107	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
120112108	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
120112109	,00	,00	,00	2,00	,00	1,00	1,00
120112111	2,00	,00	,00	3,00	,00	,00	3,00
120112112	,00	2,00	,00	,00	,00	,00	,00
120112113	2,00	,00	,00	2,00	,00	1,00	1,00
120112114	2,00	,00	,00	1,00	,00	,00	3,00
120112116	,00	,00	,00	,00	,00	,00	1,00
120112117	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
120112118	2,00	1,00	,00	,00	,00	1,00	1,00
120112119	,00	,00	,00	1,00	,00	1,00	1,00
120112120	,00	1,00	,00	1,00	,00	,00	2,00
120112121	2,00	,00	,00	,00	,00	1,00	1,00
120112122	,00	4,00	3,00	1,00	,00	1,00	3,00
Összesen	,80	,40	,20	1,05	,00	,50	1,25

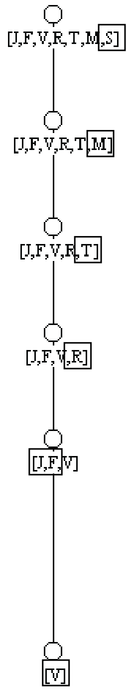
94. táblázat. 23. osztály



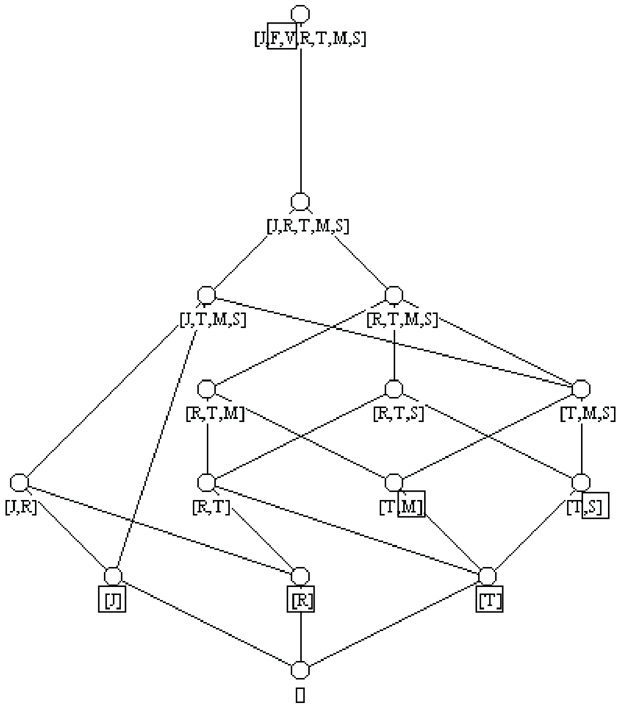
48. ábra. 1. osztály



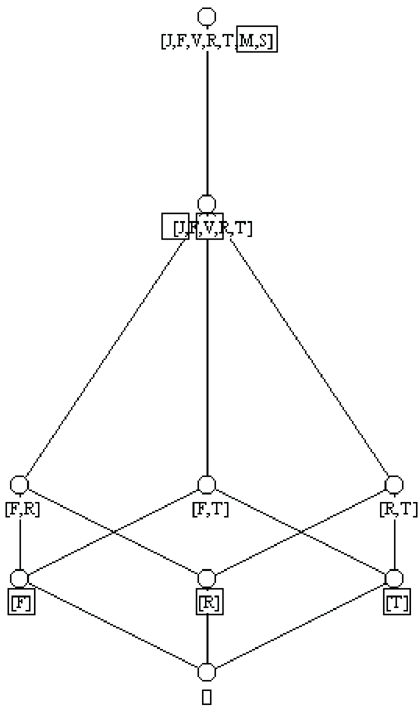
49. ábra. 2. osztály



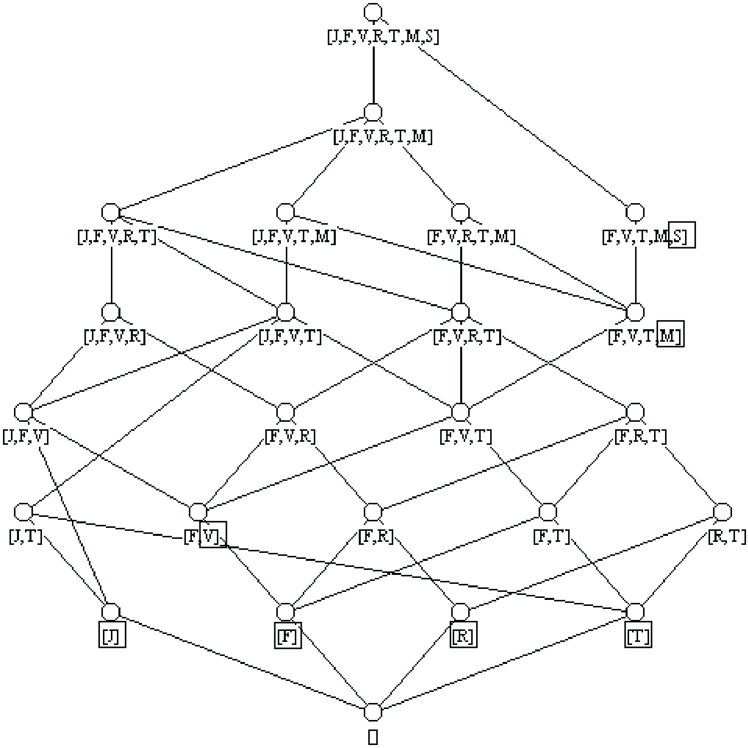
50. ábra. 3. osztály



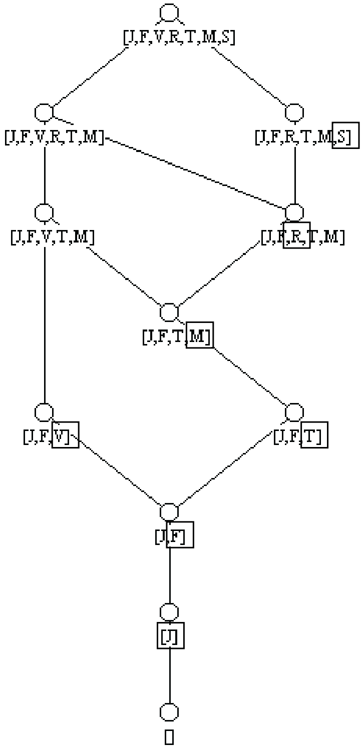
51. ábra. 4. osztály



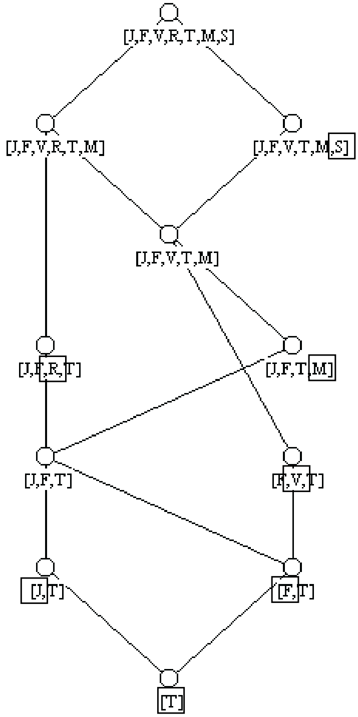
52. ábra. 5. osztály



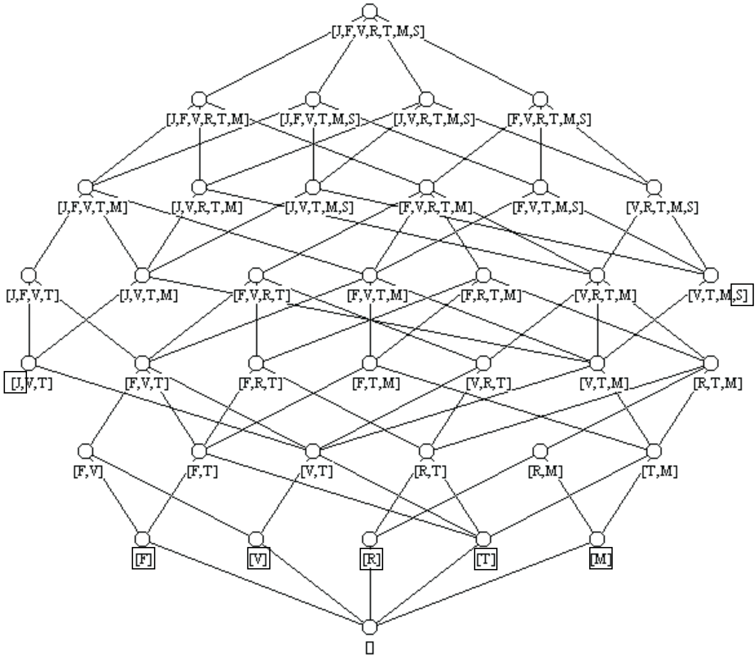
53. ábra. 6. osztály



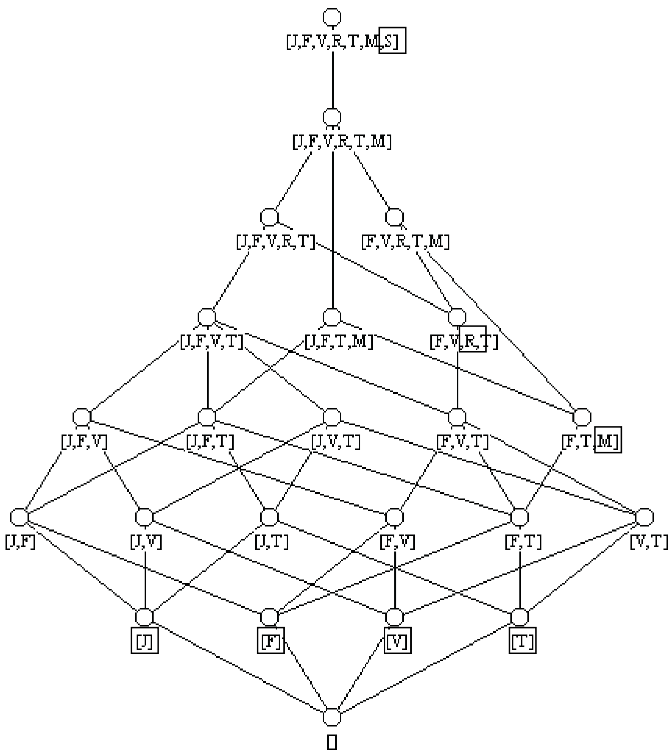
54. ábra. 7. osztály



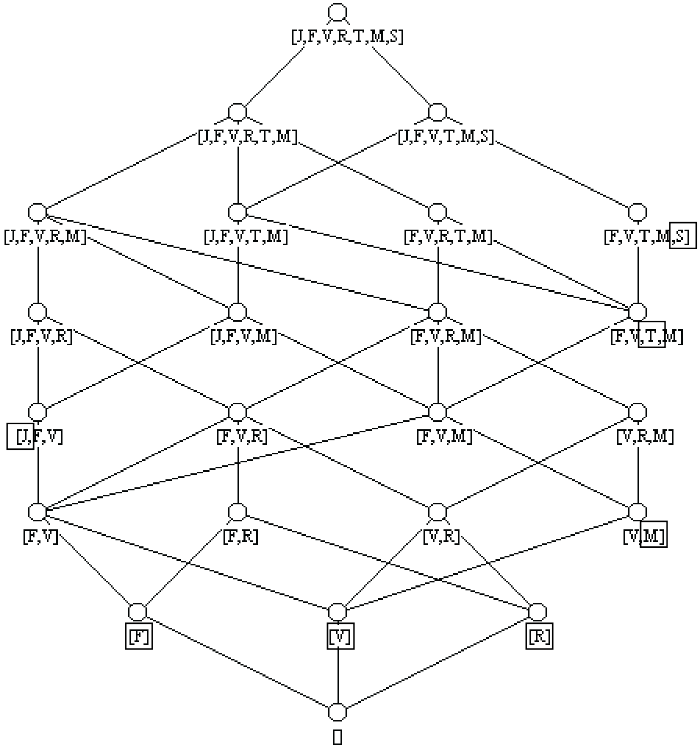
55. ábra. 8. osztály



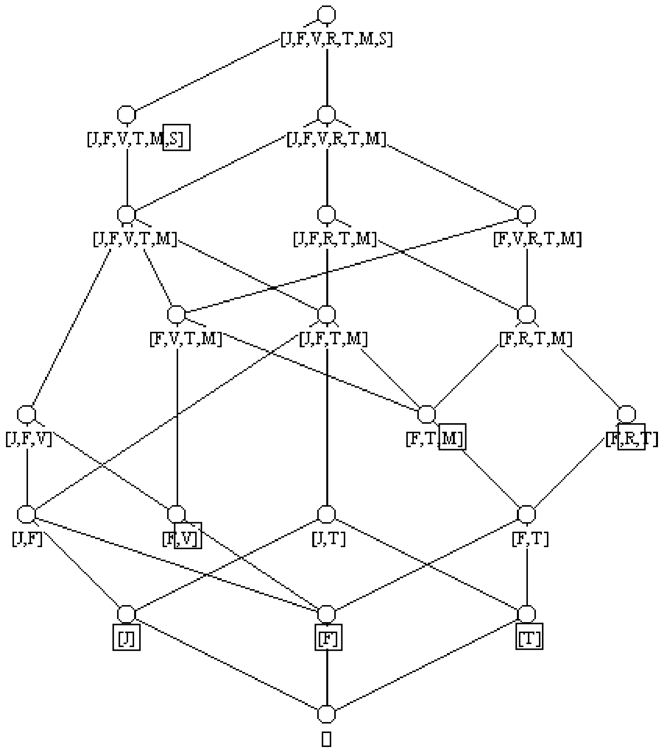
56. ábra. 9. osztály



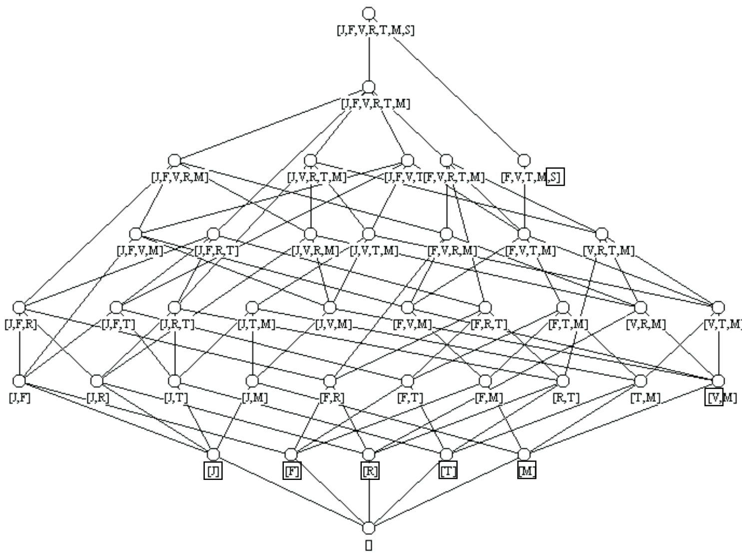
57. ábra. 10. osztály



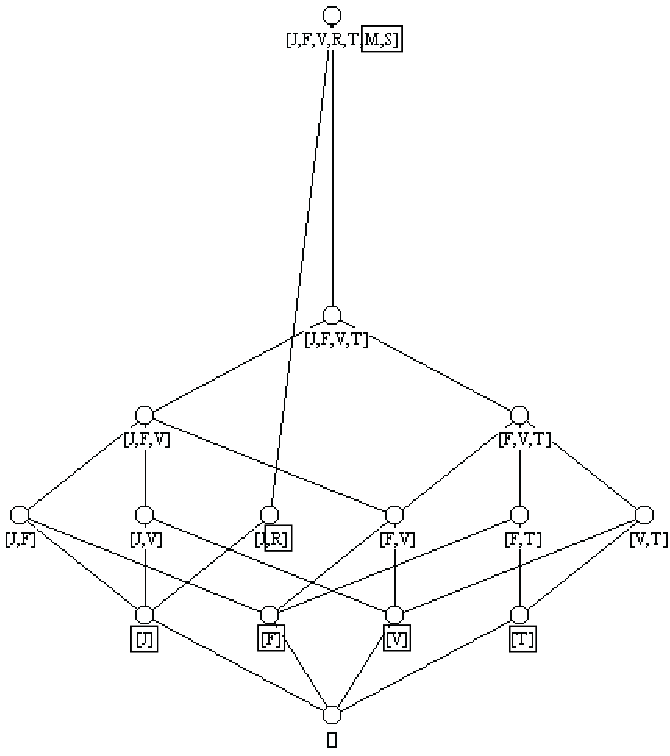
58. ábra. 11. osztály



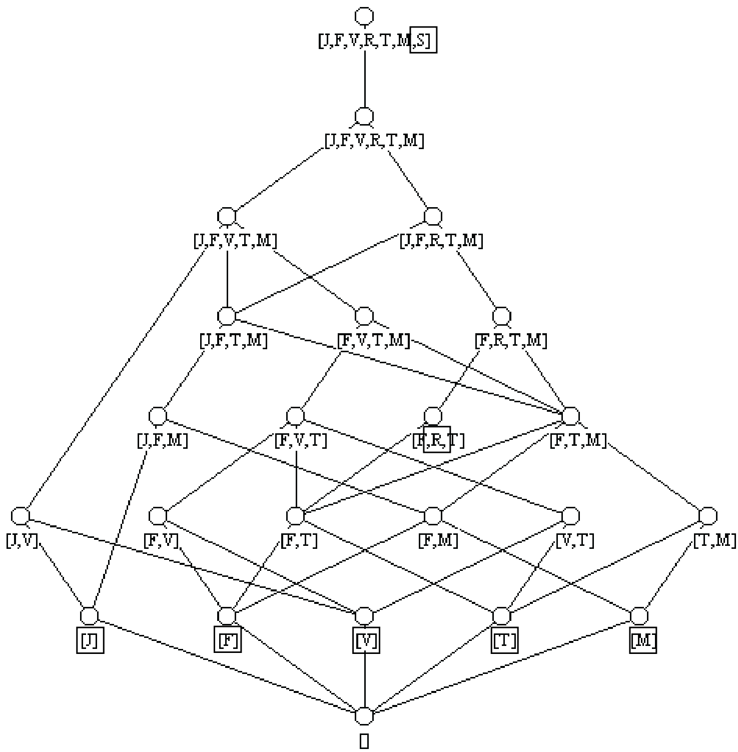
59. ábra. 12. osztály



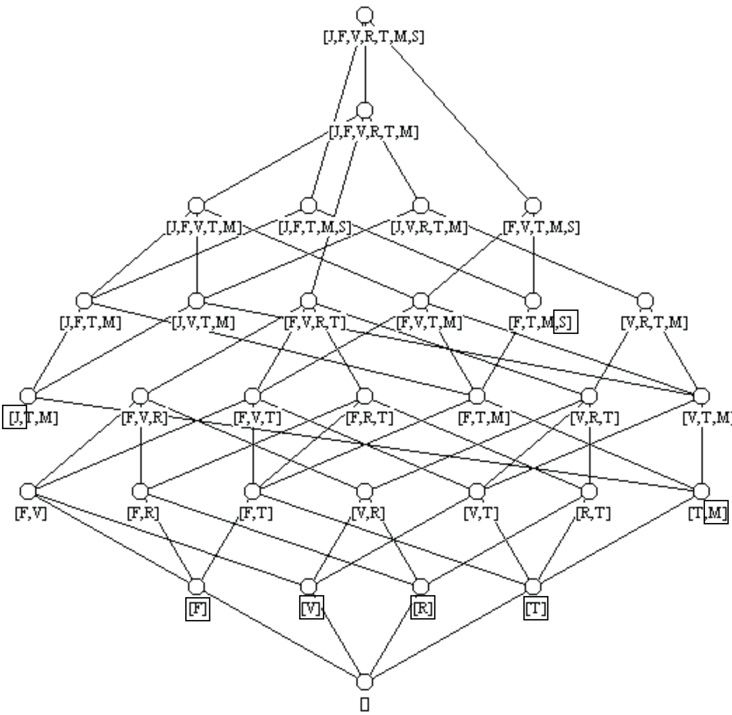
60. ábra. 13. osztály



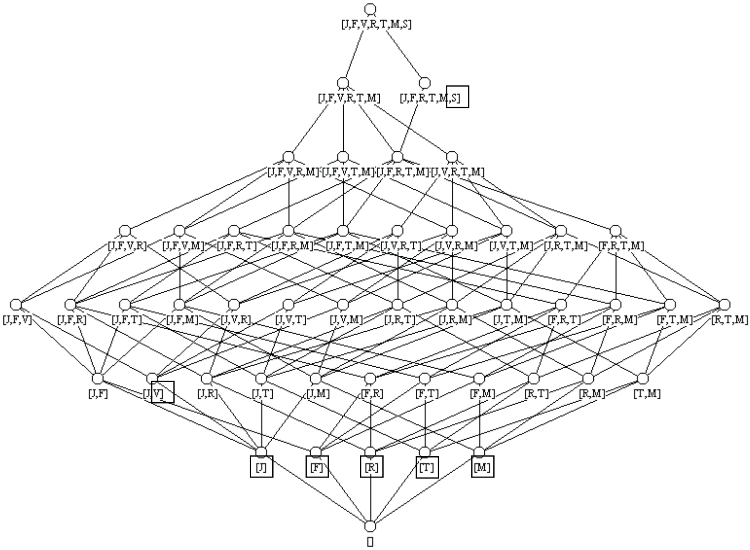
61. ábra. 14. osztály



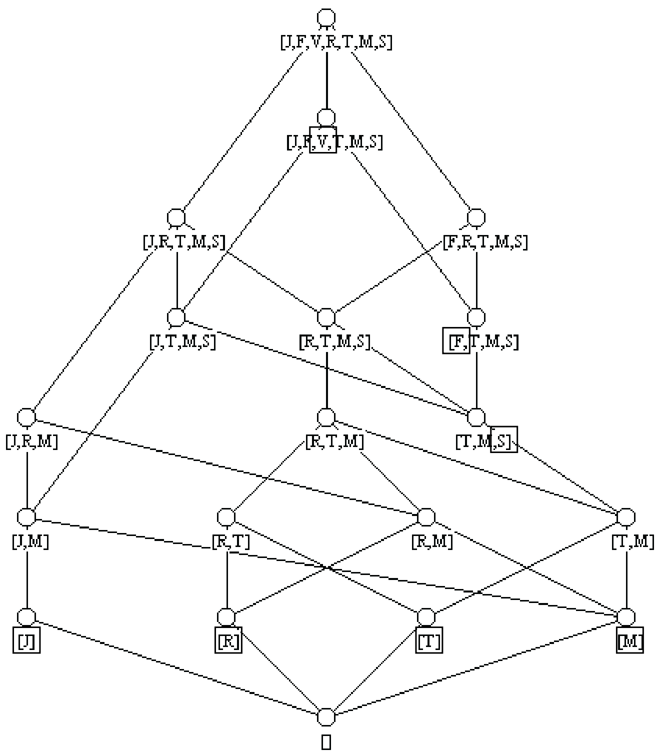
62. ábra. 15. osztály



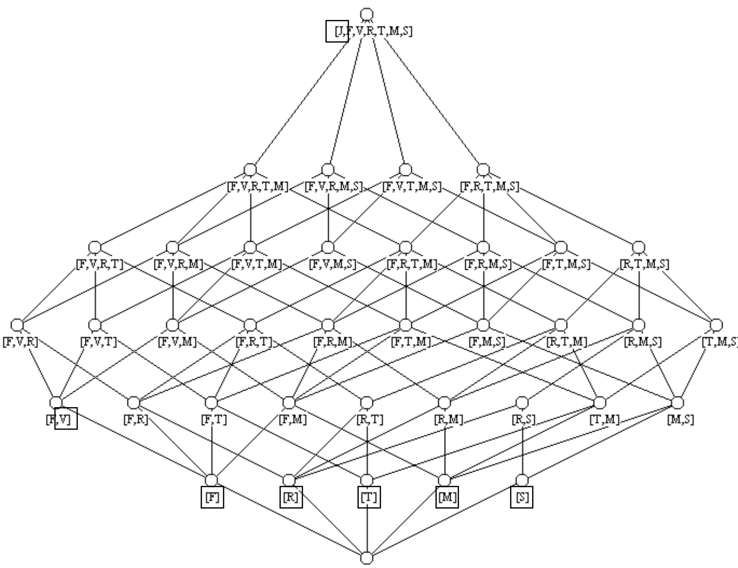
63. ábra. 17. osztály



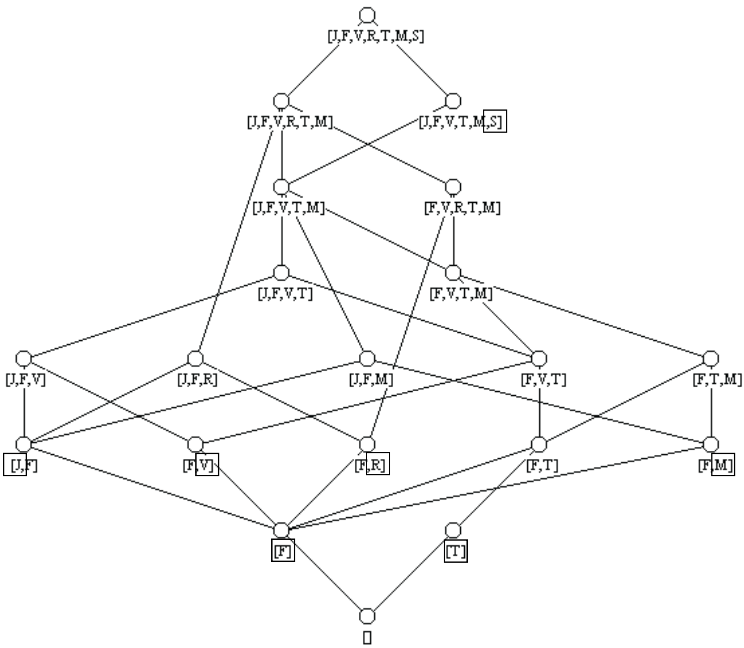
64. ábra. 18. osztály



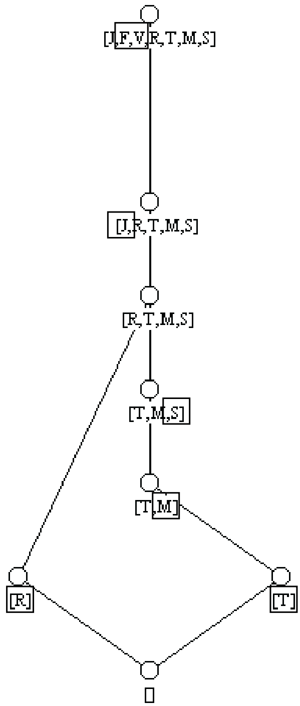
65. ábra. 19. osztály



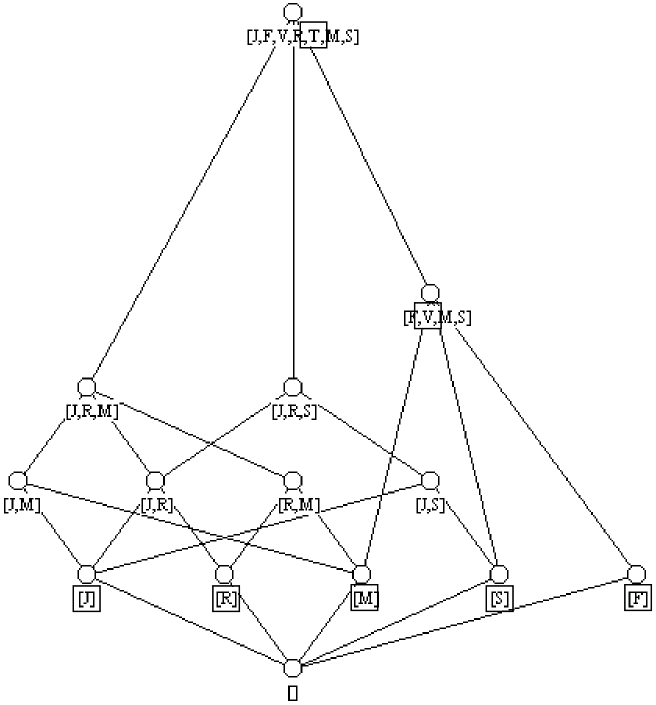
66. ábra. 20. osztály



67. ábra. 21. osztály



68. ábra. 22. osztály



69. ábra. 23. osztály

6. HOGYAN KÉSZÍTSÜNK GALOIS-GRÁFOT?

6.1. ADATBEVITELI MÓDOK

Ha van két adathalmazunk, amelyek elempárjai között fennáll egy bináris reláció, akkor az eljárás alkalmazható. Például 20 tanuló az egyik halmaz, és mindannyiuknak nyolc elemre bontott fizika feladatot kellett megoldani – ez a nyolc feladat elem a másik halmaz. A reláció az elempárok között: „megoldotta” vagy „nem oldotta meg”. Azaz bármelyik tanuló bármelyik elemi feladatot megoldotta vagy nem.

Ezen adatokból kell relációtáblát írni oly módon, hogy az egyik halmaz elemei rendre egy táblázat sorai, a másiké oszlopai lesznek s amely elempárra nézve a reláció fennáll, azon sor és oszlop metszésében lévő helyre 1, ahol nem oda 0 kerül. Ezt a relációtáblát vagy más néven input táblázatot be kell juttatni a számítógépbe. Lehetséges a billentyűzettel begépelni, vagy ha van szkenner (lapolvasó), akkor csak el kell helyezni a táblázatot, automatikusan vihetjük be az adatokat.

Hová kell vinni a gépen belül a bemenő adatokat? Kattintsunk a Programok-ra, majd a Kellékekre, aztán a Jegyzettömbre (Notepad). Nyissuk meg a „galin” nevű fájlt. Ha nem üres, akkor tegyük azzá, akár a korábbiak törlésével, akár más néven való eltevésével. Ide, a galin fájlba kell jutatni az adatokat.

6.2. SZÖGPONTOK MEGKERESÉSE

A megrajzoltatni kívánt gráf szögpontjai az úgynevezett zárt részhalmazpárok lesznek. Ezeket kiszámítja egy program a már bevitt bemenő adatokból. A teendő a következő. Bezárjuk a galin-t, kilépünk a Jegyzettömbből, Kellékekből, Programokból. „nc”, majd enter leütéssel megnyitjuk a Norton Commander-t, ezen belül a GALOIS könyvtárat. Ahol villog a kurzor, oda beírjuk, hogy „foxpro gal”, majd leütjük az enter-t. Másodperceken belül megjelennek a zárt részhalmazpárok. Kilépünk a Foxpro-ból a Quit-re kattintva, majd a Norton Commander-ből is, és behívjuk az előbbi módon a Jegyzettömböt. Azon belül a „galout” nevű fájlt, ahonnan kényelmesen leolvashatók, illetve kinyomtathatók a zárt részhalmazpárok. Ezek lesznek gráfunk szögpontjai.

6.3. GRÁF RAJZOLÁSA SZÁMÍTÓGÉPPEL (˝RTA S A PROGRAMOT K SZ˝TETTE: SZIGETI M`RTON)

BEVEZETŐ

Jelen világunkban egyre nagyobb szerepet kapnak a különböző fejlesztő, újító programok. Ezek kidolgozásához különböző bemeneti, kimeneti adatokra, adathálózatokra, súlyozott csomópontokra, mintavételezett és folyamatos mérésekre van szükség. A megfelelő mutatók képzése, az adatok rendezése, feldolgozása, az eredmények összevetése, értékelése szerves része egy-egy terv elkészítésének. A különböző témájú mérésekhez tartozó új mérőeszközök kidolgozása is az innovátorok feladatköréhez tartozik, így objektívebb, célirányosabb, vizuálisan is élvezetes elemzések hozhatók létre.

A Galois-gráfok készítése egy korszerű matematikai eljáráson alapul. Lényege, hogy bináris (kétértékű) relációtáblázatból – mint adathalmazból – strukturált, hierarchikus formalizmust készít. A kapott hálózat (gráf) mintegy térképet ad az adatok összefüggéseiről, egymástól való függőségeikről és az adatok szerkezetéről. A Galois-gráfok alkotására több algoritmus létezik.

A Galois-gráf alkalmazásának jelentősége nem az adat megjeleníthetőségében rejlik, hanem az adatok újszerű kiértékelési módszereiben – gráfok segítségével. Egy Galois-gráfból olyan következtetések vonhatók le, amelyeknek másfajta megközelítésből még az összefüggéseire sem derül fény. A Galois-gráf elkészítése kézi számítással és rajzolással egyszerű gráfoknál (kis számú bemeneti adatnál) nem nagy feladat, azonban a bonyolult gráfok nemcsak nehezen készíthetők, de ha már előttünk állnak, vizuálisan akkor is nehezen foghatók fel. Egy számítógép (egy arra alkalmas program segítségével) azonban a gráf megrajzolása nélkül is (hálóelméleti számítások segítségével) képes a kiértékelést elkészíteni.

A Galois-gráfok széleskörű elterjedéséhez és alkalmazásához nélkülözhetetlen egy könnyen, gyorsan és hatékonyan kezelhető számítógépes program. Az egyszerűen kezelhető és mégis komplex feladatmegoldást nyújtó program a Galois-gráfok területén mély ismeretanyaggal nem rendelkező felhasználók munkáját is segíti. A programfejlesztés 2000. szeptemberében kezdődött el, és várhatóan hosszas fejlesztőmunka eredményeképpen egy olyan eszköz jut a pedagógusok (és egyéb területen dolgozók) kezébe, amit a számítógéphez csak alapfokon értők is szívesen és könnyen használnak majd.

A program megírását a PTE Tanárképző Intézet megbízásából kezdtem, és az első verzió ez év végén kerül átadásra. A PTE-PMMFK műszaki informatika szakán másodéves vagyok, és a diploma megszerzéséhez szükséges diplomamunkámban is ezt a témakört szeretném feldolgozni. A Galois-gráfokkal 1999-ben kezdtem foglalkozni, miután részt vettem a PTE TKI-en Takács Viola „Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása" című előadássorozatán.

A PROGRAMRÓL

A program bemenetét egy relációtáblázat vagy egy zárt részhalmazpár adja, amit fájlból, vágólapról (pl. Word szövegszerkesztőből kimásolva) vagy közvetlen begépeléssel adhatunk meg. (Ha relációtáblázatot adunk meg, a program ebből generál zárt részhalmazpár listát.) Több forrásformátumot is támogat a program, amit automatikusan felismer, és a megfelelő eljárással értelmezi. A program kimenete egy kép, ami megjelenik a képernyőn is, ahol különböző geometriai transzformációkat (nyújtás, kicsinyítés, nagyítás stb.) és alaki rendezéseket hajthatunk végre, majd az eredmény kinyomtatható, elmenthető vagy beilleszthető (vágólapon keresztül) szövegszerkesztőbe.

Egyelőre a zárt részhalmazokat egy másik program készíti egy relációtáblázat alapján, de a későbbi verziókban ez a programba lesz integrálva, így csupán egy programot kell használni a feladathoz. Amennyiben relációtáblázat van megadva, akkor először a Pozsonyi András – Drommer Bálint-féle Fox Pro alá írt programmal zárt részhalmazpárt kell készíteni. A Galois-gráf-rajzoló program ezután már fogadni tudja a zárt részhalmazpárokat.

Később megoldható lesz az is, hogy előre nyomtatott relációtáblázatokat kitöltve behelyezünk egy számítógéphez kötött szkennerbe (lapolvasóba), és egy gombnyomásra az eredményt (vagyis a táblázatnak megfelelő Galois-gráfot) a számítógép kinyomtatja.

A BEMENETI ADATOK FORMÁTUMA, ADATOK MEGADÁSÁNAK LEHETŐSÉGEI

A program két típusú beviteli formátumot támogat, amit automatikusan felismer. Az egyik a Pozsonyi András – Drommer Bálint féle zárt részhalmazpárok megkeresésére írt program kimeneti formátuma, a másik pedig a Galois-gráf-rajzoló program saját formátuma.

A két formátum szerkezete

Objektumok	Tulajdonságok
1, 5, 7;	6;
2;	1;
3, 5, 6;	8;
4, 8;	10;
5;	2, 6, 8, 9;
5, 6;	8, 9;
5, 6, 8;	9;

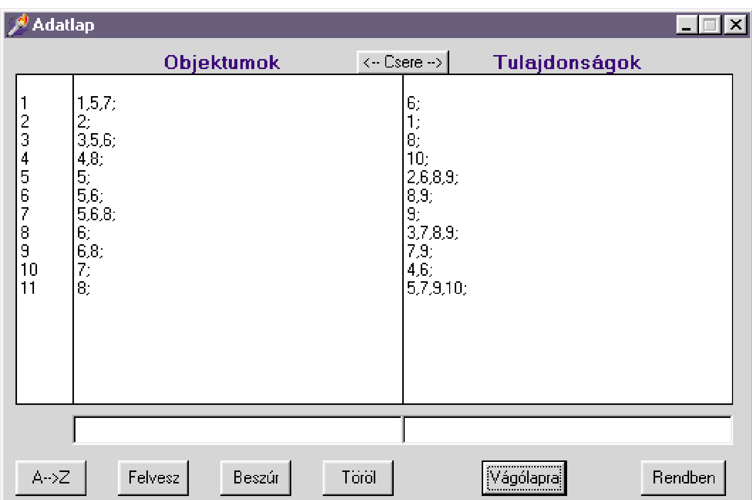
6;	3, 7, 8, 9;
6, 8;	7, 9;
7;	4, 6;
8;	5, 7, 9, 10;
;	;

A Galois-gráf-rajzoló program által használt zárt részhalmazok tárolási formátuma:

Pozsonyi András – Drommer Bálint-féle zárt részhalmazpárok megkeresésére írt program kimeneti formátuma:

```
 1>[  1  5  7 ]:{  6 }
 2>[  2 ]:{  1 }
 3>[  3  5  6 ]:{  8 }
 4>[  4  8 ]:{  10 }
 5>[  5 ]:{  2  6  8  9 }
 6>[  5  6 ]:{  8  9 }
 7>[  5  6  8 ]:{  9 }
 8>[  6 ]:{  3  7  8  9 }
 9>[  6  8 ]:{  7  9 }
10>[  7 ]:{  4  6 }
11>[  8 ]:{  5  7  9  10 }
```


Az adatlap



70. ábra

A Galois-gráf-rajzoló program e két adatformátumot képes fogadni. Ezeket megadhatjuk közvetlenül begépelve, fájlból és vágólapon keresztül (pl. dokumentumból kimásolva).

A program mindkét formátumot egyformán jeleníti meg. Az Adatlap ablakot háromféleképpen érhetjük el:

1. Új részhalmazpár megadása: Új / Részhalmazpár menüpont
2. Elmentett részhalmazpár megnyitása: Betöltés / Részhalmazpár / Fájlból menüpont
3. Vágólapon lévő részhalmazpár betöltése: Betöltés / Részhalmazpár / Vágólapról

Természetesen módunkban áll a betöltött részhalmazpárokat szerkeszteni.

Új elemet úgy adhatunk hozzá, hogy begépeljük az 1. mezőbe az első részhalmazsort, a 2.-ba a második részhalmaz megfelelő sorát. Ezután a „Felvesz” gombra kattintunk.

Példa egy új sor hozzáadására:

Begépeljük az 1. mezőbe: 1,2,3,4, ezután megnyomjuk a „Tab” billentyűt, vagy rákattintunk a 2. mezőre.

Begépeljük a következőt: 4,3,2,1

Újra megnyomjuk a „Tab” billentyűt, majd az „Enter”-t, vagy rákattintunk a „Felvesz” gombra.

Beszúrás: Ha a meglévő listába be akarunk szúrni egy újabb sort, akkor ugyanezt az eljárást követjük, csak begépelés előtt rákattintunk arra a sorra, ami elé be akarjuk szúrni az új elemet, a végén pedig nem a „Felvesz”, hanem a „Beszúr” gombra kattintunk.

Törlés: Törölni úgy tudunk, hogy rákattintunk a törlendő sorra, majd a „Törlés” gombra.

Csere: A két listát a „Csere” gombbal tudjuk felcserélni. Erre azért lehet szükség, mert a program mindig a bal oldali lista szerint rendezi a gráfot! Tehát van „Objektumok” és „Tulajdonságok” szerinti rendezés is.

Sorrendbe rendezés: A bal oldali listát az „A -> Z” gombra kattintással lehet sorrendbe rendezni, így a felrajzolt gráfon, az egyes szinteken is sorrendben lesznek a gráfpontok. (Kivéve, ha a gráfpontok rendezése közben nagymértékű igazításra van szükség.)

A GRÁF MEGRAJZOLÁSA

Az Adatlap ablakban a „Rendben” gombra kattintva a program rögtön megrajzolja a gráfot.

Ennek lépései:

– A program felépíti a gráf szerkezetét, azaz a megadott zárt részhalmazpárból létrehozza a gráf adatmodelljét (pontok hierarchiáját, élek struktúráját). Eddig még szó sincs rajzolásról, csupán egy adatmodell generálását végzi el a program. (Ez teszi majd lehetővé a későbbiekben egy gráf kiértékelését a megrajzolás nélkül.)

– Elvégzi a pontok koordinátáinak kiszámítását.

– Ellenőrzi, hogy a felrajzolt gráf vizuálisan korrekt-e. Ugyanis előfordulhat, hogy a képen két pontot összekötő él áthalad egy harmadik (az élhez nem tartozó) ponton. Ez azt a látszatot kelti, mintha két élről lenne szó, ami három pontot köt össze. Persze a gráf struktúrája tökéletes, de vizuálisan hibás. Ennek korrigálása a program egyik legfontosabb műveletei közé tartozik. Ez a művelet a rendezés.

– Végül a program felrajzolja a gráfot.

Ezek a lépések teljesen automatikusan történnek, mi csak azt vesszük észre, hogy pár másodpercen belül az adatokból ábra lesz. Lassú gépen (pl. 486-os) nagyon bonyolult gráfnál (több mint 100 gráfpont) ez a folyamat 5–10 másodpercet igényel.

A GRÁFON VÉGEZHETŐ MŰVELETEK

A felrajzolt ábrán alaki- és mérettranszformációkat végezhetünk el:

– nagyítás

– kicsinyítés

– magasítás

– alacsonyítás

– szélesítés

– keskenyítés

Gráfpont állapota: Ha rákattintunk egy gráfpontra, megváltozik az állapota.

Egy gráfpontnak 3 állapota lehet: normál, kijelölt, nem látható.

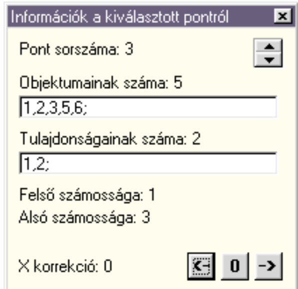
Első kattintásra ki lesz jelölve, újabb kattintásra pedig eltűnik (vagy csak a körvonala látszik), ha még egyszer rákattintunk, újra a normál állapotba kerül. Ha eltüntetünk egy gráfpontot, a hozzá tartozó élek is eltűnnek. Azt, hogy a pont teljesen eltűnjön, vagy csak a körvonalát rajzolja ki, a Gráf rajzolása / Beállítások-ra kattintás után az „Üres pontok jelzése" négyzetnél kapcsolhatjuk ki / be.

INFORMÁCIÓK EGY GRÁFPONTRÓL

Ha egy szögpontra duplán kattintunk, a *71. ábrá*n látható ablak jön elő.

Pont sorszáma: kiírja a pont sorszámát (hányadik volt a listában), a tőle jobbra lévő ikonokra kattintva léphetünk a következő vagy előző pontra.

Objektumainak száma: kiírja a gráfpont objektumait, és magadja a számukat is.



71. ábra.

Tulajdonságainak száma: kiírja a gráfpont tulajdonságait és magadja a számukat is.

Felső számosság: megadja, hogy hány gráfél kapcsolódik az adott ponthoz felülről.

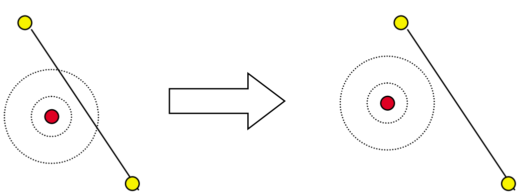
Alsó számosság: megadja, hogy hány gráfél kapcsolódik az adott ponthoz alulról.

X korrekció: kiírja a pont eltolását pixelben. A mellette lévő nyilak segítségével mi is elmozdíthatjuk a pontot. Egy elmozgatás 1/4 egységgel (1 egység = két egymás mellett lévő pont távolsága) mozdítja el a pontot.

A GRÁF RENDEZÉSE

A gráf megrajzolása fejezetben már említettük a rendezés fogalmát. Azonban a program tud egy bonyolultabb, ún. mágneses rendezést is.

Ennek az eljárásnak az a lényege, hogy megadhatunk két határértéket (körzetet), és ha ezek által határolt területen belül van egy másik objektum (él vagy pont), akkor elmozdítja a gráfpontot.



72. ábra.

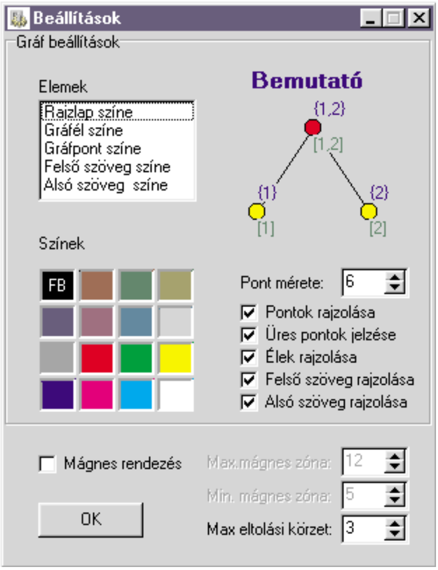
A program az összes pontra elvégzi ezt a műveletet. Azonban ha túl nagy értékeket adunk meg, és a gráf túl bonyolult, előfordulhat, hogy nem lehet a gráfot az adott paramétereknek megfelelően rendezni.

Ilyenkor a program a felső határt csökkenteni kezdi a megadott tartományon belül, amíg nem talál megoldást. Ha még ekkor sem sikerülne, próbáljunk meg kisebb alsó határt beállítani. (Ha túl „sűrű” az ábra, hiába akarjuk, hogy minden mindentől távol legyen…)

Ha alkalmazni akarjuk a mágneses rendezést, nyissuk meg a Beállítások ablakot (Gráf készítése / Beállítások), jelöljük be a „Mágneses rendezés” négyzetet (kattintsunk rá), állítsuk be a paramétereket (a bemutatón láthatjuk is a körzeteket), végül kattintsunk a Gráf készítése / Rendezés menüre.

A GRÁF BEÁLLÍTÁSAI

A Beállítások ablakot a Gráf készítése / Beállítások menüben érhetjük el.



73. ábra.

Elemek színének megváltoztatása: válasszuk ki az adott elemet a listából, majd az egér bal gombjával kattintsunk egy színre, ez lesz az adott elem normál színe, a jobb gombbal is kattintsunk egy színre, ez lesz az elem kiemelt színe.

Pl. azt akarjuk, hogy a gráfpont piros legyen, viszont ha rákattintunk, akkor kék:

– Válasszuk ki a „Gráfpont színe” elemet;

– kattintsunk a bal gombbal a piros színre;
– kattintsunk a jobb gombbal a kék színre.

Pont mérete: A gráfpontok méretének beállítása (mértékegysége: pixel).

Pont rajzolása: Ha ez a mező be van jelölve, akkor az ábrán megjelennek a gráfpontok is.

Üres pontok jelzése: Ha egy pontot láthatatlanra állítottunk be, és ez a mező be van jelölve, akkor egy körrel jelzi a program, hogy hol van a gráfpont helye. Ha nincs bejelölve ez a mező, egyáltalán nem látszik a pont.

Élek rajzolása: Ha be van jelölve, akkor kirajzolja a gráf éleit.

Felső szöveg rajzolása: Beállíthatjuk, hogy a gráfpont feletti szövegeket írja-e ki a program.

Alsó szöveg rajzolása: Beállíthatjuk, hogy a gráfpont alatt lévő szövegeket írja-e ki a program.

Mágneses rendezés: Ha ez a mező be van jelölve, akkor a rendezéskor a mágneses rendezést hajtja végre a program, különben a normál rendezés valósul csak meg.

Max. mágnes zóna: A mágneses rendezés felső határa (pixelben –ha pl. a gráfpont 5 pixel és a max. mágneses zóna 20 pixel, akkor 4-szer akkora lesz a zóna, mint a pont).

Min. mágnes zóna: A mágneses rendezés alsó határa (pixelben).

Max. eltolási zóna: Amikor a program automatikusan rendez, maximum ekkora értékkel tolja el (jobbra vagy balra) a pontot az eredeti helyéről. Mértékegysége Ľ-ed egymás melletti pont távolság. Tehát, ha 4-es értéket állítunk be, akkor maximum 1 teljes beosztásnyit fogja eltolni a pontot.

Ha bármely értéket megváltoztatjuk, rögtön látszani fog a változás a bemutató képen. Az OK gombra kattintva a változásokat aktualizálja a gráf képére is.

A GRÁF KÉPÉNEK MENTÉSE:

Amikor a program kirajzolja a gráfot, meghatározza a kiterjedését, és sárga, szaggatott téglalappal körbehatárolja. A „Mentés” menüben található két legalsó menüpont a gráf képének elmentésére szolgál.

Mentés vágólapra: Ha a „Vágólapra” menüpontra kattintunk, a téglalappal körbehatárolt terület vágólapra kerül, és beilleszthető, pl. szöveg- vagy képszerkesztő programba

Mentés fájlba: A „Képként” almenüre kattintva, meg kell adnunk egy fájlnevet, és a gráf képe képként kerül mentésre. A kép tömörítés nélküli bitkép lesz, kiterjesztése „bmp”.

ZÁRT RÉSZHALMAZPÁROK MENTÉSE

Zárt részhalmazpár mentése: A Mentés / Zárt részhalmazpár menüre kattintva elmenthetjük fájlba a zárt részhalmazpárokat. Formátuma a Pozsonyi András – Drommer Bálint féle zárt részhalmazpár formátum lesz.

Zárt részhalmazpár mentése vágólapra: Az Adatlap ablakon (Gráf készítése / Generál menüpont) a Vágólapra-gombra kattintva a zárt részhalmazpár lista vágólapra kerül. Ha Wordbe a Szerkesztés / Beillesztés menüponttal beillesztjük a részhalmazpárokat, majd a Táblázat / Szövegből táblázat menüpontra kattintunk, akkor a Word táblázatot készít a részhalmazpárból.

EGY GRÁF RAJZOLÁSA A PROGRAM SEGÍTSÉGÉVEL

A példa Takács Viola: „A tananyag, a tudás és a közösség szerkezete” című könyvének 1. fejezetében található relációtáblából készült. A relációtáblázat:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	X	X					X		
2	X	X					X	X	
3	X	X	X				X	X	
4	X		X				X	X	X
5	X	X		X		X			
6	X	X	X	X		X			
7	X		X	X	X				
8	X		X	X		X			

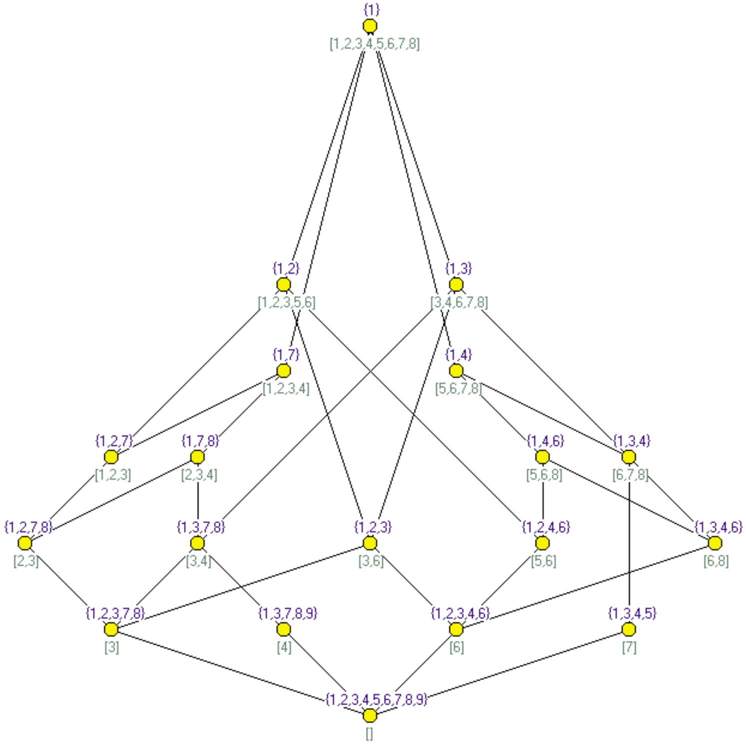
74. ábra.

Ezt a Pozsonyi András – Drommer Bálint féle-programmal feldolgoztuk, majd a Galois-gráf-rajzoló programmal betöltöttük. A következő zárt részhalmazpárt a Galois-gráf-rajzoló programból másoltuk ide:

	Objektumok	Tulajdonságok
1	1,2,3,4,5,6,7,8	1
2	1,2,3,4	1,7
3	1,2,3,5,6	1,2
4	1,2,3	1,2,7
5	2,3,4	1,7,8
6	2,3	1,2,7,8
7	3,4,6,7,8	1,3
8	3,4	1,3,7,8
9	3,6	1,2,3
10	3	1,2,3,7,8

11	4	1,3,7,8,9
12	5,6,7,8	1,4
13	5,6,8	1,4,6
14	5,6	1,2,4,6
15	6,7,8	1,3,4
16	6,8	1,3,4,6
17	6	1,2,3,4,6
18	7	1,3,4,5

Az Adatlap ablakon a Rendben gombra kattintva a program a következő rendezett gráfot rajzolta fel:



75. ábra.

IRODALOM

1. Takács Viola: A tananyag, a tudás és a közösség szerkezete. Pedagógus Szakma Megújítása Projekt Programiroda
2. Takács Viola: A szülők iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási terve. Tanulmány az Iskolakultúra folyóirat 8. számából. Pécsi Tudományegyetem, Pécs, 2000. augusztus

3. Pozsonyi András – Drommer Bálint: Számítógépes program a Norris-féle algoritmus alapján a zárt részhalmazpárok megkeresésére. Budapest, 1994
4. Benkő Tiborné – Benkő László – Dr. Tamás Péter: Windows alkalmazások fejlesztése Delphi3 rendszerben. ComputerBooks, Budapest, 1998

6.4. A PROGRAMOK LELŐHELYE

Két programra van szükség, egyrészt a zárt párokat megkeresőre, másrészt az ezek alapján gráfot rajzolóra. Mindkettőt térítésmentesen át lehet venni lemezre. E programok a Pécsi Tudományegyetem Tanárképző Intézetében hozzáférhetőek Takács Violánál. Telefon: 06-72-327-622/4509, e-mail: tviola@tki.pte.hu, illetve letölthetők a www.nexus.hu/opalsoft webhelyről.

IRODALOM

(1) Andor Csaba – Joó András – Mérő László: Galois lattices. In: Educational Research, Methodology and Measurement: An Interanational Handbook. Edited by J. P. Keeves, Pergamon, 1997.
(2) Ágoston György – Nagy József – Orosz Sándor: Méréses módszerek a pedagógiában. Tankönyvkiadó, Budapest, 1975.
(3) Baloghné Zábó Magdolna – Géczi János – Molnár T. László – Takács Viola: INTEGRÁF (Integrált Természettudományi Galois Relációban Ábrázolt Filmek) Kutatási Jelentés, OOK, 1979.
(4) Csapó Benő (szerk.): Az iskolai tudás. Osiris, Budapest, 1998.
(5) Evans, K. M.: Sociometry and Education. London, Routledge & Kegan Paul, 1962.
(6) FACT Alkalmazott Társadalomtudományi Kutatások Intézetének (vezetője Listyán László) adatfeldolgozása: *1.* és *4. táblázat* adatai
(7) G. Fay: An algorithm for finite Galois connections. Technical Report. Institute for Industrial Economy, Budapest, 1973.
(8) Fay Gyula – Takacs, V.: Galois Perceptron. Journal of Cybernetics, 1976. 1.
(9) Ganter, B.: Two basic algorithms in concept analysis. FB4-Preprint, Technische Hochschule, Darmstadt, No. 831. 1984.
(10) Ganter, B.: Lattice Theory and Formal Concept Analysis: a subjective introduction. FB4-Preprint, Technische Hochschule, Darmstadt, 1984.
(11) Ganter, B. – Wille, R.: Formale Begriffsanalyse. Springer, Berlin, 1996.
(12) Kádárné Fülöp Judit-Joó András: Beszámoló a strukturális elemzés pedagógiai alkalmazásának néhány módszeréről. OPI dokumentumok 8. OPI, Budapest, 1977.
(13) Mérei Ferenc: Közösségek rejtett hálózata. Szociometriai értelmezés. Osiris Kiadó, Budapest, 1996.
(14) Nagy Éva: A Galois-gráf alkalmazása a testnevelés oktatásában. Diplomamunka. Janus Pannonius Tudományegyetem, Pécs, 1997.
(15) Nemzeti Alaptanterv. Művelődési és Közoktatási Minisztérium, 1995.
(16) Norris, E. M.: An algorithm for computing the maximal rectangles in a binary relation. Rev. Roum. Math. Pures et Appl., Bucarest, 1978. 2. 243–250.
(17) Pozsonyi András – Drommer Bálint: Számítógépi program a Norris-féle algoritmus alapján a zárt részhalmazpárok megkeresésére. Budapest, 1994.
(18) Riguet, J.: Les relations de Ferres. C.R. Acad. Sci. Fr., 231., 1950.
(19)Takács Viola: FILM (Fizikatanítási Ismerethordozók Lépcsőzetes Modulrendszere) 6. kutatási főirány 1976–80-as szakaszában. 2.2.2.8. kódszámon. Kutatási zárójelentés, OOK, 1980.
(20) Takács, V.: Two pedagogical application of Galois-graphs. Lecture, presented in Darmstadt, Mathematical Department, Technische Hochschule, Fenr.1984.
(21) Takács, V.: Concept lattices in pedagogical research. Lecture. Arbeitstagung Begriffsanalyse, Technische Hochschule Fachbereich Mathematik,
Darmstadt, Jan. 1986.
(22) Takács Viola: Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása. Kandidátusi értekezés.
Budapest, 1993.
(23) Takács Viola: A tananyag, a tudás és a közösség szerkezete. Pedagógus Szakma Megújítása Projekt Programiroda, Budapest, 1999.
(24) Takács Viola: Tantárgyi attitűdök struktúrája. Kézirat a Magyar Pedagógiának, 2000.
(25) Takács Viola: A szülők iskolai végzettsége és gyermekeik iskolázási terve . Iskolakultúra, 2000/8. sz.14–33. old.
(26) Vágó Irén – Balázs Éva – Kocsis Mihály: A képességfejlesztő program hatása és eredményei. Oktatáskutató Intézet, Budapest, 1990.
(27) Wille, R.: Concept lattices and conceptual knowledge systems. Computers & Mathematics with Applications, 23, 1992.

NÉVMUTATÓ