

*Perneczky Géza*

**Gyenge káosz – erős  
grafika**

**az iskolakultúra 1998/1 melléklete**



*Néhány évvel ezelőtt történt, hogy a ludwighafeni múzeumban nagyszabású kiállítást rendeztek a véletlen és a művészet közös határterületeit felkutató modern törekvések legfontosabb képviselőiből. A sok aleatorika, automatizmus, zen-buddhista effekt, vagy a tudatalattit faggató, illetve a szinkronba állítás módszerét alkalmazó metódus és meglepetés mellől persze nem hiányozhatott ennek a babonás fényű kelléktárnak a legfrissebben divatba jött eleme, a káosz-elmélet sem. Egy amerikai művész nő küldte el azokat a grafikai lapokat, amelyek nem voltak mások, mint a Mandelbrot- és Julia-halmazok végtelen gazdagságú részleteiből kiemelt példák – úgy, ahogy az ilyesmit a káosz-dinamikáról és a fraktálokról szóló könyvek lapjairól ismerjük, illetve, ez esetben kissé fakóbban és esetlenebbül: úgy, ahogy egy színes tintasugaras nyomtató a művész nő otthonában azokat a komputer képernyőjéről a papírra nyomta.*

Mondanom sem kell, hogy csak a félreértések sorozata, illetve a kiállítási intézményeknek és az ott dolgozó művészettörténészeknek a természettudományos kérdésekben való tájékozatlansága magyarázhatta, hogy ezek a nyomatok egy olyan tárlaton szerepelhettek, amelynek a címe a *Véletlen mint művészet* volt. A Mandelbrot-halmaz ugyanis se nem a véletlenre, sem pedig a művészetre nem szolgálhat sikerült példaként. Egyike a determinált káosz eseteinek, amely – mint ahogy azt a neve is mutatja – olyan sorok és halmazok matematikája, amelyben a véletlennek semmi szerepe nincsen, annál érdekesebb persze, hogy a vizuális látvány, amivel az ilyen fraktálok szolgálnak, mégis a kimeríthetetlenül komplexre és a követhetetlenül bonyolultra ad szemléletes példát. És ha a determináció, valamint a komplexitás eme látszólagos ellentmondása talán túl is nő a matematikai problémák megszokott keretein, akkor is elsősorban az elektronikus megjelenítés technikai kérdései, vagy a filozófia ismeretelméleti fejezetei azok a területek, amelyek profitálnak a dologból. Vagyis nem a művészet.

Való igaz, persze, hogy a fraktálképek a nyolcvanas évek folyamán olyan erővel robbantak be a vizuális kultúra legkülönbözőbb tartományába, hogy a váratlanul ránk szakadó szenzációkba egy pillanatra valamennyien beleszedültünk – az *Apfelmännchen* (Almaemberke) és a belőle zoom-effekttel kinagyított fraktálképek lettek az évtized sztárjai. De már a kezdetek kezdetétől fölmerült a józanabb szempont is: a szabályos fraktálok szépsége a *Kant* által is megfogalmazott „természeti szép” fogalmához áll közel, hiszen hiányzik belőle a kulturális és történelmi komponens. Újra bebizonyosodott, hogy a természeti jelenségekkel rokon „szép” bármilyen nagy élmény, mégis, ha egy-egy újabb tartományát felfedezzük, az elsősorban a természettudományos ismeretek bővülését jelenti, és ezen túl inkább csak az általánosabb értelemben vett vizuális szókincs gyarapítására vagy a dekorálás új formáira adhat alkalmat. Ezt a szerepet az ember jobbra csak megtalálni és elemezni tudja, de nem megalkotni.

Amit viszont fenntartás nélkül elfogadhattunk, az éppen a megtalálás szenzációjából és a megjelenítés bravúros szépségéből adódó spontán öröm lehetett. A fraktálgeometria visszaajándékozta a matematikának a vizuális megismerés fontos szerepét – újra igazzá vált az a tétel, hogy az újat felfedező látás néha megelőzi az elemző gondolkodást és a fogalmi úton elért megértést. A szabályos fraktálok szerkezetében fontos szerepet játszó „önhasonlóság” és periodikus felépítettség pedig megint érzékennyé tette az embert az ornamentika olyan alapvető elemei iránt, mint amilyen a változó léptékű forma-ritmus vagy a bonyolult struktúrákba szerveződő ismétlés. És az ezekkel a vizuális ismeretekkel

együtt járó élményeknek már kétségtelenül voltak kulturális vonatkozásai is. Elsőként *Mandelbrot* pendítette meg azt a hírt, hogy talán nem túlzás éppen az „elrontott” (a figyelmetlen komputerkódolás következtében „elrajzolódott”) fraktálokban akár képzőművészeti alkotásokat is látni. A *Fractal Geometry of Nature* című alapvető munkájának egyik-másik passzusában pedig (állítólag ez az 1982-ben megjelent kötet minden idők legnagyobb példányszámában eladott matematikai szakkönyve) egy további, a művészet-történelem kutatóit is érintő nyilatkozatot tett: személyes ízlésére hallgatva úgy találta, hogy a fraktálgeometria kutatása során előbukkanó képek komplexitása és formai gazdagsága esztétikai értelemben is fölülmúlja azokat a 20. századi festményeket, amelyeket „geometrikus absztrakció” vagy „Minimal Art” fejezetcímek alatt tárgyal a művészet-történelem. Nyitva állt az út minden olyan kísérlet (vagy inkább félreértés) előtt, amely a fraktálképek művészi interpretálását tűzte ki célul.

\*

Hogy az ilyen irányú ízlésváltozásra közben tényleg megérett az idő, azt már a posztmodern ornamentika növekvő népszerűsége is jól mutatta, s a képzőművészet egyre eltökéltebben fordult a felé a buján tenyésző formavilág felé, amelyre csakhamar a fraktálképek adták a legszuggesztívebb példákat.

De a szaktudományok területén maradván is található magyarázatot a fraktálképek népszerűségére, például ha a *Heinz-Otto Peitgen* által vezetett brémai matematikuscsoport kiadványainak a nyolcvanas években aratott hallelújának sikerére gondolunk (*The Beauty of Fractals*. 1986; *The Science of Fractal Images*. 1988 – mindkettő a Springer Verlag kiadásában). Ezek a kötetek természetesen elsősorban továbbra is igen komoly eredményeket bemutató matematikai és komputerprogramozási szakmunkák voltak. Szerkesztésük folyamán azonban bevallottan nagy szerepet játszott a könyvek virtuóz komputer-technikával előállított és pazarul nyomott képanyaga is, a Springer kiadó láthatólag minden támogatást megadott a szerzőknek ahhoz, hogy a publikált fraktálképek lehengerlő szépsége mintegy a matematika és az elektronika tartományai fölé emelkedjen, és az olvasók szemét, illetve ítéletalkotó képességét elkápráztató kulturális szenzációvá váljon.

Még egy oldalról érkezett segítség a fraktálképek divatba jöttéhez, mégpedig a botanika felől. A holland *Lindenmayer* a növények növekedési törvényszerűségeit kutatva felfedezte, hogy itt is az „önhasonlóság” és a periodicitás a legfontosabb morfológiai jegy, valamint hogy az ilyenfajta növekedés is a matematikai iteráció egyik változatával szimulálható a legsikeresebben – márpedig az így előállított alakzatok többé-kevésbé fraktálok (Lindenmayer nevéből képezve így születet meg a fraktálok L-system családja, és *Prusinkiewicz* segítségével a *The Algorithmic Beauty of Plants* című újabb Springer-kötet). Nem hallgathatom el persze *Michael Barnsley* nevét sem (*Fractals Everywhere*, 1988, Academic Press): ő dolgozta ki ugyanis a nyolcvanas évek egyik legnagyobb karrierjét befutott matematikai technikáját, az ún. IFS-et (Iterated Function Systems). Ez tulajdonképpen egy iterált síkgeometriai szerkesztési módszer, melynek során az euklideszi geometriából is jól ismert transzformációkat (eltolás, forgatás, tükrözés stb.) ismétljük meg végtelen sokszor bizonyos léptékváltások és szimmetriaszabályok keretében. Barnsley védjegye az első átütő sikerű IFS fraktálkép lett, a híres fraktál-páfrány, amelynek levélzete az önhasonlóság iskolapéldája: a különböző léptékben ismétlődő levél-elemek ugyanis egymásnak pontos leképezései.

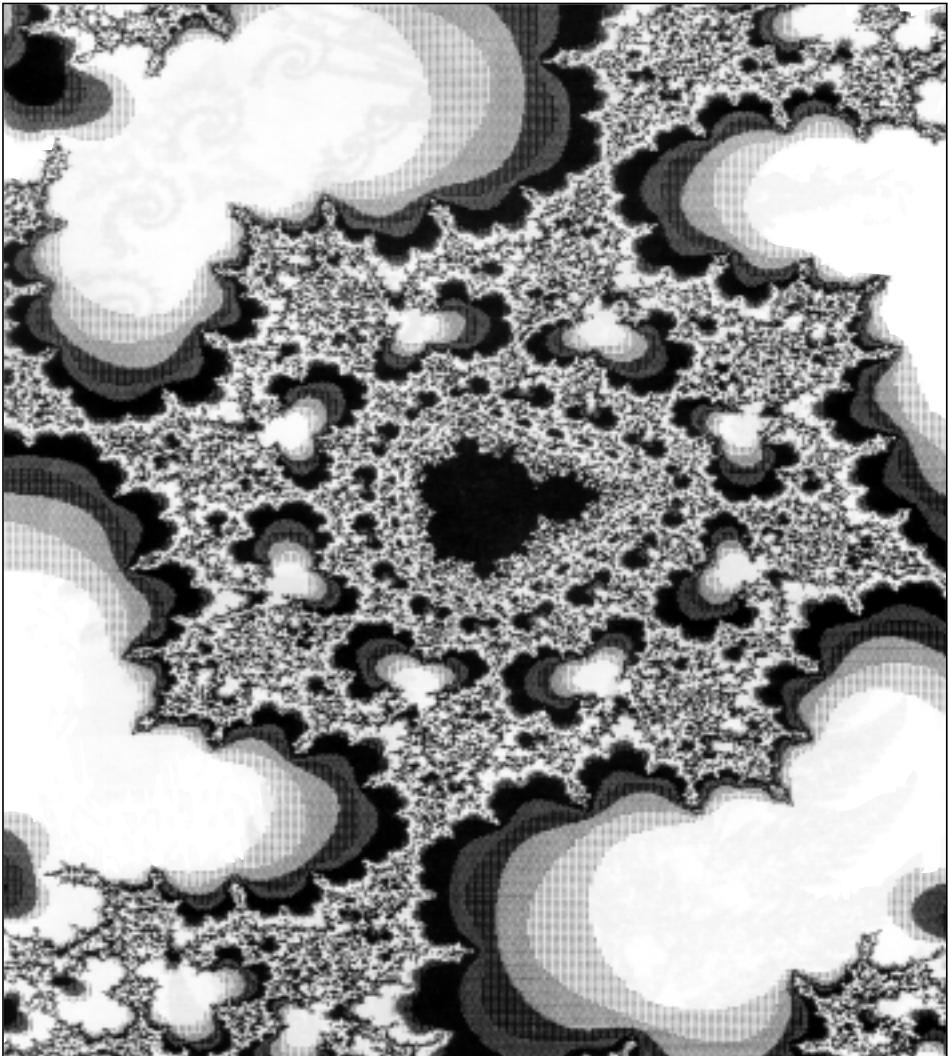
Mind Lindenmayer fa-alakzatai, mind pedig Barnsley páfrányai és egyéb IFS eredetű „organikus” formái azt bizonyították, aminek már Mandelbrot is programatikusan hangsúlyt adott a könyve címével – a természet alakzatai nem a klasszikus geometria törvényeit követik, hanem a fraktálgeometriáét. Ami azt a tanulságot sugallta, hogy itt az ideje, hogy megtanuljuk végre: a természet tört arányokkal és a végtelenségig táguló vagy szűkülő periódusos ismétlésekkel dolgozik – a matematikus szemszögből megfogal-

mazva ezt a jelenséget: iterál. Ennek a dinamikának a fejlett formája ráadásul még egy, a  $\pi$  szerepére emlékeztető matematikai állandóval is rendelkezik, az úgynevezett Feigenbaum-számmal ( $\delta=4,669\dots$ ), ez az az univerzális állandó, amely a legegyszerűbb dinamikus folyamatoktól a galaxisok térbeli eloszlásáig minden perióduskettőzést mutató komplex folyamatra vagy arányra rányomja a bélyegét.

\*

Lehetséges, hogy előbb-utóbb a képzőművészet formakincsére is?

Hogy e kérdésben némi biztonsággal tudjunk ítélni, ahhoz tulajdonképpen nem a fraktálgeometriai formák erre való alkalmasságát kell megvizsgálnunk, és nem is arra kell választ kapnunk, hogy vajon a klasszikus tisztaságú euklideszi idomokat kedvelő stílusfelfogásnak, vagy inkább az organikus alakzatokhoz vonzó „romantikusabb” képzőművészeti ízlésnek van-e igaza. A kérdés háttérében ugyanis egy általánosabb esztétikai



*Mandelbrot szatellit a „pegazusok völgyéből”*

probléma áll (és most szándékosan leegyszerűsítve fogalmazom meg ezt a kérdést): nevezetesen az, hogy igaz-e, hogy a művészet végső forrása és ihletője a természet, más szavakkal: hogy elfogadjuk-e azt a nézetet, hogy a művészet a természetet (és tulajdonképpen csak azt) tükrözi. Felfoghatjuk a természetet persze elvontabb módon is, mint ahogy azt az arisztotelészi mimézis tanítása egykor értette, illetve ahogy a reneszánsz illuzionizmus vagy a 19. századi naturalizmus természetelvűsége később tette. Felfoghatjuk úgy, mint a minket körülvevő természeti világ struktúráját és törvényeit tükröző áttételesebb képet, mi több, akár úgy is, mint az emberi tevékenységek legkülönbözőbb területein tükröződő „elvontabb” természetet, például mint a „tudás” gyakorlása és a társadalmi együttélés folytán kialakult jelek és ideogrammak összességét is. Egy azonban mindenképpen biztos: lehet ez a kép bármennyire is áttételes, ha végső soron tényleg a természettel ekvivalens, akkor a jelenkori művészetbe is az éppen most felfedezett „jelenkori természet”, vagyis a fraktálok világa kellene, hogy valamilyen formában megjelenjen.

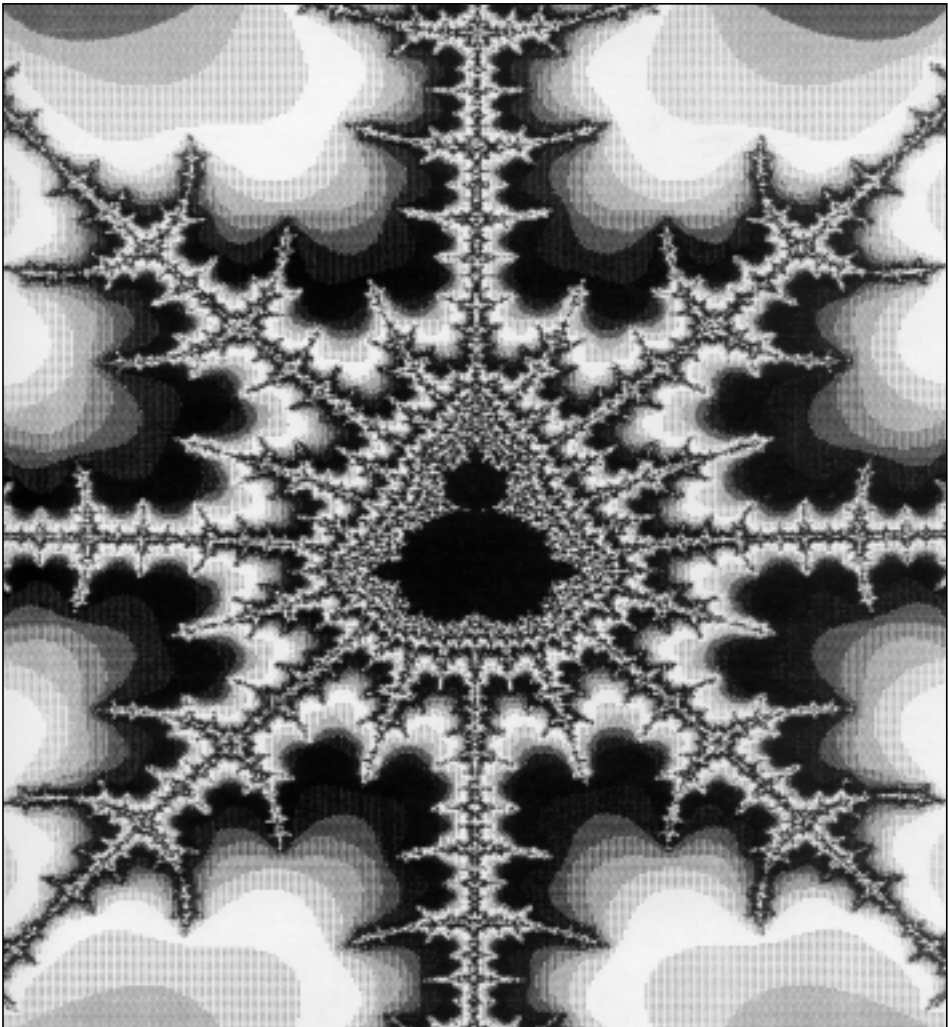
Olvasóim máris érzik, hogy erre a feltételezésre nem lehet egyszerűen csak rábólintani. A természet káosz-dinamikus tartományai általában nem képezik témáját a mai művészetnek, és az innen vett formajegyek vagy fordulatok is csak nagyon ritkán szimbólumai a művészetben megidézett világnak. Éspedig azért, mert a mindennapok világa, amelyben az ember él, és amelyet a művészet is megidéz, csak igen kevés ponton érintkezik a tudomány és a filozófia egzakt szakkérdéseivel, ahová egyelőre a káoszdinamika is tartozik. Az úgynevezett természet, amelyben nap mint nap tevékenykedünk, kilencven százalékban nem a semleges külvilág valamely rétege, hanem a mi produktumunk, vagy is kultúra. Ebben a holisztikus szerkezetű emberi „burokban” helyet kap ugyan a külső természet képe is, de elsősorban csak mint kulturális tradíció. Ha művészetéről van szó, akkor különösen igaz, hogy a „természet” mi vagyunk, és nem pedig az a „másik” természet, amelyben az oroszlanok vannak otthon.

Főlöslleges lenne itt példák tucatjait idézni és esetleg arról értekezni, hogy a reneszánsz illuzionizmus vagy a 19. századi naturalizmus sem a mindenkori külső természetet ábrázolta. És elég, ha a „belső természetet” kormányzó bonyolultabb összefüggések érzékeltesére olyan magukért beszélő példákra hívom fel a figyelmet, mint milyen az euklideszi geometriát „nyelvként” felhasználó szuprematizmus volt, vagy mint amilyen benyomást *Mondrian* neoplaszticizmusa kelthet a nézőben. Vajon a szimmetrikus arányú paralelogrammák világában megfogódzó klasszikus arányérzék volt-e *Malevics* programja, amikor a *Fekete négyzet* című képét festette? Vagy a sikidom derékszögű vonalhálóval való felosztása és az ennek a rajzolatnak az eredetét felidéző „geo-metria” (azaz a föld-mérés) volt-e *Mondrian* sajátosan áttételes „természetképe”, amelyet aztán az oly absztrakt hatású képein „visszaadott”?

Nyilvánvaló, hogy nem. A művészet bonyolult kölcsönhatásokon keresztül választja ki a környező világból és az emberi kultúra évezredekre visszanyúló örökségéből azokat a természeti és nem-természeti eredetű elemeket, amelyeket aztán mondanivalója szimbólumaiként használ. Léven, hogy vizuális jegyekről és plasztikus formákról van szó, az így kiválasztott szimbólumok rendszere bizonyára nem annyira önkényes, mint például a beszélt nyelv hangalakjainak az esetében, de még így is igencsak szabad választás eredménye (helyesebben: nagyon sokrétű és sok mindent megrostáló fejlődés terméke). Még egy példát mondok: gondoljunk csak a már idézett reneszánsz festészet állítólagos „természetelvűségére”. Voltak a reneszánsznak olyan itáliai iskolái, amelyekben az illuzionizmusnak ez a technikája (vagy szimbólum-nyelve) kitűnően megfért a neoplatonikus filozófia absztrakt képzeteivel és „természetfeletti” tökéletességről ábrázoló metafizikai spekulációival. Vajon tényleg a természetről volt szó akkor, amikor a művészek a természetet festették? Nem inkább bizonyos emberi értékekről és ismeretekről?

Mindezeket szem előtt tartva könnyebb megértenünk, hogy a fraktálképek eddig miért nem bizonyultak alkalmasnak arra, hogy minden további nélkül a káosz-dinamika ismer-

retével gazdagodott emberi világ művészi jelei legyenek. A fraktál-alakzatok egyelőre még mint ornamentika sem funkcionálnak elterjedtebben. Noha a nyolcvanas években volt egy törekvés arra, hogy a Mandelbrot-halmaz szegélyéből kinagyított színes részletek a nagybankok és a multinacionális konszernek ajándéknaptárainak és egyéb reklámkiadványainak a díszei legyenek (mintegy azzal az üzenettel, hogy mi vagyunk az igazán modernek, tehát pofa be...), ez a divat azonban nem hatolt mélyebbre, mint mondjuk egy többszörös teniszbajnok népszerűsége, és gyorsan ki is kapott a gyakorlatból. Nem igazolta a káosz-dinamika művészeti alkalmazhatóságának a gondolatát néhány rangos művész nyilatkozata sem. Példa lehet erre *Ligeti György*, aki ismételtlen is arról értekezett, hogy zenei kompozícióiban a fraktálgeometria dinamikus arányait használja fel. (Meg kell jegyezni, hogy ennek az állításnak a *zenei* tartalma egyáltalán nem hallható. Ligeti műveit ismerve pedig az a benyomásunk, hogy bár igaz, hogy mikrostrukturákkal dolgozik, de talán a „káosz” szó köznapi jelentése vezette félre őt is, hiszen e strukturák



*Mandelbrot-halmaz, antennán ülő szatellita*

hangzásképeben nem a skálavariáns önhasonlóság, hanem a statisztikus véletlen a jellemző.)

Clifford A. Pickover, aki *Computers, Pattern, Chaos, and Beauty* című munkájával a kilencvenes évek küszöbén a komputer-freakek és fraktál-fanok kultikus könyvét írta meg (és mint a címből is kiolvasható, a Springer kiadóhoz hasonlóan ő is megkísérelte, hogy az egész kérdést az esztétikai értékek vonzó ruhájába öltöztesse), legújabb kötetével, amely egyfajta univerzális „Pattern Book” lett volna, és a matematika vizuális produktumainak, valamint a komputertechnikának a találkozásából született szenzációs mintázatok enciklopédiájaként lett beharangozva (alcíme: *Fractals, art and natur...*), nos, ezzel a munkájával, mire az elkészült, csak csalódást keltett. A könyv *nem szép*, nem közvetíti az új felfedezések és technológiák nyomán gazdagodott ornamentikát, és nem tanulságos még az elektronikus médiák vagy a fraktálgeometrián nevelkedett komputer-technológia művészelkű képviselői számára sem. Megint bebizonyosodott, hogy a szaktudományok még oly fontos és egyetemes jelentőségű felfedezései sem alkalmasak arra, hogy úgy, ahogy vannak, egy az egyben a mindennapokkal összefonódott emberi kultúra kulcsfogalmaivá váljanak, és hogy azon nyersen a művészet alapvető szókincsét meghatározó szimbólumokká emelkedjenek.

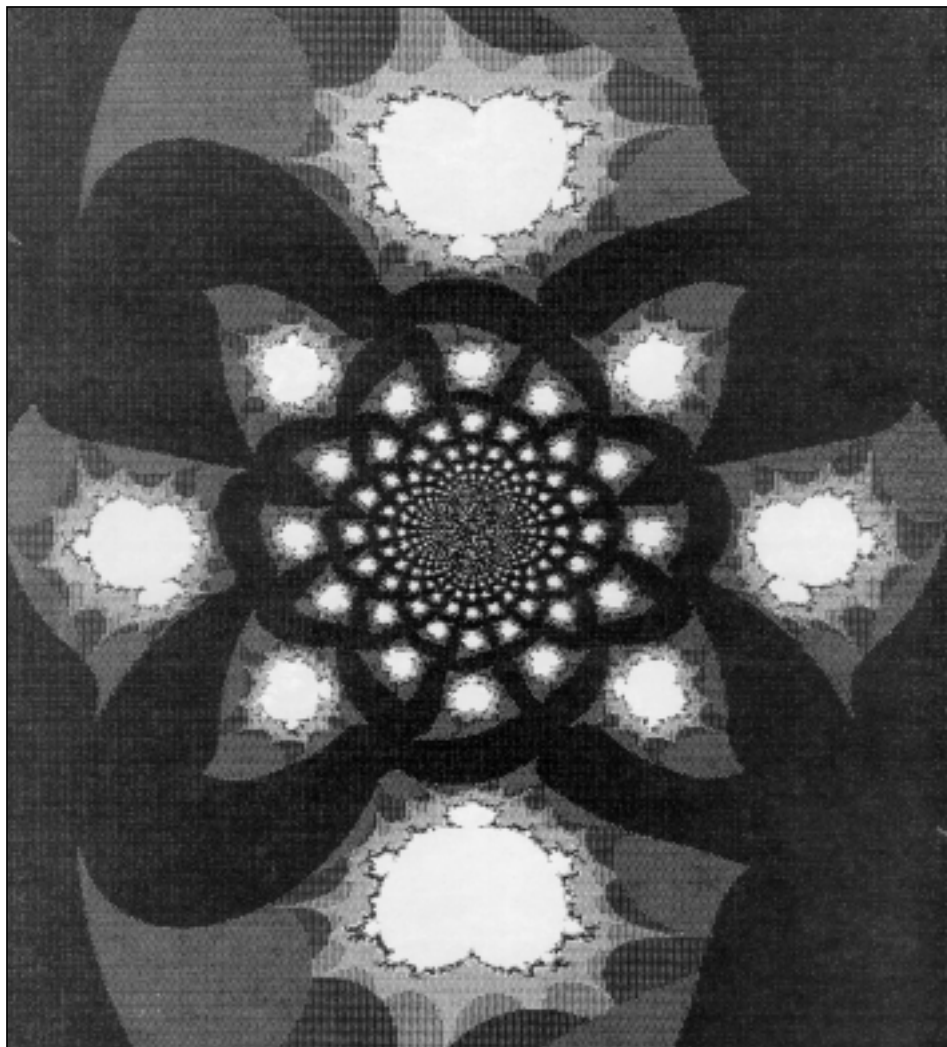
\*

A művészet (még az ornamentika fokán is) a tudományos felfedezéseknél jóval többet és ugyanakkor sokkal kevesebbet, mert alpríbbat fog marokra. Komplexitása is sokkal de sokkal követhetlenebb és kiterjedtebb: az egész emberi élményvilág sarát kell, hogy a maga képére formálja. *Shakespeare, Rembrandt, Picasso* és *Beckett* a megmondhatója, hogy ehhez nem algoritmusok sora, de még csak nem is neuronális hálók szerkezete, hanem a mindennapi világ tartományait átfogó különleges képességek, izzadság és vér kell.

Tanulságos e szempontból a *Dreyfus*-fivérek tanulmányát elolvasni a Springer kiadó *Computerkultur* sorozatának kilencedik kötetében. (Ez a tanulmány a művi intelligencia alapkérdéseinek jelenleg folyó revízióját foglalja össze, és a szerzők cikkük végén arra a megállapításra jutnak, hogy „... az emberi lények sokkal holisztikusabb felépítésűek, mint a neuronális hálók. Mert szükséges, hogy az intelligenciát az organizmus szándékai motiválják, illetve azok a célok vezessék, amelyeket az a környező kultúrától kapott. Ha pedig igaz az, hogy az ilyen elemzés során szóba jöhető minimális egység az a fajta teljes organizmus, amely az egész környező világ folyásába avatkozik bele, akkor még nagyon hosszú út áll a neuronális hálók előtt, és természetesen a szimbólumok nyelvével programozott komputerek előtt is”. Nos, jól tudjuk, hogy az intelligencia még nem művészet, legfeljebb egyik előfeltétele a világ művészi megragadásának, de ha már az intelligens cselekvés legkisebb egysége is a világra reagáló *teljes organizmus*, mennyivel inkább érvényes ez az intelligens reakciókat sajátos minőségű szintézisbe hozó művészi tevékenységre!

Aki idáig olvasta ezt az eszme-futtatást, és úgy érzi, hogy ezzel az írással az a céltom, hogy bebizonyítsam, az újabb matematikai struktúráknak és a természetet hűségesebben leíró fraktálgeometriai alakzatoknak semmi esélyük sincs arra, hogy a kultúra és a művészet építőkövei legyenek, akkor megnyugtatóan elárulhatom, hogy munka után, pihenésként, jómagam is generálok saját kódolású fraktálokat a komputeremen, és hosszú estéket töltök el azzal, hogy ezeket az alakzatokat grafikaiag továbbfejlesszem, mi több, esetleg értelmezem is őket (és lehetőleg ne csak grafikai szempontból). Legfeljebb annyiban vagyok más véleményen, mint sok multimédia-matador, hogy nem a matematikai problémák csúcskategóriájában, és nem is a rendelkezésre álló elektronikus médiák teljesítőképességének a maximális kihasználása útján keresem a „jobb”, vagy az igazán érdekes eredményeket.





„Templomablak” Mandelbrot tangens függvényvel

Meggyőződésem ugyanis, hogy az „erős” káosz-dinamika a maga hallatlanul komplex képeivel egyelőre olyan vizuális sokk, amely szinte kizárólag csak önmagát, ezt a matematikai (és persze komputertechnikai) komplexitást képes szimbolizálni, egyébként azonban még túl steril módon operál, mondhatnám „túl magas hőfokon ég” ahhoz, hogy a Dreyfusék által definiált és fõntebb már idézett „teljes organizmus” számára valami más tartalmú üzenettel is szolgálhasson – egyszerűen: a káosz-dinamika habzóan örvénylõ vizuális képe egy még kulturálisan meg nem emésztett szenzáció üzenete. Ezért inkább az iterált formák gyengébb változatai és a kaotikus struktúrák kevésbé komplex alakzatai érdekelnek. Ezek ugyanis közelebb állnak a kulturálisan is értelmezhető tradicionális formákhoz, és úgy érzem, hogy ezektõl talán könnyebb hidat verni a képzõmûvészetben munkálkodó igen sokrétû örökséghez is.

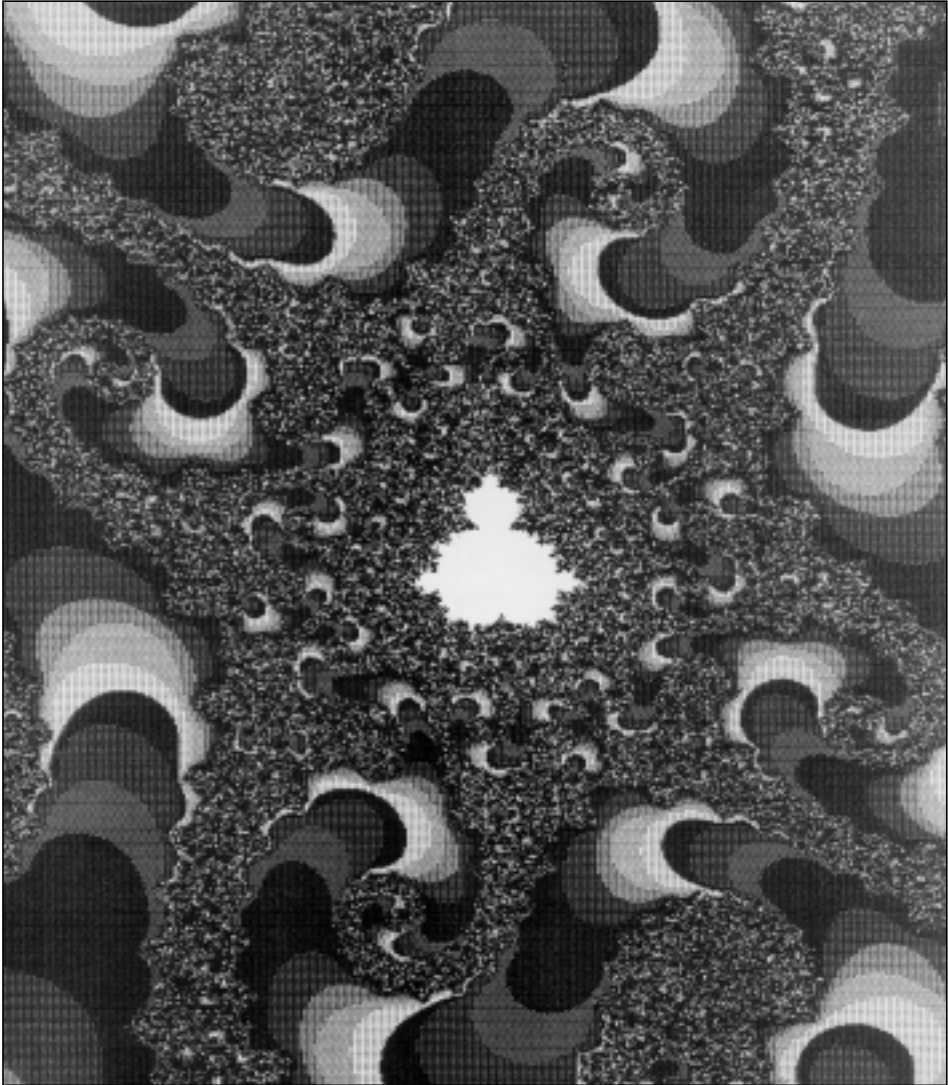
Hadd tegyek itt néhány általánosabb megfigyelést. A káosz-dinamika vizuálisan is megragadható képe nem az első és egyetlen sorokra vagy szekvenciákra bontható formalizmus, amely szokatlan erejű újdonságként vonta magára a figyelmet az utolsó évtizedekben. Az ismétlés és a kvázi-végtelen variálás technikája már régóta ott kopogtat az ajtón. Talán a dzsesszben és a kalligrafikus festészet nyitott kompozíciójú változataiban (*Tobey, Pollock*) jelentkezett először, de aztán igazán jellegzetes formát csak az ezt követő törekvésekben, és (nem véletlenül) a szigorúbb, racionálisabb szerkezetű műfajokban alakított ki magának. A konstruktivizmusban gyökerező szeriális formavariációk képviselőire gondolok itt (a korai *Vasarely*), és általában is a Kinetik Art és az Op Art algoritmikusan programozott mozgásformáira és formaszekvenciáira. Logikailag nagyon hasonló szerkezetű szekvenciákkal igyekezett *Chomsky* is modellezni a mondatok szemantikai fölépítését az általa generatív nyelvészetnek nevezett tudományág kiépítése során. Mindezek a tendenciák egyre gyorsuló tempóban érvényesültek az ötvenes évektől kezdve. Chomsky formalizmusát csakhamar Lindenmayer vette át – most már a növények morfológiájának a leírására. Az egész felerősödő hullám jó példa arra, ahogy egy heurisztikusnak ígérkező módszer egy évtized leforgása alatt mind a képzőművészetben, mind pedig a humán diszciplínákban, illetve a természettudományban teret hódíthat magának.

Egy további állomásnak számíthatott a „generatív algoritmusok” diadalútján az amerikai Minimal Music megjelenése. Mivel az egyes motívumok itt nemcsak „végtelenül sokszor” ismétlődnek, hanem közben az iterációhoz hasonló (bővülő és szűkülő) transzformációkon is átesnek, ez a kompozíciós technika tényleg sokban emlékeztet a lineáris matematikai sorok szerkezetére. Érdeemes megemlíteni még, hogy a Minimal Music zenei technikája mennyire kiemeli a formák időbeli egymásutánjának a struktúráját. Az egész kompozíciós technika tulajdonképpen nem is más, mint a linearitás fonalára felfűzött időegységek egymásból generált, és ezért egymástól csak nagyon kevésbé különböző mintákkal való „megtöltése”. A mániákus ismétlésre és a tér monoton kitöltésére egyébként a képzőművészeti Minimal Art bizonyos változatai is szolgáltattak néhány jó példát (*Carl Andre, Donald Judd*), sőt még a monokróm festészetnek (vagy *Opalka* növekvő számok tengeréből festett és meglehetősen monokróm hatást kiadó konceptuális táblaképeinek) is elképzelhető egy olyan aspektusa, amely az algoritmikus komponálás szerepét hangsúlyozza. Az egész lineáris monotonia végső soron Malevics „fehér szuprematizmusára” vezethető vissza, vagyis arra a festészeti alapállásra, mely nem a háttérből kiemelt objektumokkal dolgozik, hanem magának a háttérnek a ritmizálásával, motívumokra tördelésével és kvantálásával ér el hatást (ennek legtökéletesebb változatára Malevics tanítványa, *Strzeminski* adott példát az „unista” képeivel).

Mindez persze még belefér a lineáris matematika adta asszociációs keretbe. Ami viszont igazán érdekes lenne, vagyis a nem-lineáris sorok dinamikája, az valami teljesen más dolog. Aki vette már magának a fáradtságot, hogy utánaolvasson a szakirodalomban, az tudja, hogy a legelemibb nem-lineáris szekvenciák is mennyire hajlamosak arra, hogy az általuk leírt arányok azonnal az exponenciális léptékváltás dimenzióiba szökjenek át. Ami azt jelenti, hogy a hűsleges leképezésükhöz szükséges anyag (tér, intervallum stb.) kiterjedése is már az első iterációknál az egy, tíz, száz, ezer..., és így tovább nagyságrendek közt kell, hogy lépegessen – vajon miféle képzőművészeti technika vagy zenei hangzásoké lenne képes arra, hogy ezeket a léptékváltásokat makroszkopikus arányú képpé, egységes benyomást keltő és jól felfogható emberi élménnyé alakítsa át? Nyilvánvaló, itt a számokkal való operálás abszolút fölénye, illetve az elektronikus megjelenítés pixel-technikájának a majdnem egyedülálló alkalmassága, és talán még inkább az a fogás, amivel a fraktálképekben rejtőző exponenciális léptékváltásokat a monitoron megmutatjuk: nem a fizikai dimenziók növekedésével, hanem a színek szekvenciájának halványuló vagy mélyülő tónusaival jelezzük a dinamikus változást. Nem véletlen tehát, hogy a frak-

tálcépek oly szorosan összenőttek a komputer technikával, hiszen nemcsak az elvégzendő matematikai műveletek milliószeres szekvenciája, hanem a megjelenítés során szükséges, léptékváltás hasonló arányú komplexitása is az elektronikus médiák segítségével kiált.

Ha ennél hagyományosabb technikával foglalkozunk, és papírt s ceruzát, illetve a mindennapi gyakorlathoz közelálló makroszkopikus formákat és egyszerűbb (például fekete-fehér vonalrajzot alkalmazó) nyomdatechnikát képzelünk magunk elé, és így akarunk dolgozni, akkor legalább a káosz-dinamika jellegzetesen bonyolult komponensét, a perióduskettőzést, és a vele járó látszólagos irracionálizmust, az ún. kaotikus rezsim megjelenését kell elkerülnünk. Ez persze visszalépés a nem-lineáris matematika izgalmaiból a szelídebb tájakra, de éppen a már ismertetett Lindenmayer-féle L-system fraktálok kínálnak mégis meglehetősen magas szinten ilyen kompromisszumos megoldást.



„Albino” Mandelbrot négykarú spirálban

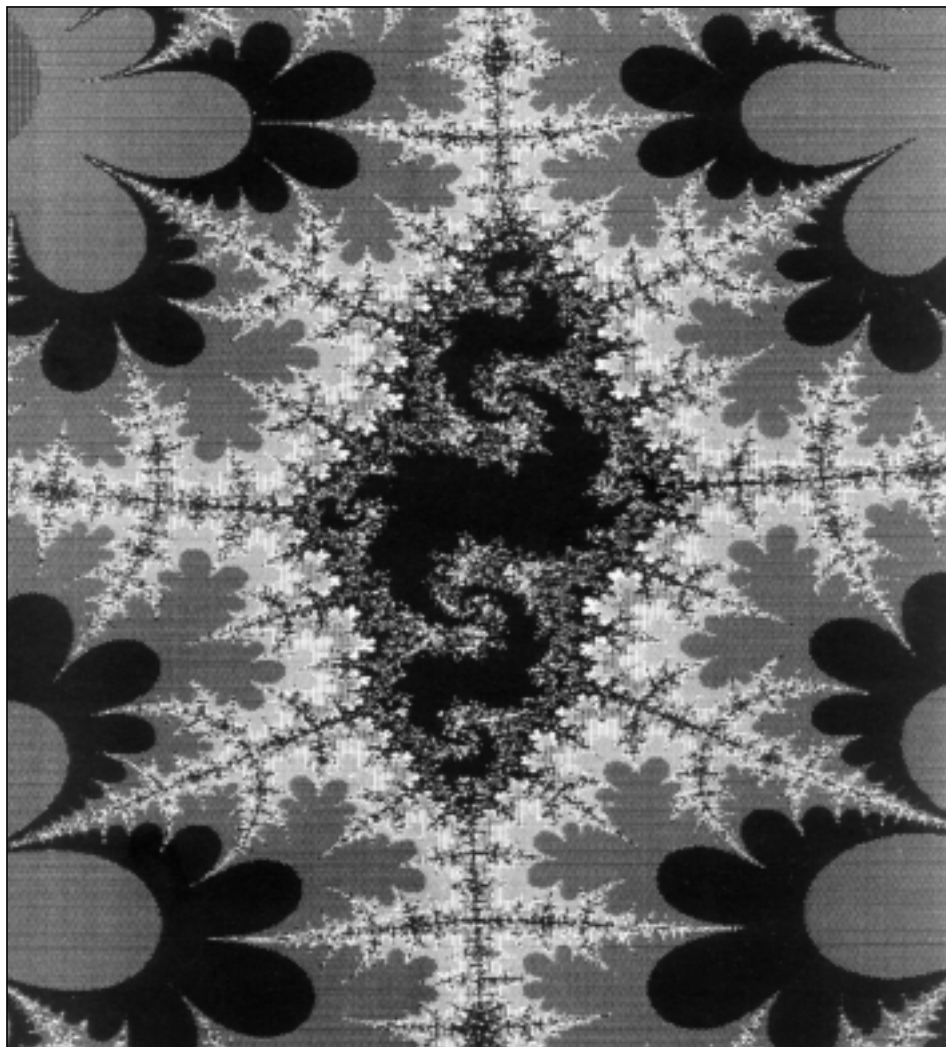
Pár szót erről a fraktálcsaládról.

A Chomskytól átvett és továbbfejlesztett formalizmus, amelyet a nemzetközi irodalom „turtle methode”-nak (teknősbéka módszernek) nevez, és amely egyszerű egyenes szakaszokból és szögekből álló kódnak (a papíron így látjuk: grafikai formának) a négyzetesen bővülő ismétléséből áll, nagyon elemi matematikával is megelégszük, mert tulajdonképpen csak egy additív módszer. És igaz ugyan, hogy éppen ezért nélkülözi a káosz-dinamika sok jellegzetes vonását (nincsen benne perióduskettőzés, és hiányzik a kezdeti feltételekre való ellenőrizhetetlenül kis léptékű érzékenység is – ezt az érzékenységet nevezik egyébként pillangó-effektusnak), ezzel szemben azonban ezek az „attraktorra” vagy bonyolult vonalhálavá terebélyesedő egyszerűbb rekurzív fraktáloknak is megvan a maguk varázsos dinamikájuk és előre nem látható fantasztikus formagazdagságuk. Ha pedig a képzőművészet szerényebb igényeivel (helyesebb persze így fogalmazni: makroszkopikus dimenziókhoz szokott szemléletmódjával) közeledünk hozzájuk, akkor azt mondhatjuk el róluk, hogy határterületnek tekinthetők az euklideszi geometriából is jól ismert formák, azok transzformációi, valamint a „szabad szemmel” már nem követhető, a megszokott szemlélettől elkanyarodó bonyolultabb fraktálgeometriai jellegzetességek között. Az L-system fraktálokon ugyanis olyan transzformációk is végrehajthatók, amelyek során azok akár meg is szűnhetnek fraktáloknak lenni – noha még ilyenkor is érvényes rájuk, hogy algoritmikusan generált geometriai alakzatok.

Hadd fordítsam le ezt a megállapítást a művészettörténész (és a laikus olvasó) prózaibb nyelvére: tulajdonképpen minden fraktáلالakzatot elvben a végtelenségig kellene iterálnunk, azaz a kiindulópontul szolgáló formulában rejlő művelati utasításokat a végtelenségig kellene megismételnünk ahhoz, hogy a fraktál tényleg „elkészüljön”. Ekkor a vonal követheletlenül finom rezgéssé, a sík végtelen filigrán szitává, a testek pedig porrá foszlóan áttört szivaccsá válnának. Ez az ideális tökéletességű elmerülés a végtelenül kicsiny arányok világában azonban csak gondolati aktus, hiszen nem valósítható meg sem a matematika gyakorlatában (ahol az idő és a technika végessége állja ennek útját), sem pedig a fizikai világban (ahol meg az atomok és a szubatomáris részecskék küszöbének az elérése teszi lehetetlenné a további felaprózást). Valahányszor tehát egy-egy könyv oldalain fraktálképeket látunk, azok mindig csak megközelítések, mindig csak „elkezdett” fraktálok, és éppen az L-systemhez tartozó fraktálok esetében jellemző, hogy rendszerint csak az első négy-öt, esetleg hat-nyolc iterációig jutunk el a munkánkkal – a rendelkezésünkre álló egyszerűbb számítási eszközökkel nehéz lenne (de a szemléltetés számára fölösleges is) tovább pontosítani a fraktálkép újabb léptékváltással pontosított részleteinek a kiszámítását.

Ez a tökéletlenség teljesen érdektelen a matematikus számára; nem zavarja őt, ugyanis rég megszokta már, hogy szimbólumokkal dolgozzon (a  $\pi$ -t is „késznek”, valóságosnak tekinti, noha soha nem írja ki a végtelen sok tizedes tört jegyét). Más a helyzet a vizuális megismerés és a képzőművészet szakterületein. Itt is érvényes a szimbolikus ábrázolás szerepe, de más ennek a szimbolikának a motivációja. A képzőművészet sok ezer éves története folyamán ugyanis csak kivételes esetekben fordult eddig elő, hogy a művészet magával az ábrázolt tárggyal „ábrázolta”, jelölte volna a témáját. Jelölt és jelölő között mindig különbség feszül, a műalkotás csak nyelvi szimbólum, csak redukált valóság. Persze, nem mindegy, hogy miként redukálunk. A művészi redukció képes kell, hogy legyen olyan többlet-tartalmak közvetítésére is, amelyeket az eredeti tárgy még nem birtokolt.

Ezt a minőségi különbséget is biztosító redukciónak és távolságtartást nélkülözöm akkor, amikor képzőművészet címszó alatt csupán egy az egyben reprodukált fraktálképeket látok. És az ilyen fajta redukció lehetőségét érzem közelebb akkor, amikor a fraktálképek nyilvánvaló tökéletlensége (például az euklideszi geometriához közelebb maradó vázla-



*Julia / sin (kinagyított részlet)*

tos vonalassága) eleve arra figyelmeztet: ez még nem fraktál, hanem csak modellje mindannak, amit a szó jelent, és egyúttal megidézése annak, hogy milyen nyomot hagyott maga után a kultúra területén, míféle szemléletmódot teremtett meg a mindennapok világában ez a matematikán túlemelkedő fogalom.

Már vannak ilyen képzőművészeti alkotások. Hogy magyar példánál maradjak, hadd említsem meg az „Árnyékkötők” csoportjához tartozó *Szász János* nevét, aki a *Kassákon* át Malevicsig visszanyúló geometrikus absztrakció szellemében fest képeket – melyek azonban minden egyszerűségük és puritán szűkszavúságuk ellenére is a káosz-dinamika jegyeit viselik magukon. Iterált alakzatokra utaló olajfestmények, melyek olyan kompozíciós témával rendelkeznek, amelyeknek a léptékváltástól független önhasonlóság a lényegük. Mások bizonyára más példákat tudnának mondani. Ha összegyűjtenénk az ilyen alkotásokat, akkor valószínűleg úgy találnánk, hogy ami a művészek személye és egyéni stílusa fölél emelkedve összeköti őket, az talán nem is annyira a matematika vagy a

fraktálgeometria szeretete (jóllehet szerepet játszhat a művek megalkotásakor ez is), hanem mindenekelőtt egyfajta etikus magatartás, bizonyos fajta intellektuális teljesítmények tisztelete, és a bennük megfogalmazott ideák vállalása. Ha akarom, azt is mondhatnám, hogy egyfajta nonkonformista utópia kimunkálása.

\*

Mit keres itt ez a szó, hogy nonkonformizmus? Nos, a szabályos fraktálok szépsége és intellektuális érdekessége nem a természet műve, hanem a természet jelenségeiből absztrahált törvények ismerte, illetve ezek kamatoztatása, magyarul: az analitikus gondolkodás terméke. Noha igaz az, hogy a természeti világ alakzatai túlnyomórészt fraktális jellegűek, a természet fraktáljai mégis tele vannak a véletlen és a statisztikus elosztású kölcsönhatások „szennyeződéseivel”. Így érthető, hogy a világban járva-elve miért van az, hogy sokszor csak „csúnya”, vagy legalábbis jellegtelen és szabálytalan alakú fraktálokat találunk. Megint meg kell ismételnem tehát: az a képanyag, amelyet a fraktálgeometriai szakkönyvek elének tárnak, idealizált, és többnyire úgy aránylik a természeti valósághoz, mint egy tökéletes arányú dór oszlop az őserdő fáihhoz. Általában azonban az őserdő a divat, és így egyáltalán nem magától értetődő, ha ilyen körülmények között valaki még mindig (vagy már megint) az ideális oszlopok arányain dolgozik.

A káosz-dinamika és a fraktálképek konjunktúrája és a népszerűbb publikációkból da-gasztott média-dömping gyakran vetítette már elének azt a csábító képet, amely körülbelül arról szól, hogy a komputeren generált újdonságokat meglovagolva talán valami mesebeli várba érkezünk majd el (ide tartozik a virtuális valósággal kapcsolatos marketing-hadjárat is). Ez a kép biztos, hogy hamis, hiszen hozzátartozik az új technológiákat kísérő reklámfogásokhoz. *Galilei* helytállása vagy *Leonardo* intellektuális kíváncsisága helyett csak a tömegtársadalom idoljai lennének itt a szálláscsinálók (és ne tagadjuk, hogy még Mandelbrot vitathatatlan nagyságára is rávetül egy csipetnyi abból a zavaró árnyékból, ami a mai időknek jobban megfelelő tudós típusának, az *Einstein*ből és *Walt Disney*-ből összegyúrt marketing-menedzser-polihisztornak felelhet meg).

A szóban forgó nonkonformizmus idealizmusa abban áll, hogy ennél szerényebb, aszketikusabb és szolidabb eredményekre törekszik, például, hogy munkájából éppen a Walt Disney-faktort próbálja kikapcsolni. Hogy milyen esélyei vannak a sikerre, az nagyon bizonytalan. E kérdésre majd talán a jövő tudománya és művészete ad választ.

### Irodalom

- MANDELBROT, BENOIT: *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Comp., New York 1982; németül: *Die fraktale Geometrie der Natur*. Birkhäuser, Basel–Boston 1987.
- PEITGEN, HEINZ-OTTO-RICHTER, PETER H.: *The Beauty of Fractals. Images of Complex Dynamics Systems*. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York–Tokio 1986.
- SEIFRITZ, WALTER: *Wachstum, Rückkopplung und Chaos*. Carl Hanser Verlag, München–Wien 1987.
- GRÜNBAUM, B.–SHEPARD, G. C.: *Tillings and Patterns*. Freeman and Comp., New York 1987; *Tillings and Patterns, An Introduction*. Freeman and Comp., New York 1989. (A „parketták” és más matematikailag elemezhető síkidomok alapvető kézikönyve.)
- PEITGEN, HEINZ-OTTO-SAUPE, DIETMAR: *The Science of Fractal Images*. Springer-Verlag, New York–Berlin–Heidelberg 1988.
- BARNSELY, MICHAEL, F.: *Fractals Everywhere*. Academic Press, 1988, 1993 (második bővített kiadás); németül: *Fraktale. Theorie und Praxis der Deterministischen Geometrie*. Spektrum-Verlag, Heidelberg–Berlin–Oxford 1995; *The Artificial intelligence Debate*. Szerk.: GRAUBARD, S. R. MIT Press, Cambridge–London 1988; németül: *Probleme der Künstlichen Intelligenz*. Computerkultur, Band IX. (Herg.: Rolf Herken). Springer-Verlag, 1996.
- BEHR, REINHARDT: *Ein Weg zur fraktalen Geometrie*. Ernst Klett Schulbuchverlag, Stuttgart 1989. (Nagyon ajánlható iskolai könyv kezdőknek.)

PRUSENKIEWICZ, PRZEMYSŁAW-LINDENMAYER, ARISTID: *The Algorithmic Beauty of Plants*. Springer-Verlag, New York–Berlin–Heidelberg–London–Paris–Tokyo–Hong Kong–Barcelona–Budapest 1990, 1996 (soft cover ed.)

PICKOVER, CLIFFORD A.: *Computers, Pattern, Chaos and Beauty*. St. Martin's Press, 1990.

SCHROEDER, MANFRED: *Fractals, Chaos, Power Laws*. W. H. Freeman and Comp., New York 1991; németül: *Fraktale, Chaos und Selbstähnlichkeit*. Spektrum, Heidelberg–Berlin–Oxford 1991.

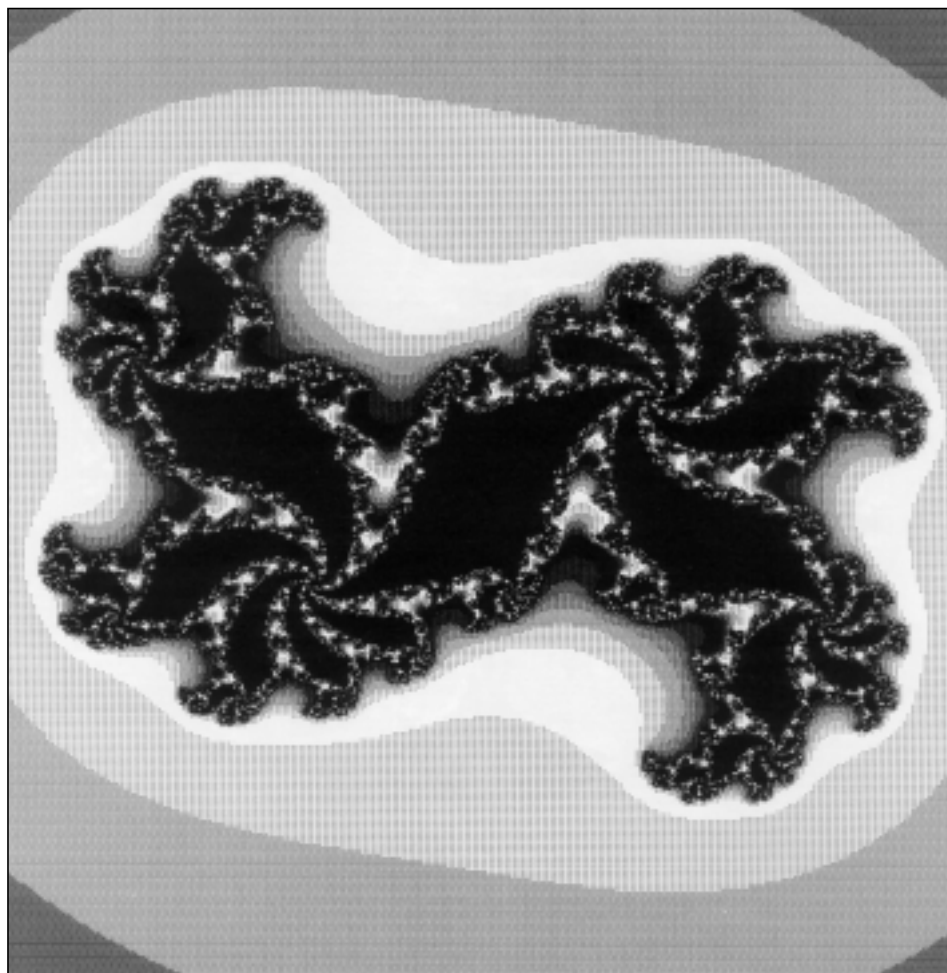
VICSEK TAMÁS: *Fractal Growth Phenomena*. World Scientific, Singapore–New Jersey–London–Hong Kong 1992. (A szerző a budapesti ELTE atomfizikai tanszékének a munkatársa.)

PEITGEN, H-O.-JÜRGENS, H.-SAUPE, D.: *Fractals for the Classroom. 1–2*. Springer-Verlag, 1992; németül két különböző című kötetben: *Bausteine des Chaos, Fraktale / C-H-A-O-S, Bausteine der Ordnung*. Klett-Cotta/Springer-Verlag, 1992–1994. (Kimagasló jelentőségű reformtankönyv a közép- és szakiskolai matematikaoktatás számára, magasabb szinten.)

PICKOVER, CLIFFORD, A.: *Computers and Imagination*. St. Martin's Press, 1991; németül: *Mit dem Augen des Computers*. Mark&Technik Verlag, 1992.

STELLER, ERWIN: *Computer und Kunst. Programmierte Gestaltung: Wurzeln und Tendenzen neuer Ästhetiken*. BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim–Wien–Zürich 1992. (A művészi igényű komputer-grafikai kísérletek szisztematikusan bemutatását vállaló és elvi-elméleti problémáit is tárgyaló igényes – és drága! – kötet.)

WEGNER, TIMOTHY-PETERSON, MARK: *Fractal Creations, Second Edition*. Waite Group Press, 1993 (A közismert *Fractint* című fraktálgeneráló program alkotóinak a kötete a program használatáról és általában a fraktálokról. A szerzők a *Fractint Windows* változatáról is írtak 1992-ben egy kötetet *Fractals for Windows* cí-



Julia-halmaz

men.); németül: ez idő szerint a Fractal Creations első, 1991-es, *úthaladott* kiadásának a fordítása jelent még csak meg: *Fraktale Welten*. te-wi Verlag, München 1992.

HERMANN, DIETMAR: *Algorithmen für Chaos und Fraktale*. Addison-Wesley, Bonn–Paris–Reading Mass. 1994. (Matematikai elemzésekkel is ellátott nagyon használható képletygyűjtemény.)

BIGALKE, H-G.–WIPPERMANN, H.: *Reguläre Parkettierungen*. BI-Wissenschafts-verlag, Mannheim–Leipzig–Wien–Zürich 1994.

QUAISSER, ERHARD: *Diskrete Geometrie*. Spektrum, Heidelberg–Berlin–Oxford 1994.

PICKOVER, CLIFFORD, A.: *The Pattern Book, Fractals, Art and Nature*. World Scientific, Singapore–New Jersey–London–Hong Kong 1995.

WEGNER, TIMOTHY: *Image Lab, Second Edition*. Wait Group Press, 1995. (A virtuóz hatásokat célzó fraktál-animáció, és a vele kapcsolatos RDS stereo kép-technika, 3-D képalkotás, ray-tracing eljárások, stb. aktuális szintű tárgyalása. Ennek a könyvnek is csak az első, 1993-as kiadása jelent meg eddig németül *Grafik-Atelier* – te-wi, München 1993 – címen.)