

56655

56655

Takács Viola

A tudásszerkezet mérése

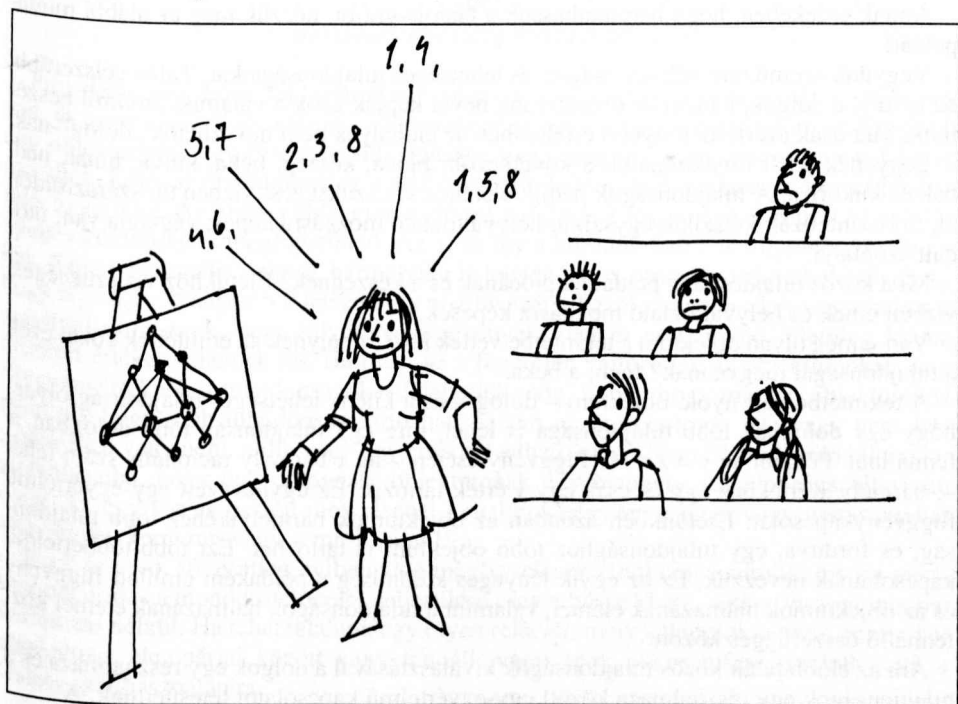


az iskolakultúra 1997/6-7 melléklete

Tárgyunk új szellemet képvisel, mert modern matematikai szemléletű, a hálóelméleten alapul. De másrészt kifejezi azt a pedagógiai trendet, hogy a statisztikai módszereket mindinkább felváltja a strukturális, a hálózatokat, szerkezeteket feltárni kívánó szemlélet. Továbbá – mivel a Galois-gráfok tanterv- és taneszközkészítésre is alkalmazhatók – egymástól nagyon távoli területek egységes apparátussal való kezelésére adnak lehetőséget, interdiszciplináris módon.

Eljárásunk a tudományosság és az objektív értékek szerinti elbírálás lehetőségét is természetes módon adja meg, amint ez az alábbiakból remélhetőleg kitetszik. Munkánk javaslat egy ismeretszintmérési eljárásra, olyanra, amely meglehetősen eltér a hagyományostól. Fő jellemzője, hogy számok nem szerepelnek benne, de ugyanakkor lehetővé teszi a szokásos, számokkal történő osztályozást is.

Amikor a tanár dolgozatot ír, a javítás után még sokat kell számolnia, statisztikákat, átlagértékeket készítenie. Így azután a tanulók tudásának – dolgozatíratással történő – felmérése után, a további tanítás során, éppen ezek az adatok hemzsegnének a fejében, ahelyett, hogy osztályának tudásszerkezete, a „Ki mit tud?” hálózata állna előtte.



1. ábra

A tanár az osztály tudásstrukturáját keresi

Írásunkban, a másféle értékelési, mérési eljárások szükségességének és hasznosságának teljes elismerése mellett, (1) javaslatot teszünk az úgynevezett Galois-gráfos módszer használatára is. Ezt azért tesszük, mert hitünk szerint a tanulóközösség ismereteinek szerkezete, e szerkezet vizuális ábrázolása termékenyítő lehet a tudás mérésében. Ha a tanár az előtte levő rajzon – mint egy térképen – látja, hogy ki mit tud, és méginkább,

hogy ki mit nem tud, akkor az segítségére lehet a differenciált foglalkozás megszervezésében, mert az azonos ismeretanyagú egyéneket oszthatja be egy csoportba. Az ismeretek e térképe az elemi ismeretek egymásra épülését is megmutatja, így lehetőséget nyújt tanítási stratégiák kidolgozására is.

Mivel az egyén tudását az úgynevezett szaktudományi gráfhoz hasonlítjuk, ezért biztosított az értékelés objektivitása, azaz nem önkényes mércét alkalmazunk, hanem a tanuló tudását ahhoz a tudományhoz viszonyítjuk, amelyből az illető tantárgy ered. A hagyományos osztályozás esetünkben úgy történhet, hogy a gráf rajzán vízszintes vonalakal meghúzzuk az elégséges, közepes, jó, illetve jeles határát.

A Galois-gráfok tanterv-, illetve taneszköztervezésre is alkalmazhatók. Mármost, ha a pedagógiai gyakorlatban, innovációban, fejlesztésben, kutatásban működő pedagógus olyan hatékony módszert sajátít el, amely széles skálán alkalmazható, akkor munkájának hatásfoka növekszik.

A módszer felhasználásához matematikai előismeretek nem szükségesek, a számításkok elvégzéséhez a gépi programok rendelkezésre állnak.

1. A Galois-gráf fogalma

1.1. Objektumok és tulajdonságai

Annak érdekében, hogy bemutathassuk a Galois-gráfot, nézzük meg az alábbi mintapéldát!

Vegyünk szemügyre néhány dolgot, és lehetséges tulajdonságait. Talán célszerűbb, ha nem is a dolgok, hanem az objektumok nevet kapják azok a valamik, amikről beszélünk. Már csak azért, mert nyelvi értelemben az élőlények nem nevezhetők „dolog”-nak.

Legyenek tehát objektumaink a következők: pióca, keszeg, béka, kutya, hínár, nád, bab és kukorica. A tulajdonságok pedig: életéhez víz szükséges; vízben él; szárazföldön él; fotoszintetizál; kétszikű; egyszikű; helyváltoztató mozgásra képes; végtagja van; utódait szoptatja.

Mi a közös tulajdonsága például a piócának és a keszegnek? Életükhöz víz szükséges, vízben élnek és helyváltoztató mozgásra képesek.

Van-e még olyan objektum a tekintetbe vettek közt, amelynek az említettek közül ezek a tulajdonságai megvannak? Igen, a béka.

A tekintetbe vett nyolc objektum – dolog – és a kilenc lehetséges tulajdonság olyan, hogy egy dolognak több tulajdonsága is lehet, míg egy tulajdonság több dologban is fennállhat. Például az $y = 2x + 3$ függvény esetén – ha x bármely racionális szám lehet –, bármely x értékhez egy és csak egy y érték tartozik. Ez úgynevezett egy-egyértelmű függvénykapcsolat. Esetünkben azonban az objektumok bármelyikéhez több tulajdonság, és fordítva, egy tulajdonsághoz több objektum is tartozhat. Ezt több-többértelmű kapcsolatnak nevezzük. Ez az egyik lényeges különbség a példaként említett függvény és az objektumok halmazának elemei, valamint a tulajdonságok halmazának elemei közt fennálló összefüggés között.

Ám az előbb talált közös tulajdonságok kiválasztásával a dolgok egy részhalmaza és a tulajdonságok egy részhalmaza között egy-egyértelmű kapcsolatot létesítettünk. A

pióca	} részhalmaz minden elemének megvan a	{	víz kell
keszeg			vízben él
béka			helyváltoztató mozgásra képes
tulajdonsága.			

Az ilyen részhalmazait zártnak nevezzük, mert a dolgok száma nem bővíthető anélkül, hogy a közös tulajdonságok száma ne csökkenne, s ugyanígy a tulajdonságok száma sem bővíthető anélkül, hogy a velük rendelkező dolgok száma ne csökkenne.

Tekintsük át most e dolgokat és tulajdonságokat áttekinthetőbb formában, egy úgynevezett relációtáblázatban.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	Életéhez víz kell	Vízben él	Száraz-földön él	Klorofillt termel	Két-szikú	Egy-szikú	Hely-változtató mozgásra képes	Végtagja van	Szoptat
1. pőca	+	+					+		
2. keszeg	+	+					+	+	
3. béka	+	+	+				+	+	
4. kutya	+		+				+	+	+
5. hínár	+	+		+		+			
6. nád	+	+	+	+		+			
7. bab	+		+	+	+				
8. kukorica	+		+	+		+			

1. táblázat

Objektumok-tulajdonságok relációtáblázat

Figyeljük meg, hogy táblázatunkban véges számú – szám szerint nyolc – objektum van, és ugyancsak véges számú – szám szerint kilenc – lehetséges tulajdonság. Továbbá egy objektumnak egy bizonyos tulajdonsága vagy megvan, vagy nincs meg. Úgy is mondjuk, hogy az objektumok és a tulajdonságok halmazának elempárjai között bináris reláció áll fenn. Az imént példaképpen idézett $y = 2x + 3$ függvényhez képest itt más lényeges különbség is megfigyelhető. Az x , és így a hozzátartozó y is folytonosan változhat. Azaz a racionális számok bármelyike is legyen egy x_1 , mindig választható olyan x_2 , hogy $|x_2 - x_1| < \varepsilon$, ahol $\varepsilon > 0$ tetszőleges pozitív szám. Ezzel szemben a két véges halmaz, amellyel dolgozunk, nem folytonos függvények, hanem csak nyolc, illetőleg kilenc diszkrét értéket vehetnek fel. Ha most az x független változónak az objektumokat, az y függvényértéknek a tulajdonságokat feleltetjük meg, látjuk, hogy minden objektumhoz nemcsak hogy több tulajdonság tartozhat, hanem az összetartozás léte vagy nem léte csakis igen vagy nem, nulla vagy egy értékkel adható meg. (Nem írhatjuk például a relációtáblázatba, hogy egy dolognak, objektumnak egy bizonyos tulajdonsága félig van meg! Az egy sor és oszlop metszésénél keletkező négyzetbe igent vagy nemet, nullát vagy egyet, keresztet vagy semmit írunk!)

Ezek az apró, sőt esetleg nyilvánvaló megfigyelések rendkívül fontosak, hiszen módszerünk csakis a mondott feltételek teljesülése esetén használható. Akkor viszont minden korlátozás nélkül. Ha tehát találunk egy olyan relációt, mely kétértékű, bináris, azaz a két alaphalmaz elempárjai között vagy fennáll, vagy nem, akkor máris gondolhatunk a Galois-gráf használatára.

Formálisan, legyen:

$O(o_1, o_2, \dots, o_n)$ objektumok halmaza, és

$P(p_1, p_2, \dots, p_m)$ tulajdonságok halmaza.

Tekintsük meg az

$R \subset O \times P$ relációt, ahol bármely $o_i \in O$, $p_j \in P$ lehet,

ha $o_i \in O$, $p_j \in P$, ha $(o_i, p_j) \in R$.

Térjünk most vissza a megtalált zárt részhalmazpárhoz, amely a [pióca, keszeg, béka] ~ {víz, vízben él, helyváltoztató mozgást végez} volt. Ezt úgy nyertük, hogy gondosan átvizsgáltuk a táblázatunkat. De nem csupán egy ilyen zárt részhalmazpár van, hanem több is. Valamennyinek a megkeresése fáradságos munka lenne, és nagy hibalehetőséget rejtene magában.

Mód van arra, hogy matematikai eljárás segítségével keressük meg az összes zárt részhalmazt. Elvileg a kilenc tulajdonságból alkotható összes részhalmaz száma $2^9 = 512$. Meglepő módon azonban a számítással megtalált összes zártaké csupán 18. Ezek a következők:

Tulajdonságok	Objektumok
1	1,2,3,4,5,6,7,8
1,2	1,2,3,5,6
1,3	3,4,6,7,8
1,4	5,6,7,8
1,2,3	3,6
1,3,4	6,7,8
1,2,7	1,2,3
1,4,6	5,6,8
1,7,8	2,3,4
1,2,4,6	5,6
1,3,4,5	7
1,3,4,6	6,8
1,2,7,8	2,3
1,3,7,8	3,4
1,7	1,2,3,4
1,2,3,4,6	6
1,2,3,7,8	3
1,3,7,8,9	4

2. táblázat

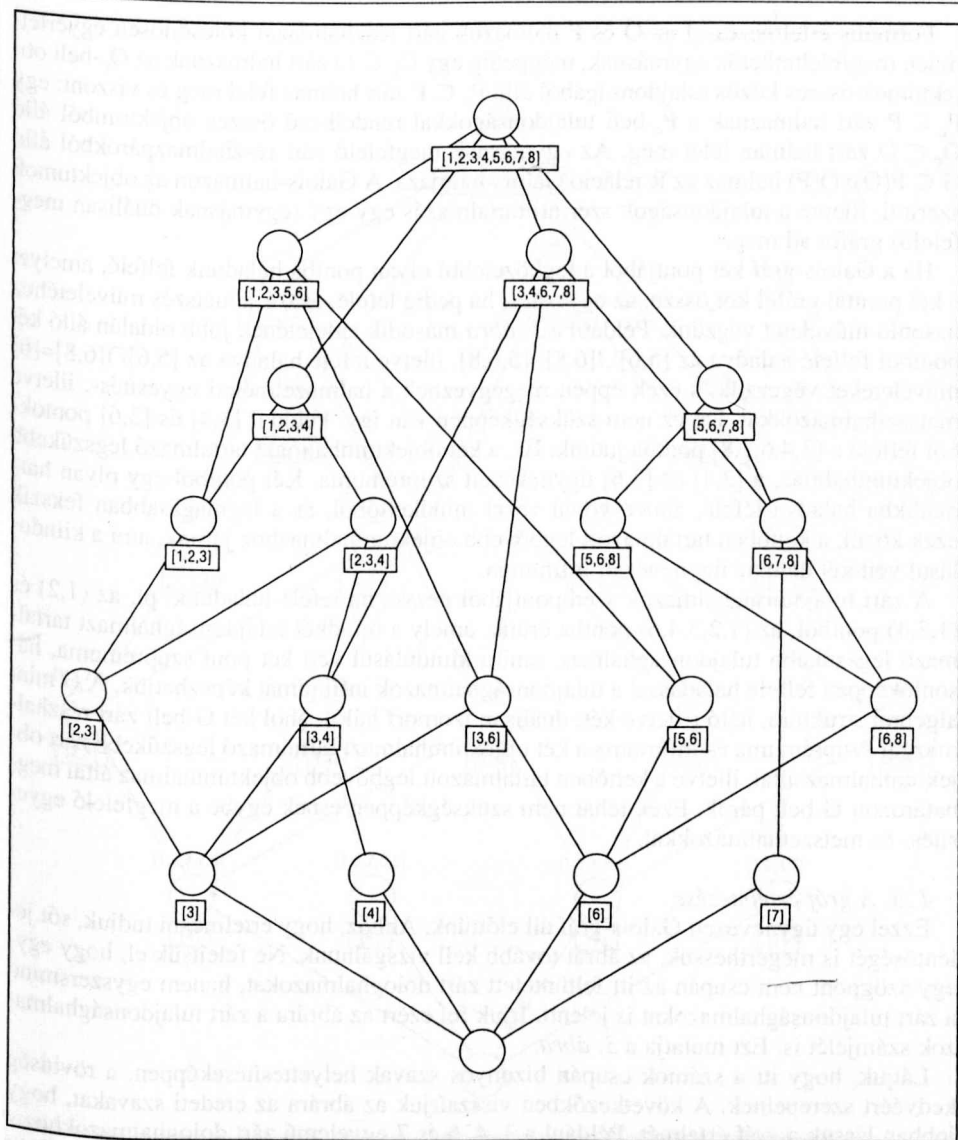
Objektumok–tulajdonságok – Zárt részhalmazpárok

1. 2. A gráf megrajzolása

Most ábrázoljuk a kapott zárt részhalmazpárok szerkezetét.

Eljárásunk a következő:

Minden zárt részhalmazpárt egy körrel jelölünk. Először eldöntjük, hogy az objektumok vagy a tulajdonságok szerint rendezzük-e el az ábrát. Rendezzünk az objektumok szerint! Rajzoljuk vízszintes szakasz mentén egymás mellé az egyelemű zárt objektum részhalmazokat jelölő köröket. Föléjük újabb vízszintes szakaszra helyezzük el egymás mellett a kételemű zárt objektum részhalmazokat és így tovább. Ezzel megkapunk gráfunk szögpontjait. Az első sort – a rövidség kedvéért – első emeletnek nevezzük, a második sort második emeletnek és így tovább. Az első emelet alá, középre rajzoljuk még a nulla elemet tartalmazó részhalmazt jelentő kört, és a legfelső fölé, középre a minden elemet tartalmazó halmazt jelentőt. A gráf általában pontok vagy szögpontok, illetve ezeket törött vonallal összekötő szakaszok rendszere. Mi a pontok összekötésének szabálya? Esetünkben a következő: Válasszunk ki tetszőleges szögpontot! Ezt összekötjük minden olyan alatta fekvő ponttal, amely a szóban forgónak legnagyobb részhalmazát jelentő kör. Az eljárást minden szögpontra nézve elvégezzük. Az eredményt a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf.

Objektumok szerint rendezve, csak számjellel, csak a zárt objektumhalmazokat feltüntetve

Felrajzolhatjuk a gráfot a tulajdonságok szerint rendezve is. Ekkor a gráf első emeletére az egyelemű zárt tulajdonsághalmazoknak megfelelő köröket rajzoljuk. A második emeletre a kételemű zárt tulajdonsághalmazoknak megfelelő köröket és így tovább. Ha az összes szögponthoz megrajzoltuk, akkor az őket összekötő úgynevezett gráféleket is meg kell rajzolni. Ennek szabálya ugyanaz, mint ahogy korábban leírtuk. Tetszőleges szögponthoz összekötünk minden olyan alatta fekvővel, mely a szóban forgó szögponthoz tartozó zárt tulajdonságcsoporthoz legnagyobb részhalmazát jelölő szögpont. Ezt az eljárást minden szögpontra nézve elvégezzük. Ekkor előttünk áll az objektumok-tulajdonságok Galois-gráfja, a tulajdonságok szerint rendezve.

Formális értelmezéssel az O és P halmazok zárt részhalmazai kölcsönösen egyértelműen megfeleltethetők egymásnak, mégpedig egy $O_c \subset O$ zárt halmaznak az O_c -beli objektumok összes közös tulajdonságából álló $P_c \subset P$ zárt halmaz felel meg és viszont: egy $P_c \subset P$ zárt halmaznak a P_c -beli tulajdonságokkal rendelkező összes objektumból álló $O_c \subset O$ zárt halmaz felel meg. Az egymásnak megfelelő zárt részhalmazpárokból álló $G \subset P(O) \times O(P)$ halmaz az R reláció Galois-halmaza. A Galois-halmazon az objektumok szerinti, illetve a tulajdonságok szerinti tartalmazás egy-egy (egymásnak duálisan megfelelő) gráfot ad meg.

Ha a Galois-gráf két pontjából a legközelebbi olyan pontba haladunk felfelé, amelyet e két ponttal gráfél köt össze, az egyesítés, ha pedig lefelé, akkor a metszés műveletéhez hasonló műveletet végzünk. Például a 3. ábra második emeletének jobb oldalán álló két pontból felfelé haladva az $[5,6] \cup [6,8] = [5,6,8]$, illetve lefelé haladva az $[5,6] \cap [6,8] = [6]$ műveleteket végezzük, s ezek éppen megegyeznek a halmazelméleti egyesítés-, illetve metszethalmazokkal. De ez nem szükségképpen van így. Például $[3,4]$ és $[3,6]$ pontokból felfelé a $[3,4,6,7,8]$ pontba jutunk. Ez, a két objektumhalmazt tartalmazó legszűkebb objektumhalmaz, a $[3,4]$ és $[3,6]$ úgynevezett szupréuma. Két pontból egy olyan harmadikba haladva lefelé, ahová vonal vezet mindkettőből, és a legmagasabban fekszik ezek közül, a kettőben tartalmazott legbővebb objektumhalmazhoz jutunk, ami a kiindulásul vett két halmaz úgynevezett infimuma.

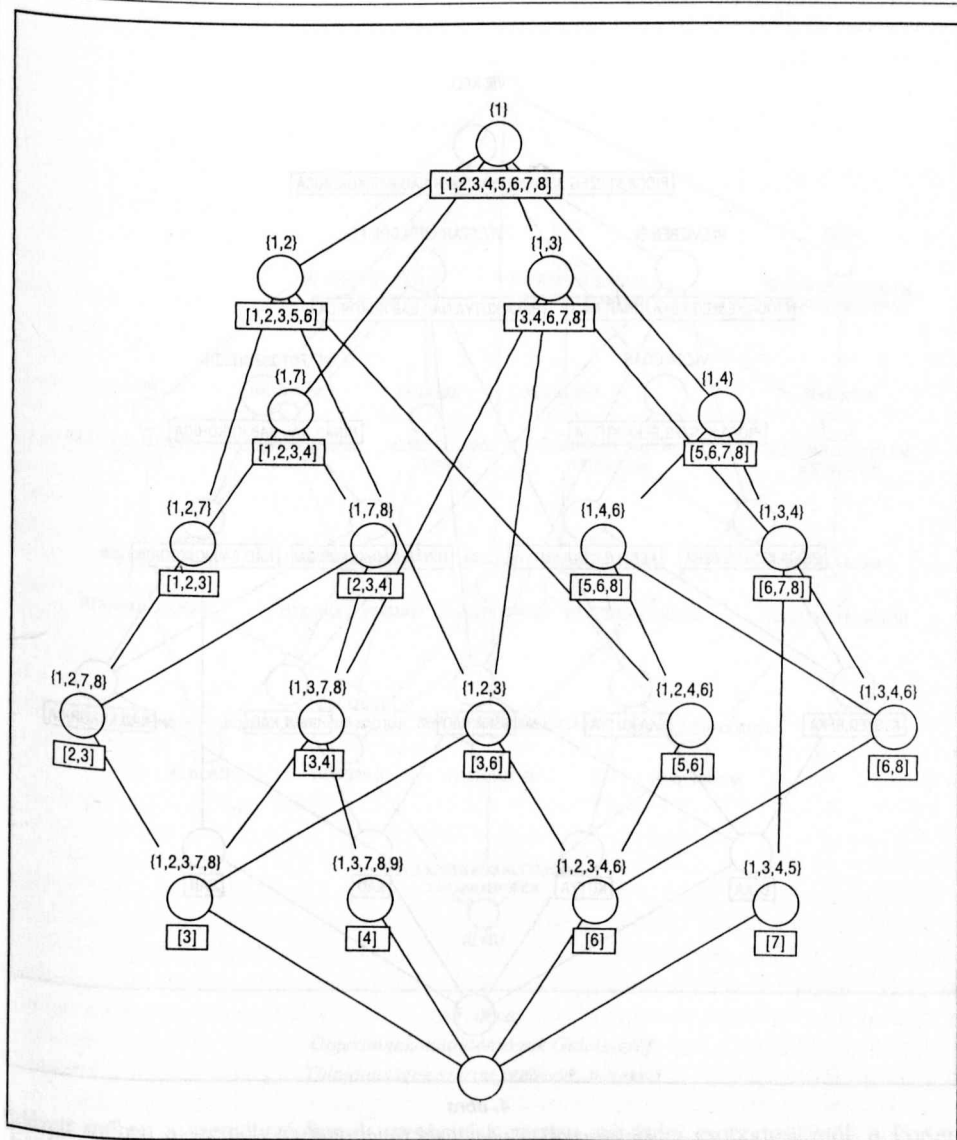
A zárt tulajdonsághalmazok szempontjából nézve, ha lefelé haladunk, pl. az $(1,2)$ és $(1,3,4)$ pontból, az $(1,2,3,4,6)$ pontba érünk, amely a mindkét tulajdonsághalmazt tartalmazó legszűkebb tulajdonsághalmaz, ami a kiindulásul vett két pont szupréuma, hasonlóképpen felfelé haladással a tulajdonsághalmazok infimumát képezhetjük. A G mint algebrai struktúra, háló (illetve két, duálisan izomorf háló), ahol két G -beli zárt részhalmazpár szupréuma és infimuma a két objektumhalmazt tartalmazó legszűkebb zárt objektumhalmaz által, illetve a kettőben tartalmazott legbővebb objektumhalmaz által meghatározott G -beli párok. Ezek tehát nem szükségképpen esnek egybe a megfelelő egyesítés- és metszethalmazokkal.

1.3. A gráf értelmezése

Ezzel egy úgynevezett Galois-gráf áll előttünk. Ahhoz, hogy értelmezni tudjuk, sőt jelentőségét is megérthessük, az ábrát tovább kell vizsgálnunk. Ne felejtjük el, hogy egy-egy szögpont nem csupán az itt feltüntetett zárt dologhalmazokat, hanem egyszersmind a zárt tulajdonsághalmazokat is jelenti. Írjuk fel ezért az ábrára a zárt tulajdonsághalmazok számjelét is. Ezt mutatja a 3. ábra.

Látjuk, hogy itt a számok csupán bizonyos szavak helyettesítéseképpen, a rövidség kedvéért szerepelnek. A következőkben visszaírjuk az ábrára az eredeti szavakat, hogy jobban lássuk a gráf értelmét. Például a 3, 4, 6 és 7 egyelemű zárt dologhalmazokhoz a béka, kutya, nád és bab szavakat és így tovább. Így kapjuk meg a végeredményt jelentő 4. ábrát.

Ez, a tekintetbe vett – kicsiny, véges – világban megadja a dolgok és tulajdonságaik teljes fogalmi rendszerét, ezek szerkezetét, illetve hierarchiáját. Például a negyedik emelet bal oldali pontja tartalmazza mindazokat az élőlényeket, amelyek helyváltoztató mozgásra képesek. Ezek a pióca, a keszeg, a béka és a kutya. Ezek az állatok. Ugyanígy a negyedik emelet jobb oldali pontja megadja mindazon élőlényeket, amelyek fotoszintézist végeznek; ezek a növények. Az ötödik emelet bal oldali pontjában a vízben élő élőlények neve található. A fogalmaknak a neve nincsen a gráfon, ezeket mi nevezzük el. A fogalmak mélysége és szélessége ugyancsak leolvasható az ábráról, nevezetesen, hogy melyik emeleten van az illető fogalom, és hány dolog tartozik bele. Azt is látjuk, hogy milyen szerkezetet alkot a fogalmak rendszere, sőt, az össze nem hasonlítható fogalmak is láthatók, amennyiben ezek egymás mellett találhatók a rajzon.



3. ábra

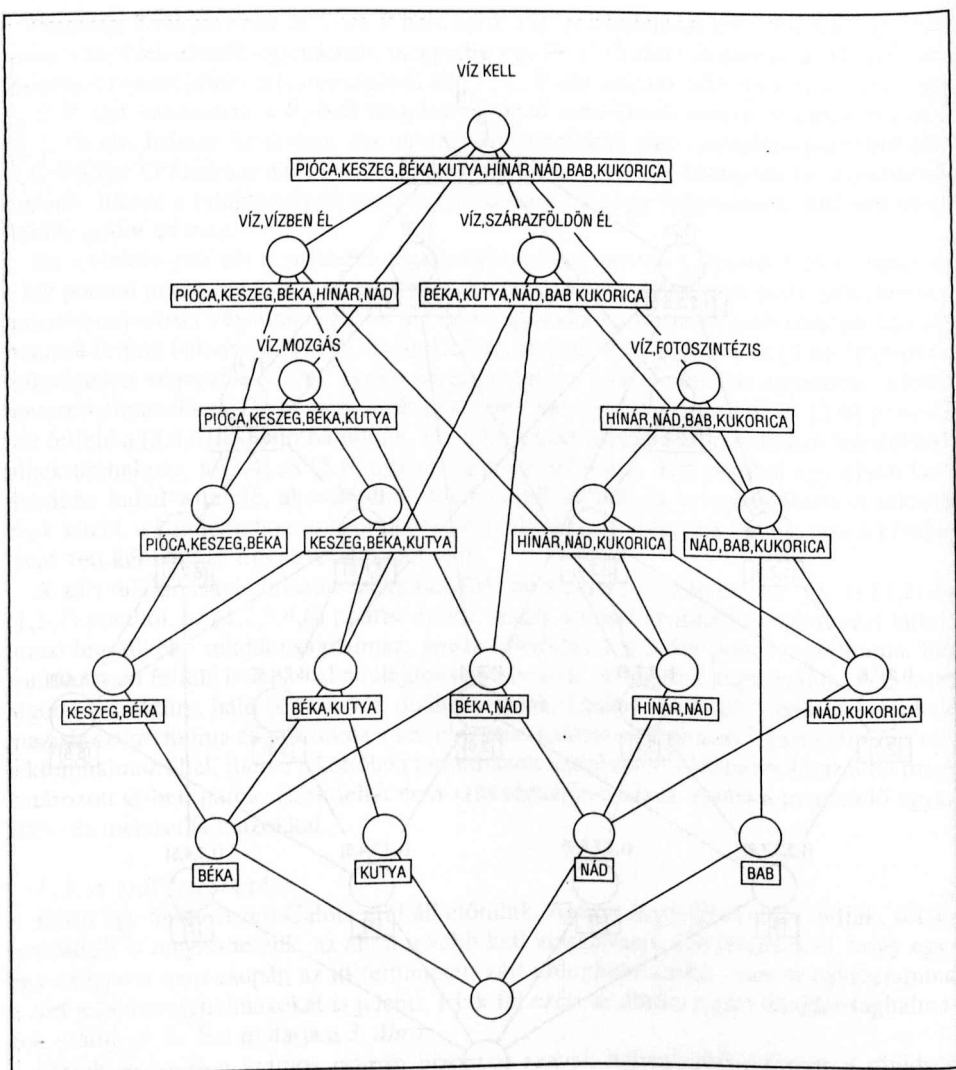
Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf.

Objektumok szerint rendezve, csak számjelekkel, a zárt objektum- és tulajdonsághalmazokat feltüntetve

Vizsgáljuk meg most a tulajdonságok szerint elrendezett rajzot is! A rövidítésként használt számjelek helyett itt írjuk vissza az eredeti neveket, szavakkal. Ekkor kapjuk az 5. ábrát.

Míg a 4. ábra az objektumokból alakítható fogalmi rendszert mutatta, addig itt az azonos tulajdonságokkal rendelkező rendszer tekinthető át. Létezik olyan matematikai szempont, mely szerint a két rendszer egyenértékű, de mint látjuk, a szemlélődő felhasználó szempontjából vizuális különbségek mutatkoznak.

Természetesen a mintapélda kicsi, ezért gondolhatjuk, hogy nem igényel a belőle kialakítható fogalmi rendszer ilyen apparátust. A lehetséges mindegyik fogalom módszeres



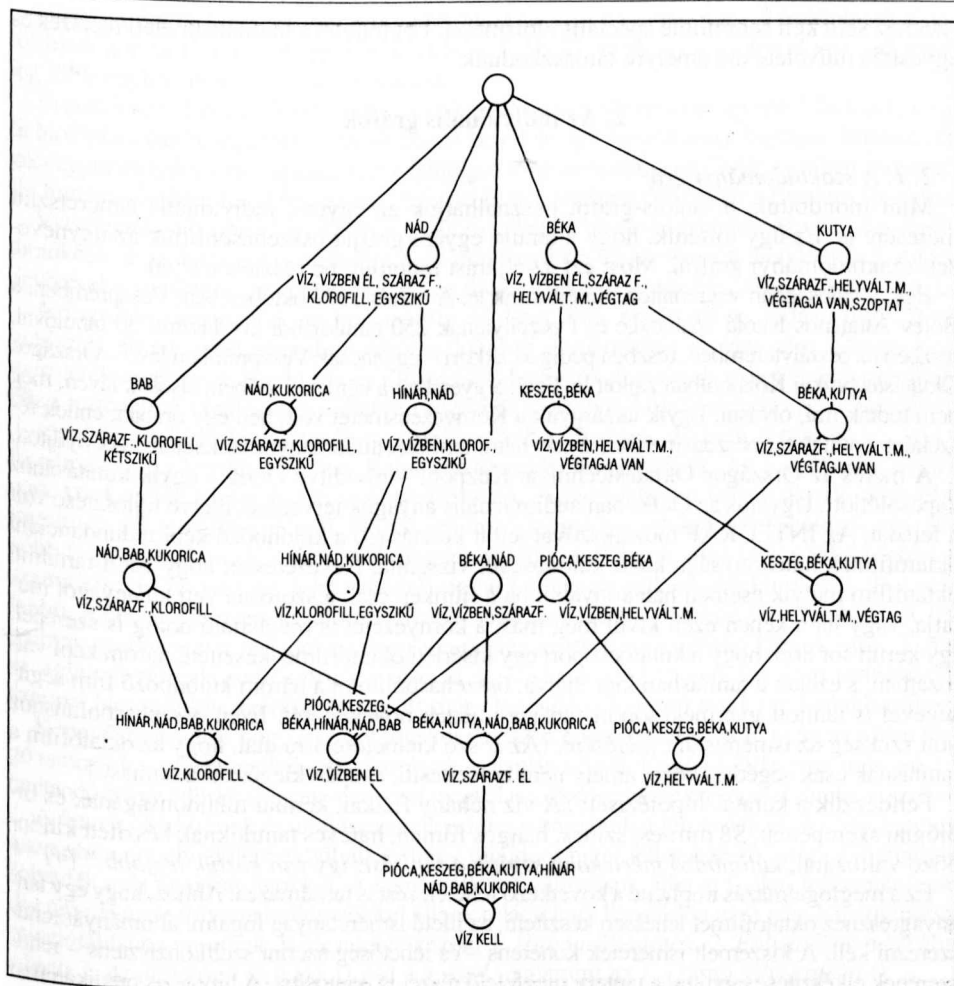
4. ábra

Objektumok–tulajdonságok Galois-gráf.
Objektumok szerint rendezve, nevekkél

megtalálása, strukturálása azonban még ilyen kis példán sem könnyű. Ha pedig az adatok száma nagyobb, akkor szinte megoldhatatlan a teljes rendszer létrehozása módszeres eljárás – algoritmus – nélkül. A legfontosabb pedig éppen a módszer, az algoritmus megadása.

Összefoglalva, a Galois-gráf a véges számú objektum és tulajdonság közti több-többértelmű összefüggést visszavezeti zárt objektumcsoportok és tulajdonságcsoporthoz, azaz egy-egyértelmű összefüggésre, úgy, hogy ezek ábrázolása megmutatja a köztük lévő hierarchiát és strukturát is. Az egy-egyértelmű összefüggések a felvett adatokból alakítható teljes fogalmi rendszert mutatják.

Megjegyezzük, hogy a németországi Darmstadt műszaki egyetemének matematikai tanszékén működő hálóméleti iskola, melynek vezetői R. Wille és B. Ganter professzorok, ezt a módszert „fogalomanalízisnek” nevezik. (2) A fogalomanalízist széleskörűen fel lehet használni. Az



5. ábra

Objektumok-tulajdonságok Galois-gráf.

Tulajdonságok szerint rendezve, nevekkkel

idézett műben a személygépkocsik meghajtása szerinti minőségi csoportosítástól, a Forum Romanum nevezetes épületeinek különböző útikalauzokban való szerepeltetésén át, a harmadik világ országainak az egyes olajtermelő csoportosulásokban való részvételéig találunk példákat.

Mielőtt rátérnénk az ismertetett Galois-gráfok gyakorlati felhasználásának ismertetésére, még két fontos megjegyzést teszünk. Először, hogy itt a bevezetésben mindössze egyetlen eljárást, algoritmust ismertettünk, a gráf megrajzolását. Ezt is csak azért, mert e pillanatban még nem áll rendelkezésünkre a Galois-gráf megrajzolásának számítógépi programja. Remélhetőleg hamarosan elkészül ez is, s akkor a felhasználónak igazán nem kell bajlódnia a technikai részletekkel. Bár ez esetben sem kell a szóban forgó algoritmust figyelmen kívül hagyni, hiszen így érthetjük csak meg a rajz jelentését.

Másodszor, a lehető legnagyobb mértékben mellőztük a matematikai háttér taglalását, s nem kívánjuk az olvasót az elméleti alapokkal terhelni. Írásunk gondolkodásmódjában van a matematika, hiszen a leírt szigorú szabályokat minden esetben be kell tartani. A felhasználás tárgyalásában lesz néhány újabb algoritmus is, amelyet el kell sajátítani, de

ezekhez sem kell semmiféle speciális előismeret. Legfeljebb a halmazelméleti metszés és egyesítés művelete az, amelyre támaszkodunk.

2. Az individuális gráfok

2.1. A szaktudományi gráf

Mint mondtuk, a Galois-gráfot használhatjuk az egyéni, individuális ismeretszint mérésére is. Ez úgy történik, hogy a tanuló egyéni grádját összehasonlítjuk az úgynevezett szaktudományi gráffal. Most ezt az eljárást mutatjuk be részletesebben.

Egy, a valóságban végrehajtott mérést írunk le. A mérés 1979 októberében, Veszprémben, a Botev Általános Iskola 1/a,b,c,d,e és f osztályainak 250 tanulójaiból kiválasztott 30 tanulóval, részben az osztályteremben, részben pedig az akkori – ugyancsak Veszprémben lévő – Országos Oktatástechnikai Központban zajlott le. Ezek a gyerekek a kérdéses időben, elsősök lévén, még nem tudtak írni, olvasni. Egyik tantárgyuk a Környezetismeret volt, heti egy órában; ennek részeként tanultak természetismeretet, amely némi természettudományos ismeretanyagot nyújtott.

A mérés az Országos Oktatástechnikai Központ – rövidítve OOK – egyik kutatásához kapcsolódott. Ugyanis az OOK-ban audiovizuális anyagok tervezése, illetve fejlesztése volt a feladat. Az INTEGRÁF mozaikszóval jelölt kutatás (3) a különböző képi redundanciájú oktatófilmek hatékonysága közti különbséget vizsgálta. Nevezetesen, hogy adott tartalmú oktatófilm melyik esetben hatékonyabb: ha a filmkép csak a szorosan vett tananyagot mutatja, vagy ha a képen ezen kívül még más, a környezetet is megláttató dolog is szerepel. Így került sor arra, hogy a kutatócsoport egy kísérleti oktatófilmet készített, három képi változatban, s ezeket a tanításban kipróbálva, összehasonlította a három különböző film segítségével is tanított gyermekcsoport tudásszintjének növekedését. Ezen összehasonlításhoz volt szükség az ismeretszint mérésére. (Az *is* szó kiemelése arra utal, hogy az oktatófilm a tanításnak csak segédeszköze, amely nem helyettesíti, csupán kiegészíti a tanítást.)

Felidézzük a kutatás hipotézisét: „A víz néhány fizikai, kémiai tulajdonságának és biológiai szerepének, S8 mm-es, színes, hangos filmen, hatéves tanulóknak készített különböző változatai, *különböző mértékben segítik a tanítást: így van köztük legjobb.*” (4)

Ez a megfogalmazás implicite a következő feltételezést is tartalmazza: Ahhoz, hogy egy tananyagrészhöz oktatófilmet lehessen készíteni, az illető ismeretanyag fogalmi állományát rendszerezni kell. A kiszemelt ismeretek koherens – és lehetőség szerint szelfkonzisztens – rendszerének elkészítése egyúttal a tanterv megfelelő részét is pontosítja. A hipotézis predikátumát elemezve, hogy tudniillik az oktatófilmek különböző változatai különböző mértékben segítik a tanítást, így van köztük legjobb; azt látjuk, hogy ez az állítás három részből áll. Először, hogy a film a tanítás segédeszköze; másodsor, hogy azonos tartalmat különböző filmek valósítanak meg a kutatásban; harmadszor, hogy több közül a legjobb film kiválasztásáról van szó.

A film a tanítás segédeszköze. Hitünk szerint az oktatófilm önmagában nem áll meg. A pedagógus hivatott arra, hogy a film adta lehetőségeket mozgósítsa. Film nélkül lehet tanítani, de a film pedagógus nélkül nem tanít. Ezért hatását a tanítási folyamatban biztosítani kell, s ezt mérni is szükséges. Sajnos, az idézett kutatás során nem valósulhatott meg a tanítási folyamatban történő mérés, mivel a munka nem volt összhangban a tanmenettel, így in vivo helyett, in vitro, azaz laboratóriumi mérésre adódott csak lehetőség.

Az idézett állítás második része filmváltozatokra utal. Miben állhat az egyes filmek közti különbség? Abban, hogy az ismereteket különböző tömörségben közlik. A filmben mind a képnyelv, mind a szónyelv különböző mértékben lehet redundáns. Empirikus vizsgálatok nélkül is, logikai úton, valószínűsíthető, hogy a szélsőségesen redundáns információközlés nem hatásos eszköze a tanításnak. De vajon van-e a másik irányban is racionális határ, azaz bizonyos tömörséget nem haladhat meg az oktatófilm? Feltételezhetjük, hogy pszichológiai, pontosabban tanuláslélektani okokból a gyermekek bizonyosnál sűrűbb ismeretközlést már egyáltalán nem fogadnak be.

Végül rátérünk hipotézisünk harmadik részére, arra ugyanis, hogy a különböző okta-
tófilmek hatása különböző, így van köztük legjobb. De nem egy legjobbról van szó; eset-
leg több egyforma hatású is lehet köztük.

Visszatérve a filmmel/filmekkel tanítandó tartalomra, a víz néhány egyszerű fizikai, kémiai
és biológiai tulajdonságáról kívántunk filmet készíteni, így esetünkben a biológia, kémia és fi-
zika egynémelyik elemi fogalma volt a feldolgozandó ismeretanyag. Tehát a szóban forgó tel-
jes fogalmi rendszer tisztázása az első feladat. Ehhez értelmezzük magát a fogalom fogalmát.

Vizsgáljunk meg objektumokat és vegyük figyelembe bizonyos tulajdonságaikat. Az objek-
tumoknak az az összessége, miszerint azok mindegyike a tekintetbe vett tulajdonságok mind-
egyikével – mindenesetre – rendelkezik; az illető objektumösszesség (közös) fogalmát adja.

A fogalom fogalmának ez konstruktív és dinamikus értelmezése. Konstruktív, mert
módszert ad az adott objektumokból a fogalmi általánosítás elvégzésére. Dinamikus,
mert a tekintetbe vett objektumok, illetve tulajdonságok számának változtatásával külön-
böző terjedelmű (szélességű), illetve mélységű fogalmak konstruálására ad lehetőséget.

A fogalmi rendszer kialakításához azonban csak szükséges, de nem elegendő az egyes
fogalmak tiszta körülhatárolása. Rendszerről akkor beszélhetünk, ha a különféle fogal-
mak szerkezetét, hierarchiáját is összeállítottuk. A hierarchiát a fogalmaknak szélesebb
fogalmak alá rendelése jelenti. Közös jellemző jegyekkel rendelkező fogalmak egy bő-
vebb fogalmat alkotnak – azaz több objektum tartozik beléjük, de a közös tulajdonságok
száma kisebb. És viszont: több tulajdonsággal jellemezhetjük az objektumokat, de e mé-
lyebb, jobban jellemzett fogalom szűkebb, azaz kevesebb objektum tartozik bele. A fo-
galmak szerkezetét a terjedelem vagy a mélység szerinti rendezéssel kapjuk meg. Tehát
az egyes fogalmak pontos értelmezése és az összes szerepeltetett fogalom tartalmazás
szerinti hierarchikus szerkezete együtt már elegendő a fogalmi rendszer kialakításához.

Könnyű észrevenni, hogy a kívánt fogalmi rendszer, éppen a Galois-gráf, mely a szóban for-
gó ismeretek – objektumok és tulajdonságaik – alapján készül. Ezért a feladat nem más, mint a
tanítandó anyag fellistázása igen-nem-mel megválaszolható valamilyen kapcsolat/reláció szerint.

A felvett objektumok és tulajdonságaik mintegy önmagukat rendezték el. Az objektumok
azon része, amely élőlényekből áll, néhány tulajdonsággal jellemezhető, míg egynémelyik
folyadék más tulajdonságokkal. A halmazállapot-változások, illetve fizikai folyamatok pe-
dig úgynevezett folyamatjellemzőkkel állnak relációban. Ily módon nem egy, hanem három
relációtáblához jutottunk. Ezek a következők: 1. *Halmazállapotok*; 2. *Folyadékok tulajdon-
ságai*; 3. *Az élőlények és a víz*. (Lásd a 3. és 4., valamint az 1. számú táblázatokat!)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	Melegíteni kell	Környezet melegíti	Tetsző- leges hő- mérséklet	Kezdeti szilárd	Kezdeti folyadék	Kezdeti gáznemű	Végso gáznemű	Végso folyadék	Végso folyadék
1. deszt. víz ké- szítése	+				+		+	+	
2. oldás	+		+	+	+			+	
3. párolgás	+		+		+			+	+
4. forrás	+				+			+	+
5. lecsa- pódás		+	+			+		+	
6. fagyás		+			+		+		
7. olvadás	+			+				+	

3. táblázat

1. film: *Halmazállapotok.*

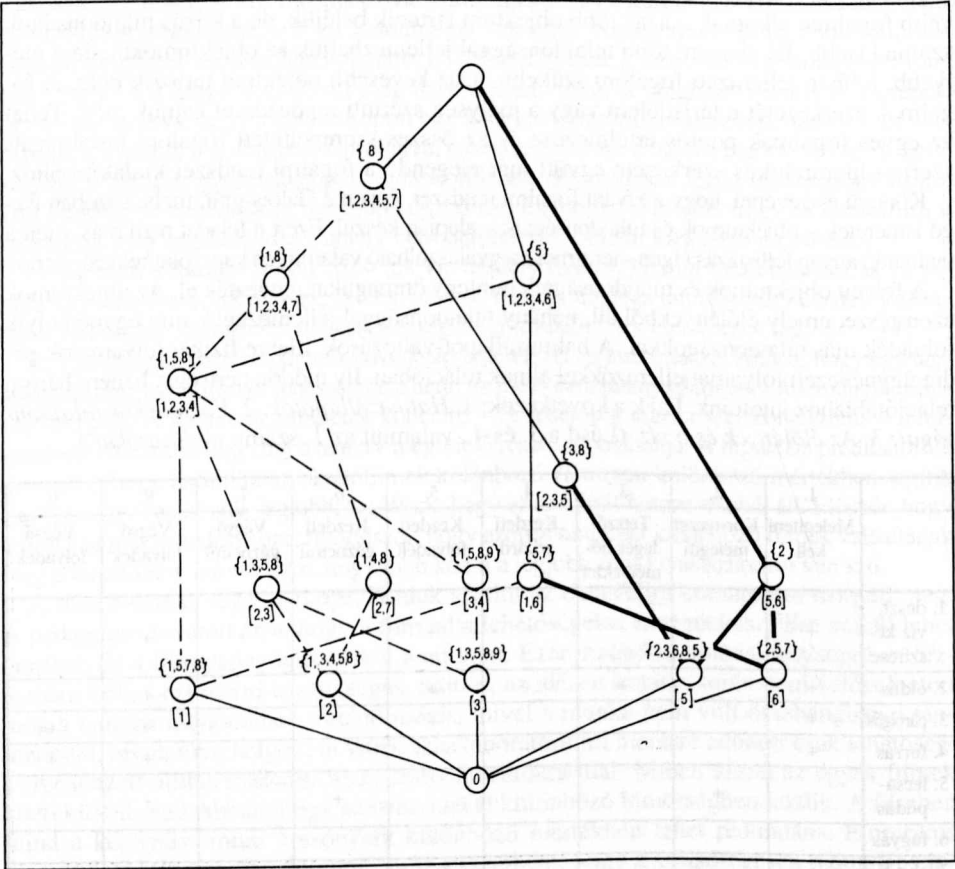
Szaktudományi relációtábla

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
	Íze van	Szaga van	Színe van	Átlát-szatlan	Önálló alakja van	Térfogata nem állandó	Sűrű-sége > víz	Sűrű-sége < víz	Folyéko-nyabb a víznél	Kevésbé folyékony, mint a víz
1. deszt. víz										
2. víz	+						+			+
3. ecet	+	+					+		+	
4. olaj	+	+	+					+		+
5. tej	+	+	+	+			+			+
6. méz	+	+	+				+			+
7. jég					+			+		
8. vízgőz						+		+		

4. táblázat

2. film: Folyadékok.

Szaktudományi relációtábla



6. ábra

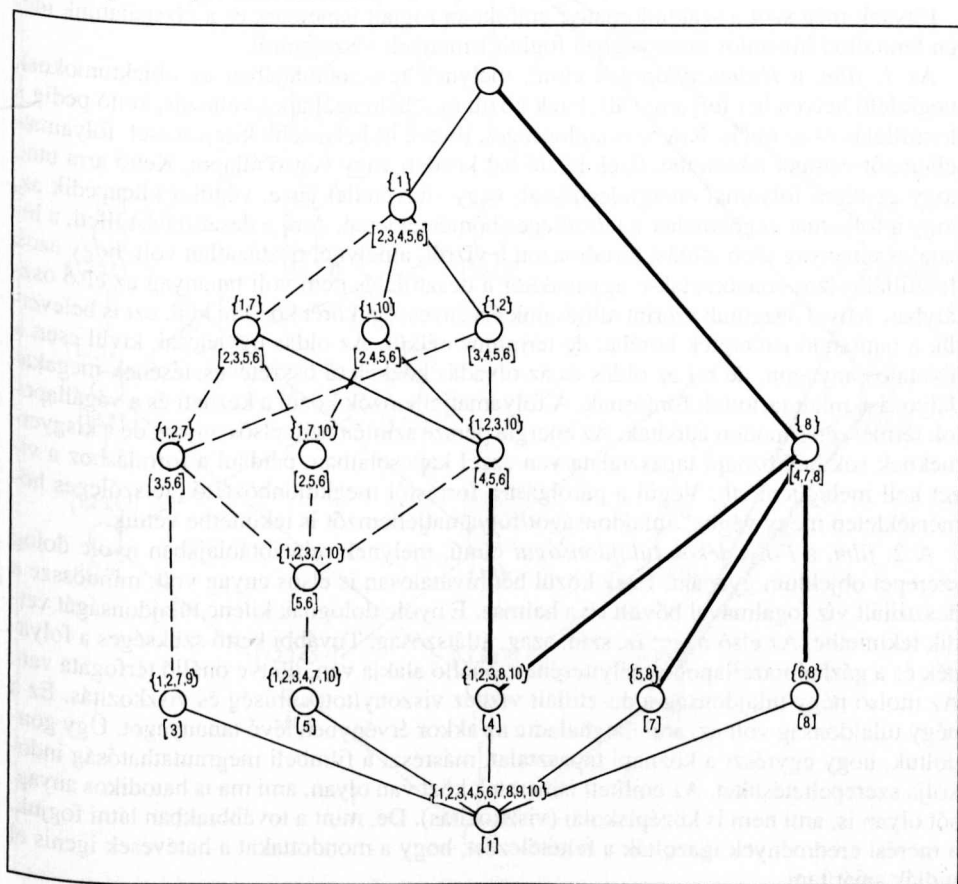
Szaktudományi gráf.

1. film: Halmazállapotok.

Objektumok szerint rendezve

Pedagógiai értelemben ez a megtanítandó tananyag célrendszere. Lévéen az itt szereplő taneszköz oktatófilm, a készítendő film célrendszere is ez. Látszik, hogy érdemes három külön filmet tervezni, hiszen közülük egy-egy önmagában is megáll. A Galois-gráfok készítésének – s így használatának is – kulcskérdése először a megfelelő reláció megtalálása. Ez esetünkben objektumok és tulajdonságaik, illetve folyamatok és folyamatjellemzők között sikerült. A második kulcskérdés a relációtábla összeállítás. Csak olyan táblát használhatunk, amelyben nincsen két azonos sor vagy oszlop. Tehát például olyan két objektum, amelynek ugyanazok a tulajdonságai, mert akkor nincs, ami különbséget tegyen e két objektum között. Ugyanúgy nem vizsgálható két olyan tulajdonság, amelyek ugyanazokban az objektumokban fordulnak elő, mert akkor nincs, ami különbséget tegyen e két tulajdonság között.

Ez bizonyos szűrést jelent, a kezdetben intuitív módon felvett adatok között. Adott esetben viszont újabb sort vagy oszlopot kell felvennünk a táblázatba, éppen a megkülönböztethetőség érdekében. Látjuk, hogy a három relációtábla már megfelel a követelményeknek. Mindegyikük alapján Galois-gráfot készítettünk. Mivel ezek tartalma megfelel a tudományos igazságnak, ezeket „szaktudományi gráf”-oknak neveztük el. Képiük mutatják a 6., 7. és a 4. ábrák.



7. ábra

Szaktudományi gráf.

2. film: Folyadékok.

Objektumok szerint rendezve

A három rövid, egyenként mintegy három perc vetítési idejű oktatófilm forgatókönyvét a kapott gráfok alapján írtuk meg, oly módon, hogy egy-egy snitt (vágás nélküli filmrész) a gráf egy-egy szögpontjának feleljen meg.

A filmváltozatok úgy készültek, hogy azonos szöveghez más-más képi környezetet fényképeztünk. Három fokozatban növeltük meg a képi redundanciát; ami a képen csak a legszűkebb, tanítandó jelenséget mutatta, azt „laborkörnyezet”-nek neveztük el; ahol a kép bizonyos hétköznapi környezetbe ágyazva, szereplő személlyel együtt látatta a tanulni való ismeretanyagot, azt „köznapi környezet”-nek hívtuk; míg azt, amely a nagyobb, a jelenséget körülvevő környezetet is megjelenítette, azt „természeti környezet”-nek mondtuk. Így azután három rövid szövegre összesen kilenc film készült, az 1., 2. és 3. (*Halmazállapotok, Folyadékok tulajdonságai és Az élőlények és a víz*), mindegyik laboratóriumi, köznapi és természeti környezetben. Mindegyik film alapja a szaktudományi gráf volt.

Jelen írásunk egyetlen valóságos esetet ismertet, de természetesen ugyanezek a szaktudományi gráfok lehetnek volna egy tankönyv bizonyos részének alapjai, vagy bármely más taneszköz tervezésének kiindulásául szolgálhattak volna. Akár tanítási program gyanánt is tekinthető a szaktudományi gráf.

Ejtsünk még szót a szaktudományi gráfokban foglalt ismeretek és a vizsgálatunk idején fennállott hivatalos tananyagban foglalt ismeretek viszonyáról.

Az 1. film, a *Halmazállapotok* című, melynek relációtáblájában az objektumoknak megfelelő helyen hét folyamat áll. Ezek közül öt – halmazállapot-változás, kettő pedig a desztillálás és az oldás. Kilenc tulajdonságot, illetve itt helyesebb kifejezéssel: folyamatjellemzőt vettünk tekintetbe. Ezek közül hat kezdeti vagy végző állapot. Kettő arra utal, hogy az illető folyamat energialeadással, vagy -felvétellel jár-e, végül a kilencedik az, hogy a folyamat végbemehet-e tetszőleges hőmérsékleten. Ami a desztillálást illeti, a hivatalos tananyag több állítást tartalmazott a vízről, amelynél tisztázatlan volt, hogy azok desztillált vízre vonatkoztak-e ugyanakkor a desztillálás nem volt tananyag az első osztályban. Mivel nézetünk szerint állításaink érvényességi körét közölni kell, ezt is belevetjük a tanítandó ismeretek körébe, de terminus nélkül. Az oldás ugyancsak kívül esett a hivatalos anyagon, de mi az oldás és az olvadás közkeletű összetévesztésének megakadályozása miatt tartottuk fontosnak. A folyamatjellemzők közül a kezdeti és a végállapotok természetes módon adódtak. Az energia persze szintén nem elsős anyag, de a kisgyermeknek sok hétköznapi tapasztalata van ezzel kapcsolatban, például a forraláshoz a vizet kell melegíteni stb. Végül a párolgást a forrástól megkülönböztetett „tetszőleges hőmérsékleten megy végbe” tulajdonságot/folyamatjellemzőt is tekintetbe vettük.

A 2. film, a *Folyadékok tulajdonságai* című, melynek relációtáblájában nyolc dolog szerepel objektum gyanánt. Ezek közül hét hivatalosan is elsős anyag volt, mindössze a desztillált víz fogalmával bővült ez a halmaz. E nyolc dolognak kilenc tulajdonságát vettük tekintetbe. Az első négy: íz, szín, szag, átlátszóság. További kettő szükséges a folyadék és a gázhalmazállapot elmélyítéséhez: önálló alakja van, illetve önálló térfogata van. Az utolsó négy tulajdonság a desztillált vízhez viszonyított sűrűség és viszkozitás. Ez a négy tulajdonság volt az, ami meghaladta az akkor érvényben lévő tananyagot. Úgy gondoltuk, hogy egyrészt a köznapi tapasztalat, másrészt a filmbeli megmutathatóság indokolja szerepeltetésüket. Az említett ismeretek közt van olyan, ami ma is hatodikos anyag, sőt olyan is, ami nem is középiskolai (viszkozitás). De, mint a továbbiakban látni fogjuk, a mérési eredmények igazolták a feltételezést, hogy a mondottakat a hatévesek igenis el tudják sajátítani.

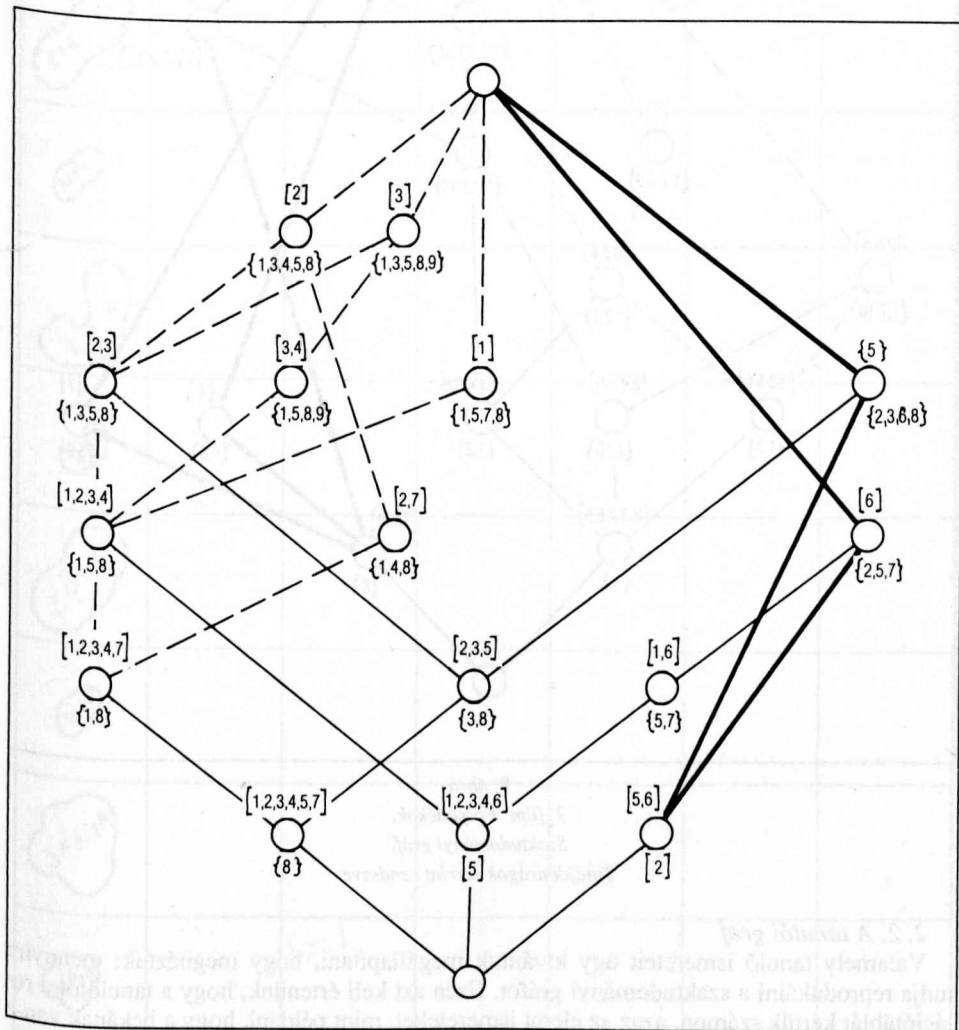
A 3. film, *Az élőlények és a víz* című, melynek relációtáblájában az objektumok helyén nyolc élőlény szerepel. Ezek közül a keszeg, a béka, a kutya, a kukorica és a bab: elsős anyag volt, de a hínár, a nád és a pióca nem. A tekintetbe vett tulajdonságok közül az első osztályban kellett tárgyalni az életéhez víz szükséges, vízben él, szárazföldön él, hely-

változtató mozgásra képes, végtagja van, utódait szoptatja tulajdonságokat. Nem volt első anyag: klorofillt termel, egyszikű, kétszikű. Ezen utóbbiakat bevezettük, de nem terminusokkal, hanem köznap szavakkal történő körülírással.

A 6., a 7. és a 4. ábra gráfjai az objektumok szerint elrendezettek. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért elkészítettük a tulajdonságok szerint rendezett Galois-gráfokat is. Ez a hat gráf alkotta a célrendszert. Lásd a 8., 9. és 5. ábrákat!

Az ismeretanyagot azonban felosztottuk úgynevezett kötelező, és nem kötelező vagy más néven: összes ismeretre is. A nem kötelező ismeretnek tekintett tulajdonságok oszlopainak elhagyásával keletkező relációtáblákhoz tartozó szűkített Galois-gráfokat is elkészítettük. Ily módon mindösszesen 12 szaktudományi gráffal dolgoztunk.

A három film, illetve a három relációtábla, valamint gráf összesen 215 ismeretelemet dolgoz fel, a szűkített vagy kötelező ismeretek száma pedig 162.

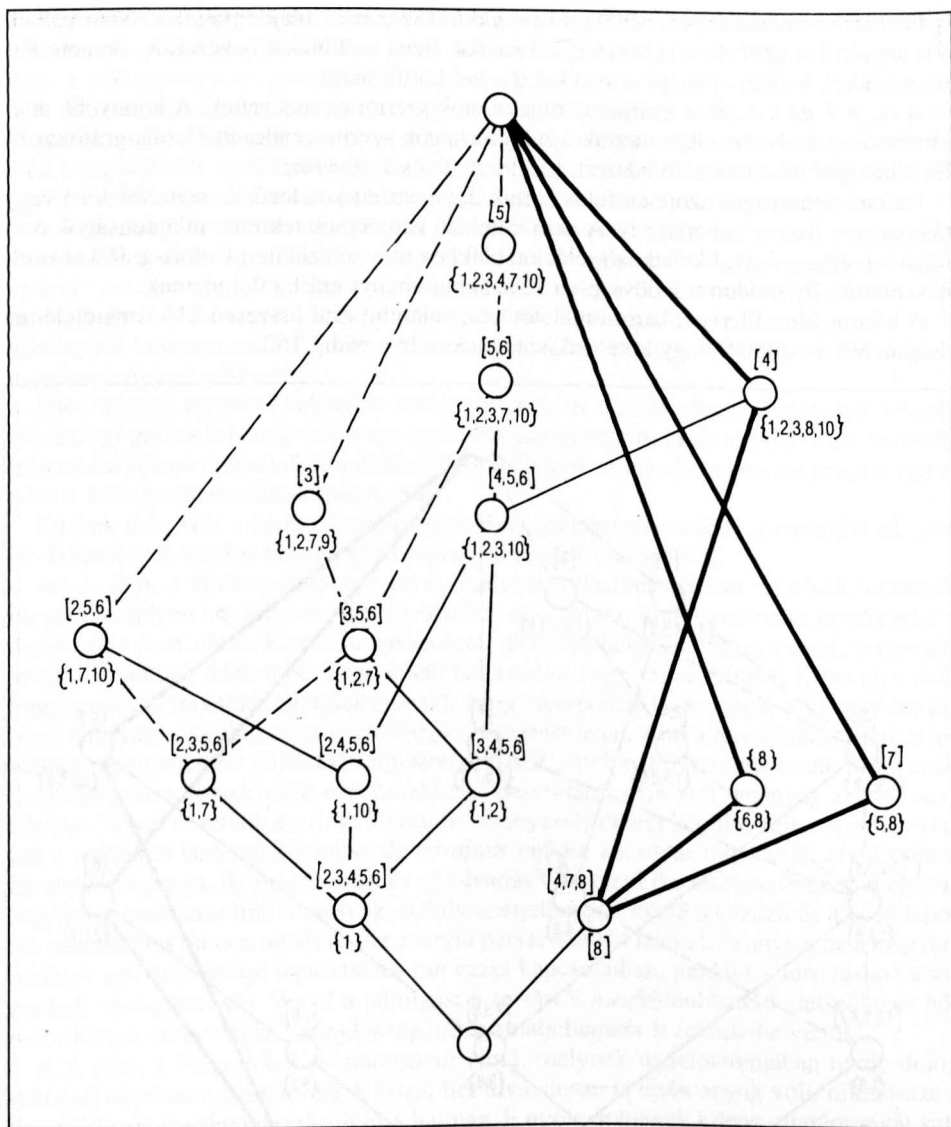


8. ábra

1. film: Halmazállapotok.

Szaktudományi gráf.

Tulajdonságok szerint rendezve



9. ábra

2. film: Folyadékok.

Szaktudományi gráf.

Tulajdonságok szerint rendezve

2.2. A tanulói gráf

Valamely tanuló ismereteit úgy kívántuk megállapítani, hogy megnéztük: mennyire tudja reprodukálni a szaktudományi gráfot. Ezen azt kell értenünk, hogy a tanulótól a relációtáblát kértük számon, azaz az elemi ismereteket, mint például, hogy a békának van-e végtagja vagy nincs stb. A tanuló relációtáblája alapján elkészítettük az ő egyéni gráfját, hiszen a relációtáblája alapján a fejében egy ilyen gráf lehet csak.

A feladat tehát az volt, hogy megoldjuk a relációtáblák számonkérhetőségét. A fő gondot az okozta, hogy első osztályos gyerekekkel dolgoztunk, s a vizsgálat októberben tör-

tént. Ezért elég bonyolult előkészületeket kellett tenni. Mindenekelőtt előszűrést végeztünk annak érdekében, hogy megfelelő gyermekcsoportokat tudjunk kiválasztani. Azokat a kisgyermeket ítéltük megfelelőnek, akiknek a figyelmét legalább negyedóráig le lehetett kötni, akik képesek voltak dolgok közös tulajdonságainak megfigyelésére, s akiknek megtudtuk tanítani, hogyan kell kitölteniük a sorokból és oszlopokból álló táblázatokat. Végül fő kritérium volt, hogy a kiválasztott tanuló tudjon metszet és egyesítés műveletet végezni.

10. ábra
Előszűrő mérőlap

Hogyan lehetett az előszűrést úgy elvégezni, hogy az említett szempontoknak eleget tegyen?

A mérésben részt vevő osztályok tanítóinak elmondtuk, hogy mi a kérésünk, és ők – külön díjazással – elvégezték az alábbi előszűrést.

Az elsősöknek volt úgynevezett logikai készletük, amely piros, sárga, kék és fehér zsetonokból áll. Mindegyik színből van kerek, háromszög és négyszög alakú. Minden zsetonból van lyukas és nem lyukas. Ez utóbbiakat „simá”-nak nevezték. Valamint az eddigi huszon-négyféle zseton előfordul egy kisebb és egy nagyobb változatban is. Így azután a készlet összesen negyvennyolc zsetonból áll. Ezekkel kapcsolatos feladatokat készítettünk. A tanító a 10. ábrán látható lapokat osztotta ki a gyerekeknek, A3-as méretben, színes nyomásban.

A gyerekek elővették saját logikai készletüket, s elkezdték megoldani a tanító által ismertetett feladatot, oly módon, hogy zsetonokat raktak ki a feladat szerint, az előttük lévő papírlapra. Összesen hat feladatot kaptak, ezek a következők voltak:

Kérdéssor az előszűrő felmérőlapokhoz

Sorok szerint

1. Melyik piros és nagy? Rakd ki ezeket az első sorba, alak és simaság szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

2. Melyik kék és kicsi? Rakd ki ezeket ebbe a sorba, alak és simaság szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

								
			X		X			X
								
	X	X	X		X		X	X
	X	X			X		X	X
	X	X	X	X		X	X	
	X		X					
								

11. ábra

Mérőlap: Relációtábla jelekkel.

1. film

3. Melyik sárga? Rakd a sárga nagyokat ebbe a sorba, a sárga kicsiket pedig ebbe, alak és simaság szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

Oszlopok szerint

1. Melyik kör és sima? Rakd ki ezeket az első oszlopba, szín és méret szerint, a megfelelő helyre!

2. Melyik négyzet sima, és melyik négyzet lyukas? Rakd ki a sima négyzeteket ebbe, a lyukas négyzeteket pedig ebbe az oszlopba, szín és méret szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

3. Melyik lyukas? Rakd ki a lyukas köröket ebbe, a lyukas négyzeteket ebbe, a lyukas háromszögeket pedig ebbe az oszlopba, szín és méret szerint, mindegyiket a megfelelő helyre!

A feladatmegoldásról videofelvétel készült, ennek alapján végeztük az értékelést, amelynél a kiválasztás feltétele az volt, hogy a hatból 5 vagy 6, de legkevesebb 4 hibátlan megoldás legyen. Így kiválasztottunk három, egyenként 14 főből álló, körülbelül egyforma szinten lévő csoportot.

A mérés további része már nem az iskolában folyt. Csoportonként behoztuk az OOK-székházba a gyerekeket, ahol egy előadóteremben foglalkoztunk velük. A táblára nagyméretű relációtáblákat raktunk fel, mindhárom filmvariáció esetében ugyanazt a hármast. Minden tanuló megkapta ezek A3 méretű mását. Ezeket látjuk a 11., 12. és 13. ábrákon.

										
									X	
									X	
	X						X			X
	X	X	X				X			X
	X		X	X				X	X	
	X	X	X			X	X			X
			X	X	X			X		
						X				

12. ábra

Mérőlap: Relációtábla jelekkel.

2. film

									
	X	X			X		X		
	X	X					X		
	X	X	X	X	X	X	X	X	
			X				X	X	
	X	X							
	X	X							
			X		X				
	X		X						

13. ábra

Mérőlap: Relációtábla jelekkel.

3. film

A három falitábláról ismertettük a jeleket. A jelek egy részét megnevezéssel értelmeztük (pl. végtag, olvadás, fagyás), más részét szókapcsolattal (pl. tiszta víz készítése), harmadik részét pedig leírással (pl. csírázaskor két levélke jelenik meg a föld fölött). Szemiotikai értelemben a felhasznált jelek önmaguk és objektumaik viszonyainak fő tartalma következtében elsődlegesen index jellegűek.

Az ikonikus jel analóg, a szimbolikus jel egyezményes jellegű (értelmének nevére vonatkozóan megegyezés szükséges). Bár a jelek fajtái nem határolhatók el teljesen egymástól, itteni használatukban eléggé meghatározó volt az index jelleg ahhoz, hogy az analóg jelleg túlságosan nagy segítő hatása a tanulói válaszadást ne befolyásolja.

Az előismeret mérését úgy végeztük, hogy a tanulók eddigi tapasztalataira hivatkozva, velük közös rendszerező munkával tudatosítottuk egy sor már meglévő ismeretüket, ezekhez néhány új szempontot is adva. Tanulói kísérletet vagy tanári demonstrációt nem alkalmaztunk. E frontális tanítás után egyénileg kérdeztük ki az előismereteket. Jóllehet ez már bizonyos tanítás utáni ismeretek mérése volt, helyütt a kérdéses aktust mégis előismeret-mérésnek kell neveznünk, mert az a film vetítése előtt történt, ugyanúgy, mint a tanórán. Minden csoport foglalkozása ugyanazt tartalmazta. Tulajdonképpen három órát tartottunk, az első óra végén a vonatkozó ismeretelemeket kikérdezve töltöttük ki a *Halmazállapotok* relációtáblát. A megfelelő négy-

zetbe kereszt került, ha a tanuló szerint az illető folyamat rendelkezik az illető folyamatjellemzővel. Például, ha a gyerek szerint az olvadásnál az anyag végső halmazállapota folyadék, akkor a megfelelő sor és oszlop metszésénél lévő négyzetbe került a kereszt; ha nem, akkor nem.

A második órán a *Folyadékok tulajdonságainak* anyagát tanítottuk meg és kérdeztük ki hasonlóan, végül az *Élőlények és a víz* ismereteleimeit.

Azt tapasztaltuk, hogy a gyerekeknek nehézséget okoz a megfelelő sor és oszlop metszésében lévő négyzet megtalálása, ezért az első kísérletek után az egyéni kikérdezésre tértünk át. Egy tanár odaült a gyerekekhez, s mintegy öt perc alatt kikérdezte őt a reláció-tábla minden rubrikájának megfelelő ismeretelem felől. A tanuló válasza alapján kitöltöttük a megfelelő helyeket a táblázatban.

Ezzel az előismeret mérése megtörtént. Az így kapott táblázatok tartalmi hibáit kijavítottuk, és az eredmények alapján, a lehetőséghez képest, három egyező előismeretű csoportot állítottunk össze. A tartalmi hibák javításának módja ugyanaz volt, mint az utóismereteké, ezért ezt majd ott részletezzük.

Frontális munkával, tanítási órai szituációban ismét megbeszéltük az ismeretanyagot, naponként egy-egy csoporttal. A már ismert jelekkel dolgoztunk, felhasználva a nagy reláció-táblánkon látható rajzokat. Ezután következett a megfelelő film vetítése. A vetítés után közösen beszéltük meg a látottakat, s a figyelmet azokra az összefüggésekre irányítottuk, amelyekkel a gyerekek korábban kevésbé voltak tisztában. Azután másodszor is vetítettük a filmet. A második vetítés után az előismeret mérésével azonos módon kikérdeztük a gyermekeket. Válaszaikat ismét a tanulói ismeretet regisztráló reláció-táblákon rögzítettük.

A három filmmel történő tanítás három tanítási óra alatt, egy-egy film kikérdezése egy tanulótól 5-8 perc alatt történt. Ismételten hangsúlyozzuk: egy-egy tanulócsoporthoz számukra vetített három filmrész mindig csak egy képi környezetben szerepelt, így az első napon a laboratóriumi, a másodikon a köznap, a harmadik napon pedig a természeti környezetben fényképezett filmeket látta az Intézetbe ellátogató gyerekcsoport.

Az összes ismeret elsajátításának fokát vizsgálva, a százalékos arány filmenként a következőképpen alakult:

Laboratóriumi változat

Film	Előismeret [%]	Utóismeret [%]
1.	64,2	88,0
2.	74,4	93,5
3.	79,9	96,4

Köznap változat

Film	Előismeret [%]	Utóismeret [%]
1.	72,1	87,5
2.	75,2	92,9
3.	79,6	95,9

Természeti változat

Film	Előismeret [%]	Utóismeret [%]
1.	69,3	85,1
2.	74,8	89,4
3.	77,7	93,9

5. táblázat

Az összes előismeret és utóismeret %-ban

Nézzük most – filmenként – a tudásnövekedést:

1. film: halmazállapotok

Filmváltozat	Tudásnövekedés [%]
laboratóriumi	23,8
köznapi	15,4
természeti	15,8

2. film: folyadékok

Filmváltozat	Tudásnövekedés [%]
laboratóriumi	19,1
köznapi	17,7
természeti	14,6

3. film: élőlények

Filmváltozat	Tudásnövekedés [%]
laboratóriumi	16,5
köznapi	16,3
természeti	16,2

6. táblázat

A tudásnövekedés %-ban

A tanulók ismereteit végül a tanulói ismereteket regisztráló relációtáblákon rögzítettük, azaz minden egyes gyermekről három relációtábla készült. Ezek alapján került sor az összes egyéni relációtáblából mint inputból, a zárt részhalmazpárok listáinak kiszámítására. Majd megrajzoltuk az egyéni, individuális ismeretgráfokat.

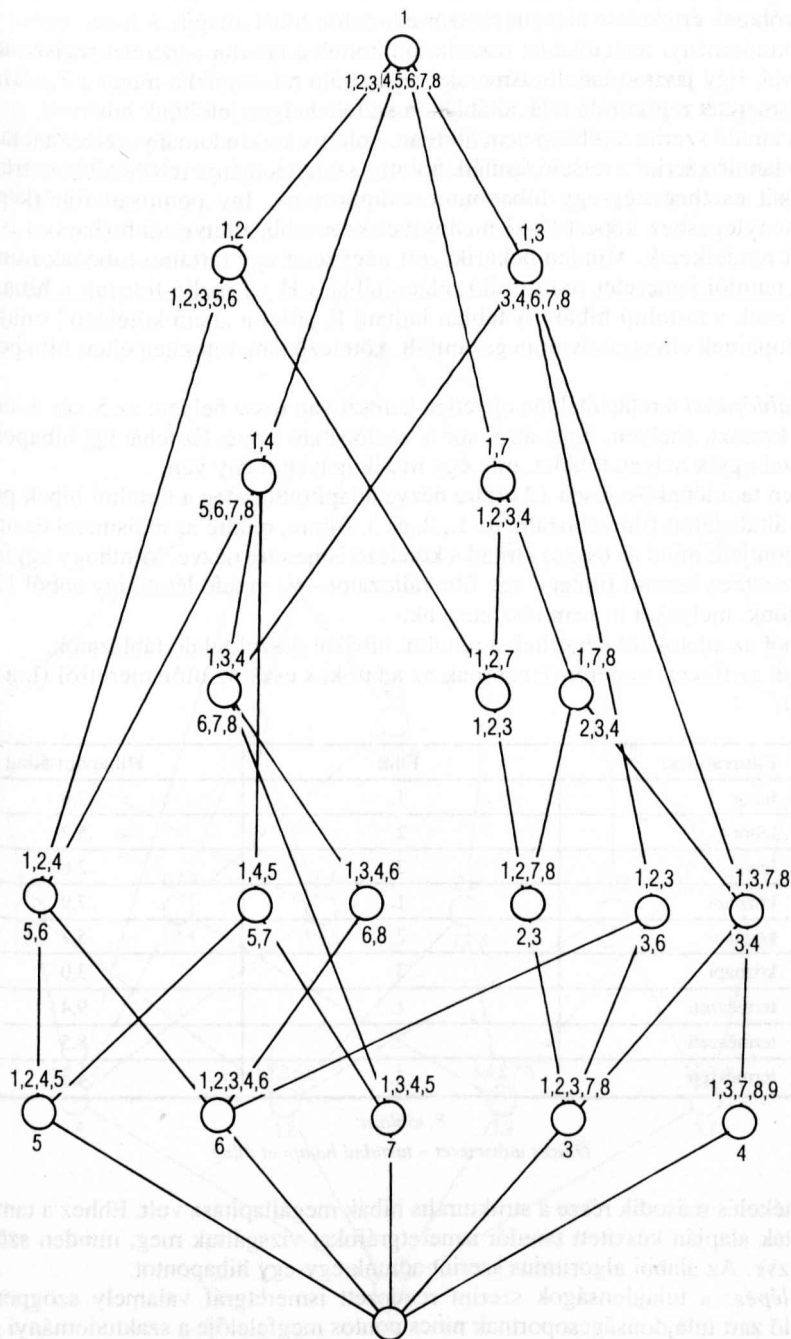
Példaképpen *Hetényi Szabolcs* eredményét közöljük itt. Ő a laboratóriumi környezeti változatokat látta, s itt a 3. film, az *Élőlények* tanulói ismereteket regisztráló relációtábláját látjuk, s az ennek alapján készített – összes ismeretet tartalmazó – gráfját.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	Életéhez víz kell	Vízben él	Száraz- földön él	Klorofillt termel	Két- szikű	Egy- szikű	Hely- változtató mozgásra képes	Végtagja van	Szoptat
1. póca	+	+					+		
2. keszeg	+	+					+	+	
3. béka	+	+	+				+	+	
4. kutya	+		+				+	+	+
5. hínár	+	+		+	+	+			
6. nád	+	+	+	+		+			
7. bab	+		+	+	+				
8. kukorica	+		+	+		+			

7. táblázat

Hetényi Szabolcs tanulói ismereteket regisztráló relációtáblája. 3. film: *Élőlények*

Ugyanennek a relációtáblának alapján készült tanulói ismeretgráfot mutat a következő, 14. ábra.



14. ábra

Hetényi Szabolcs ismeretgráfja.

3. film: Élőlények.

Objektumok szerint rendezve

2.3. Az eltérés pontozása

A mérőlapok értékelése alapján először a tartalmi hibát állapítjuk meg.

A szaktudományi relációtáblát összehasonlítottuk a tanulói ismeretet regisztráló relációtáblával. Egy javított tanulói ismeretet regisztráló relációtáblát mutat a 7. táblázat. E tanulói ismeretet regisztráló relációtáblákon kétféle helyen jelöltünk hibát:

- ha a tanuló szerint a reláció nem áll fenn, holott a szaktudományi relációtáblán igen;
- ha a tanuló szerint a reláció fennáll, holott a szaktudományi relációtábla szerint nem.

Mindkét esetben egy-egy hibapontot számítottunk. Így pontosan feltérképeztük, hogy a ténylegeshez képest ki-ki mennyivel kevesebb, illetve több (hamis) ismeret-elemmel rendelkezik. Minden bekarikázott négyzetet egy tartalmi hibának minősítettünk. A tanulói ismeretet regisztráló relációtáblára H jel mellé felírtuk a hibapontok számát, ezek a tartalmi hibák. A táblán látható K jellel a „nem kötelező” tulajdonságok oszlopainak elhagyásával megszámlált, kötelező ismeretekben ejtett hibapontokat jelöltük.

A 7. táblázaton a relációtáblán egyetlen kereszt van rossz helyen: az 5. sor 5. oszlopában van kereszt, ahelyett, hogy az 5. sor 6. oszlopában lenne. Ez tehát két hibapontot jelent, mivel egyik helyen többlet, míg egy másik helyen hiány van.

Minden tanulónál összesen 12 esetre nézve állapítottuk meg a tartalmi hibák pontszámát. Az általa látott filmváltozatra az 1., 2. és 3. filmre, rendre az előismeret és utóismeret hibapontjait, mind az összes, mind a kötelező ismeretre nézve. Minthogy egyfajta képi környezetben készült filmet – egy filmváltozatot – tíz tanuló látott, így ebből 120 adatot nyertünk, melyeket itt nem részletezünk.

Ezekből az adatokból készültek a tartalmi hibákat összefoglaló táblázatok.

Itt csak az összes ismeretről szólnak az adatok, s csak az utóismeretről (1. a 8. táblázat!).

Filmváltozat	Film	Hibapont átlag
labor	1.	7,6
labor	2.	5,2
labor	3.	2,6
köznapi	1.	7,9
köznapi	2.	5,7
köznapi	3.	3,0
természeti	1.	9,4
természeti	2.	8,5
természeti	3.	4,4

8. táblázat

Összes utóismeret – tartalmi hibapont átlag

Az értékelés második része a strukturális hibák megállapítása volt. Ehhez a tanulói relációtáblák alapján készített tanulói ismeretgráfokat vizsgáltuk meg, minden szögpontra nézve. Az alábbi algoritmus szerint adtunk egy-egy hibapontot.

Első lépés: a tulajdonságok szerint rendezett ismeretgráf valamely szögpontjának megfelelő zárt tulajdonságcsoporthoz nincs pontos megfelelője a szaktudományi gráfon.

Második lépés: a tulajdonságok szerint rendezett szaktudományi és ismeretgráfon valamely szögponthoz megfelelő zárt tulajdonságcsoporthoz pontosan megegyezik, de a hozzájuk tartozó objektumcsoporthoz nem.

Harmadik lépés: a tulajdonságok szerint rendezett szaktudományi gráf valamely szögpontjának megfelelő zárt tulajdonságcsoporthoz nincs pontos megfelelője az ismeretgráfon.

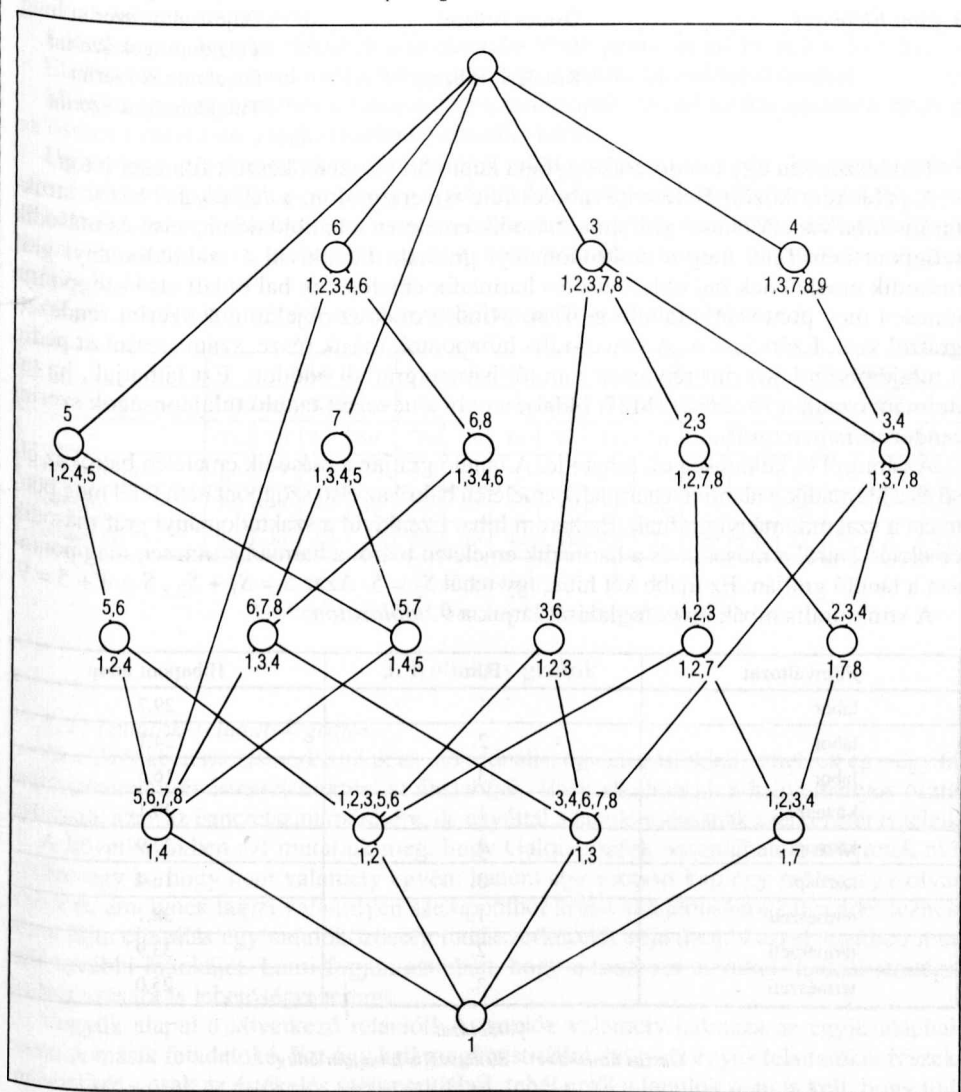
Negyedik lépés: a tulajdonságok szerint rendezett szaktudományi és ismeretgráfon valamely szögpontnak megfelelő zárt objektumcsoport pontosan megegyezik, de a hozzájuk tartozó tulajdonságcsoporthoz nem.

Az eljárást a tanulói ismeretgráf minden pontja esetében elvégezzük.

E négy lépésben kapott hibapontokat összeadjuk, és ezt az összeget S_1 -gyel jelöljük. Az így kapott szám alkotja a strukturális hiba egyik összetevőjét.

Az eljárás második fele ugyanilyen négy lépésből áll, csak itt az objektumok szerint rendezett gráfokkal dolgozunk. Az itt kapott hibapontokat is összeadjuk, s a kapott összeget S_2 -vel jelöljük, ez alkotja a strukturális hiba másik részét.

A strukturális hiba tehát : $S = S_1 + S_2$.



15. ábra

Hetényi Szabolcs ismeretgráfja.

3. film: Élőlények.

Tulajdonságok szerint rendezve

Tanulónként 12 ismeretgráfot vizsgáltunk. Ezek a következők voltak:

1. film: Halmazállapotok	Összes ismeret	Objektumok szerint
	Kötelező ismeret	Tulajdonságok szerint
2. film: Folyadékok	Összes ismeret	Objektumok szerint
	Kötelező ismeret	Tulajdonságok szerint
3. film: Élőlények	Összes ismeret	Objektumok szerint
	Kötelező ismeret	Tulajdonságok szerint

Természetesen egy tanuló csak egyfajta képi környezetben készült filmeket látott.

A példaként közölt Hetényi Szabolcs-féle ismeretgráfon, a 12. ábrán, kilenc strukturális hiba van. A tanuló gráfján a második emeleten a bal oldalon az első és második szögpontra nem felel meg a szaktudományi gráfnak. Ezenkívül a szaktudományi gráf második emeletének bal oldali első és harmadik emeletének bal oldali első szögpontja nincsen meg pontosan a tanuló gráfján. Mindez csak az objektumok szerint rendezett gráfról szól. Ezért $S_1 = 4$. A strukturális hibapontok másik része, szám szerint öt pedig a tulajdonságok szerint rendezett tanulói ismeretgráfból adódott. Ezt láthatjuk, ha tanulmányozzuk a 15. ábrát (M27. oldal), amely a nevezett tanuló tulajdonságok szerint rendezett ismeretgráfja.

Az ábráról öt különbség olvasható le. A tanuló gráfján a második emeleten balról az első és a harmadik, valamint a harmadik emeleten balról az első szögpontra nem felel meg pontosan a szaktudományi gráfnak. Ez három hiba. Ezenkívül a szaktudományi gráf második emeletén balról a második és a harmadik emeleten balról a harmadik nincsen meg pontosan a tanuló gráfján. Ez újabb két hiba. Így tehát $S_2 = 5$. Azaz $S = S_1 + S_2$, $S = 4 + 5 = 9$.

A strukturális hibák összefoglalását látjuk a 9. táblázaton.

Filmváltozat	Film	Hibapont átlag
labor	1.	29,7
labor	2.	24,1
labor	3.	16,6
köznapi	1.	39,1
köznapi	2.	27,9
köznapi	3.	16,4
természeti	1.	38,1
természeti	2.	33,9
természeti	3.	25,0

9. táblázat

Összes utóismeret – strukturális hibapont átlag

Nem adtuk össze a tartalmi és strukturális hibákat, mert mindkét fajtának más-más, egyaránt fontos szerepe van. Az egyik fajta ugyanis az adatszerű ismereteket, míg a másik az általánosításból eredőket mutatja.

Elemezzük most a mérés eredményeit. Lássuk először a tartalmi hibákat!

Az összes ismeret elsajátításának foka 85,1 és 96,4% között volt, míg a tudásnövekedés (az előismeret és az utóismeret közötti különbség) 14,6 és 23,8% között mozgott.

Látjuk, hogy mindhárom film esetén a laboratóriumi változatot néző gyerekek tudásának növekedése volt a legnagyobb. Ezzel igazoltuk hipotézisünket, és azt is megállapítottuk, hogy a különböző képi környezetben készített filmváltozatok közül a legkevésbé redundáns, vagyis a laboratóriumi változat a leghatékonyabb.

A mérés értékelésének második részében a strukturális hibákat elemeztük. A strukturális elemzés minőségileg újat ad a megszokott statisztikus módszerekhez képest. Ugyan- is minden egyes tanulóra vonatkozólag betekintést kapunk általa az elemi ismeretekből felépülő ismeretrendszerbe is. Ezenfelül az elbírálás objektív, mivel összehasonlításí ala- punk a szaktudományi gráf.

Lássuk most, hogyan alakultak a strukturális hibák pontszámai! Itt az $S = S_1 + S_2$.

Elemezzük most a strukturális hibák tükrében a három filmváltozat hatását.

Mindhárom film esetében a laboratóriumi változattal történő tanítás esetében értük el az összes ismeretben a legkevesebb strukturális hibát.

Ugyanígy végigelemeztük mind a tartalmi, mind a strukturális hibák alapján a csak kö- telező ismeretek gráfjait is; ezeknél a tendenciák megegyeztek az összes ismeretek vizs- gálatánál tapasztaltakkal. Fontos ismereteket nyertünk például a szöveg nélküli képi ál- talánosításra nézve is, de mivel ezek nem tartoznak jelen írásunk tárgykörébe, itt nem fejtjük ki őket.

Végül, közöljük a mérési eredmények hibapont-összefoglaló táblázatát.

	1. film				2. film				3. film				Mindhárom			
	Összes		Kötelező		Összes		Kötelező		Összes		Kötelező		Összes		Kötelező	
	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str	Tar	Str
Laboratóriumi	7,6	29	2,8	12	5,2	24	3,5	14	2,6	16	0,5	4	15	76	6,8	30
Köznapi	7,9	39	3,4	14	5,7	27	4,7	19	3,0	16	1,4	9	16	83	9,5	42
Természeti	9,4	38	3,5	15	8,5	33	4,8	18	4,4	25	1,8	14	22	97	10	47

10. táblázat

A mérési eredmények hibapontjait összefoglaló táblázat

3. Kollektív gráfok

3.1. Tanulók-feladatok gráfok

Az előzőekben megismerkedtünk az individuális, egyéni gráfokkal, amelyek egy-egy tanuló ismereteit és ismeretstruktúráját ábrázolják. Ezek alkalmasak a hagyományos osztá- lyozásra, azaz az ismeretszint mérésére, de egyúttal a tanuló tudásának szerkezetét is jelzik.

A következőkben azt mutatjuk meg, hogy Galois-gráfok használhatók ismeretek mé- résére úgy is, hogy nem valamely egyén, hanem egy csoport kap egy gráfot, egy olyan csoport, amelynek tagjai valamilyen szempontból közös tulajdonságokkal rendelkeznek. Ez a fajta elbírálás egy tanulóközösség tudásszerkezetét adja meg, s ezzel segítheti a ta- nár további munkáját. Látni fogjuk azonban, hogy a módszer egyúttal tanítási stratégia kidolgozására is lehetőséget teremt.

Vegyük alapul a következő relációt! A tanulók valamely halmaza az egyik alaphal- maz. A másik feladatoké. Ezt úgy kell megkonstruálni, hogy az egyes feladatokat részek- re bontjuk – csak az értékelés szempontjából, tehát erről a tanulók nem is kell, hogy tud- janak – mégpedig olyan egyszerű, kisebb részekre, amelyeket el lehet bírálni „jól meg- oldotta” vagy „nem oldotta meg jól” ítélettel. Például egy számítási fizika példában, a tanár belátása szerint, külön feladatrésznek tekinthetjük a megadott adatok jó felismeré- sét, a szükséges formula jó felidézését, a formulába való behelyettesítést és az ismeret-

len adat(ok) abból való kiszámítását (az egyenletrendezést, illetve a számértékek meghatározását), a mértékegységek kezelését stb. Az alábbiakban majd egy valóságos mérést idézünk fel, ebben hat példát bontottunk kilenc részre. Nevezzük a továbbiakban ezeket az elemi feladatokat „feladat”-nak. Relációnk ez esetben a következő: bizonyos tanuló bizonyos feladatot jól megoldott.

Formálisan $T(t_1, t_2, \dots, t_n)$ és

$F(f_1, f_2, \dots, f_m)$ az alaphalmazok, és bármely

$t_i \rho f_j$ lehet, ha $t_i \in T$ és $f_j \in F$ és $(t_i, f_j) \in G$, ahol

a $G \subset T \times F$ relációt értelmeztük, s keressük a G reláció Galois-halmazát.

Azaz bármely tanuló bármelyik feladatot megoldhatja jól. És keressük a tanulók és a feladatok zárt részhalmazainak listáját.

A rövidség kedvéért gyakran – a reláció és a Galois-halmaz fogalmának pontos felidézése helyett – csak annyit mondunk, hogy a „tanulók–feladatok”-ról van szó.

Nézzük meg, miből alakul ki egy „tanulók–feladatok” relációtábla! Minthogy az iskolában osztályközösségben dolgozunk, természetes halmazként adódik a tanulókra egy osztály. Illetve egy fél osztály, mert a dolgozatot általában A és B csoportban íratjuk (a reál tárgyakból). Tehát relációtáblánk soraiban egy-egy tanuló neve áll majd. A probléma akkor áll elő, ha egynél több tanuló akad, aki ugyanazokat a feladatokat oldotta meg jól. Ilyen esetben mindazokat a tanulókat, akiknek azonosak a jó feladatmegoldásaik, azonosnak tekintjük, és egyetlen sorral reprezentáljuk, hiszen a mérés szempontjából semmi nem különbözteti meg őket.

A relációtáblázat oszlopaiban – a fent írt módon értelmezve – a feladatok állnak.

A továbbiakban ismertetjük azt a kutatást, amelynek során a „tanulók–feladatok” mérésre sor került.

A *FILM (Fizikatanítási Ismerethordozók Lépcsőzetes Modulrendszere)* című ötéves kutatási témáról van szó. (5) Ez a 6. kutatási főirány keretében 2.2.2.8. kódszámon került kiadózásra. A kutatás időintervalluma 1976–1980 közöttre esett. A kutatóhely az Országos Oktatástechnikai Központ (Veszprém) volt. A kutatás koordinátora: *Földi Etelka*, tudományos tanácsadói: *Kedves Ferenc* és *Szücs Ervin* egyetemi tanszékvezető professzorok; együttműködői: a Juhász Gyula Tanárképző Főiskola Fizika Tanszékének és 1. sz. Gyakorló Általános Iskolájának fizika szakvezető tanáraiból álló kutatócsoport, továbbá az Országos Pedagógiai Intézetből *Joó András* (6), valamint 11 fő gyakorló pedagógus. Utóbbiakról annyit, hogy az 1978-as tantervi reform kapcsán készülő új tantervű fizika tankönyvsorozat kísérleti kipróbálása megyénként egy iskolában folyt, s ezek közül a kollégák közül került ki a mi kísérletünkben is részt vevők csapata. Magát az új tankönyvsorozatot a szegedi kollégák írták, s voltaképpen az ő munkájukhoz csatlakoztunk, mert az OOK-ban intézeti a reformtankönyvek új audiovizuális anyagokkal történő ellátása volt a fő feladatunk.

A reform új tanterve addig nem tanított, az iskolák, illetve pedagógusok számára új ismereteket tartalmazott, s ezekhez filmek, diásorozatok, írásvetítőtranszparens-sorozatok kifejlesztése csatlakozott, összehangolva az új tankönyvvel, az akkori TANÉRT-ben kifejlesztett kísérleti eszközökkel.

Erre az időszakra – a hetvenes évek végére – esett Magyarországon az oktatástechnológia meghonosodásának kezdete is. A munkát nem rutinból végeztük, hiszen egy-egy új anyag kifejlesztése egyszersmind kutatást is jelentett, mert jöllehet Intézetünket az UNESCO támogatta, és nyugati országokból is sok segítséget kaptunk, de ez zömében műszaki-technikai jellegű volt. Átvettünk ugyan elméleti munkákat is, ám ezek túlságosan általánosnak bizonyultak, főleg pedig nem vették tekintetbe a tanítás szakmai-tudományos tartalmát, még kevésbé a reformtanterveket. Ami a kemény, matematikai módszereket illeti, ezek szóba sem kerültek az Amerikai Egyesült Államokból, Angliából, Hollandiából

hosszánk átszarmazott audiovizuális tervezési módszerekben. Így amikor az új szaktudományi tartalomhoz új tantervek és tankönyvek készültek, s ezekhez az OOK-ban új audiovizuális anyagokat fejlesztettünk, joggal merültek fel megválaszolatlan kérdések, s ezekre igyekeztünk, a fejlesztéssel párhuzamosan, saját kutatásainkkal válaszokat keresni és találni.

Kutatási tervünkben a kutatás célja a következő volt: „Az 1978-ban induló új tantervű 6., majd 7. és 8. osztályos fizikához filmek, diasorozatok, transzparens sorozatok és ezekhez módszertani útmutatók kidolgozása, úgy, hogy ezek a kutatás következő öt éves lépésdjében oktatócsomaggá legyenek bővíthetők, és hogy egyes modulok a Technika, illetve Környezetismeret (Természetismeret) tárgyaihoz is használhatók legyenek.”

Álljon itt egy részlet a *Kutatási jelentés*ből is:

„...Uniform hipotézisként, tehát egy valamennyi tantárgyban végzendő kutatásról azt kellett volna feltételezni, hogy az AV-anyagok segítségével való tanítás hatékonyabb, mint az azok nélküli. Ez ugye olyan evidencia, amelyre nem szükséges öt éves kutatómunkát fordítani. Ezért nem áll a Kutatási Tervben – formálisan – hipotézis a FILM témára.

Azt viszont a szerző belátta, hogy a tantárgypedagógiai, pedagógiai technológiai kutatás nem áll meg empiria nélkül. De ha már történtek mérések, akkor a helyzet alkalmaznak látszott a klasszikus statisztikától lényegesen eltérő, új, algebrai értékelő módszer kidolgozására, kipróbálására. Így a kutatás hangsúlya fokozatosan eltolódott, pontosabban szólván gazdagodott.

Az első megfontolás az volt, hogy bármilyen támogatást fel kell használni, az új általános iskolai fizika tanterv sikeres tanítását segíteni alkalmas audiovizuális ismerethordozók létrehozására, így a 6. főirányban rejlő lehetőséget is. Hogy ez ne csak fejlesztés legyen, hanem méltán nevezhessük kutatásnak, elsősorban a készíthető anyagoknak a fizika szempontjából megítélhető jó szakmai színvonalát tűztük ki célul. Módszertani szempontunk a modulrendszer kialakítása és vizsgálata volt. Ezt munkánkban végig is vittük, sőt más intézeti kutatásba is behatolt.

Ezután került sor az ismeretszintmérés algebrai, ún. Galois-gráfos módszerének kialakítására, amelynek során nem elsődlegesen az AV-anyagokkal történő tanítás jobb voltát kívántuk bizonyítani, hanem magát a módszert akartuk kidolgozni és annak használhatóságát vizsgálni.”

Az idézetekből is kitűnik, hogy a kutatás elméleti és tapasztalati megközelítést egyaránt alkalmazott.

Jelen írásunk szempontjából az az érdekes, hogy elméleti munka az ismeretszint Galois-gráfos módszerének kidolgozása volt, a tapasztalati pedig, ennek iskolai osztályokban történő kipróbálása.

A kutatás diszciplínába sorolása: pedagógiai technológia, tantárgypedagógia, fizika (a szaktudományi tartalom szerint) és matematika (a Galois-módszer miatt). Tehát meglehetősen interdiszciplináris tevékenységről volt szó, de ebből most csak az ismeretszintméréshez kapcsolódó részeket emeljük ki.

A mérés a 6. osztályos fizika anyagához készült, és az egész tanévre kiterjedt, amennyiben az év folyamán írt három témazáró dolgozat adatait dolgozta fel.

Először az 1976–77-es tanévben a *Kölcsönhatások* témakörből felmérő dolgozatot írtunk egy kísérleti osztályban, ahol akkor már az 1978-ban életbe lépett tanterv szerint tanítottak. Ezt a témazáró dolgozatot A és B csoportban írtuk meg, ahol a tanulók száma 28 volt, így egy-egy csoportba 14 fő került. Az A csoport 8 feladatának értékelését készítettük el. Ezt a gráfot kézi számítással végzett Galois-algoritmus alapján készítettük. Az eredmény elemzésre alkalmasnak látszott.

Ezen előzmények alapján az 1977–78-as tanévben tizenegy, az új tanterv bevezetése előtt amúgy is kísérleti tanítást végző tanárral szerződést kötöttünk. Mindegyik kolléga az új tanterv szerint tanított két osztályban, de ezek közül az egyikben AV-anyaggal, míg a másikban anélkül.

Az AV-anyagok a következők voltak:

Kölcsönhatások	Oktatócsomagterv
Kölcsönhatások	Film
Mozgások	Film
Kölcsönhatások	Diasorozat
Kölcsönhatások	Transzparensorozat
Kölcsönhatások	Módszertani útmutató
Energia	Oktatócsomagterv
Energia	Film
Energia	Diasorozat
Energia	Transzparensorozat
Energia	Módszertani útmutató
Hőjelenségek	Oktatócsomagterv
Részecskemozgás	Film
Hőjelenségek	Diasorozat
Hőjelenségek	Transzparensorozat
Hőjelenségek	Módszertani útmutató

A kollégák az új tankönyv előzetes, kísérleti példányait használták, ugyanúgy a *Feladatlapok* kísérleti kiadását, s az AV-anyagokból szintén megkapták az OOK-ben kifejlesztett mintapéldányokat. A feladatlapok megoldásának eredményeit 0,1 kódolásban központunknak eljuttatták.

Ezek közül a 3A, 3B, 7A, 7B, 9A és 9B témazáró dolgozatok relációtáblázatait programozható asztali számítógép segítségével dolgoztuk fel. A kapott zárt részalmazpárokat ismeretgráfokon ábráztuk.

Mintaként nézzünk meg egy gráfot, hogy a kapott eredményt értelmezni tudjuk:

Orsolya téri Általános Iskola, Sopron.

Az adatfeldolgozásban ez a 41. táblázat volt.

9A (Ez azt jelenti, hogy az utolsó, a tanévben harmadik, témazáró dolgozat feladatait kellett megoldani.)

A feladatok száma: 8.

Az egy csoportba eső tanulók száma: 14.

Lásd az itt következő 11. táblázatot!

	1	2	3	4	5	6	7	8
1=11	1	1	1	1	1	1	0	1
2	1	0	0	1	1	0	1	1
3	0	1	1	0	1	0	0	0
4	1	1	1	1	1	0	0	1
5	1	0	0	0	1	0	0	0
6	1	1	0	1	1	1	0	1
7	1	1	0	1	1	1	1	1
8	0	1	0	1	0	0	0	0
9	1	1	0	0	1	1	0	1
10	1	0	0	0	1	0	1	0
12	1	0	1	1	1	0	0	0
13	1	1	1	0	1	1	1	0
14	1	1	0	1	1	1	1	0

11. táblázat

Tanulók-feladatok relációtáblázat

A számítások alapján kapott zárt részhalmazpárok listáját l. a 12. táblázatban!

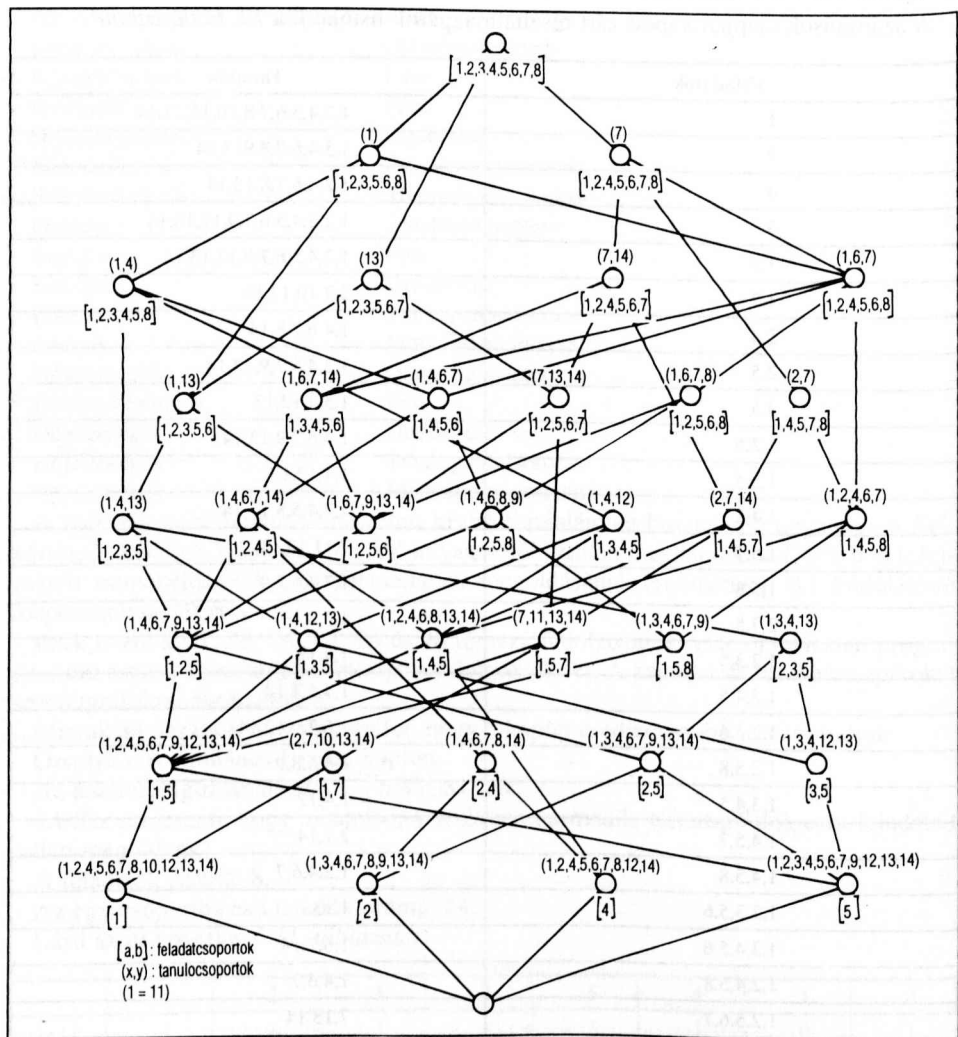
Feladatok	Tanulók
1	1,2,4,5,6,7,8,10,12,13,14
2	1,3,4,6,7,8,9,13,14
4	1,2,4,6,7,8,12,14
5	1,2,3,4,5,6,7,9,12,13,14
1,5	1,2,4,5,6,7,9,12,13,14
1,7	2,7,10,13,14
2,4	1,4,6,7,8,14
2,5	1,3,4,6,7,9,13,14
3,5	1,3,4,12,13
1,2,5	1,4,6,7,9,13,14
1,3,5	1,4,12,13
1,4,5	1,2,4,6,8,13,14
1,5,7	7,11,13,14
1,5,8	1,3,4,6,7,9
2,3,5	1,3,4,13
1,2,3,5	1,4,13
1,2,4,5	1,4,6,7,14
1,2,5,6	1,6,7,9,12,14
1,2,5,8	1,4,6,8,9
1,3,4,5	1,4,12
1,4,5,7	2,7,14
1,4,5,8	1,2,4,6,7
1,2,3,5,6	1,13
1,3,4,5,6	1,6,7,14
1,2,4,5,8	1,4,6,7
1,2,5,6,7	7,13,14
1,2,5,6,8	1,6,7,8
1,4,5,7,8	2,7
1,2,3,4,5,8	1,4
1,2,3,5,6,7	1,3
1,2,4,5,6,7	7,14
1,2,4,5,6,8	1,6,7
1,2,3,4,5,6,8	1
1,2,4,5,6,7,8	7
1,2,3,4,5,6,7,8	0

12. táblázat

Tanulók–feladatok zárt részhalmazpárok listája

A kapott lista szolgált az ismeretek gráfjának alapjául.

Így készült el a 41. gráf. Lásd a 16. ábrát!



16. ábra
Tanulók-feladatok gráf

Az ábra alján található – mint a relációtáblázatban is –, hogy „1 = 11” jelenti, hogy az 1. és a 11. számú tanuló ugyanazokat a feladatokat oldotta meg.

Hogyan értelmezhetjük a kapott gráfot? Ez az ábra a feladatok szerint rendezett. Azt látjuk, hogy egy-egy szögpont valamely tanulócsoporthot és egyszersmind valamely feladatcsoportot is jelenti. De melyeket? Például nézzük a negyedik emelet bal oldali pontját, amelynek felirata $[1,2,3,5] \sim \{1,13\}$.

Azaz az 1. és 13. számú tanuló jól megoldotta az 1. 2. 3. és 5. számú feladatokat. A zárt részhalmazokat tüntettük fel; minden, a rajzon szereplő pont zárt halmazt jelöl. Így az 1. 2. 3. és 5. a feladatoknak az a legnagyobb csoportja, amelyeket mindenesetre jól oldott meg az 1. és 13. számmal jelzett két tanuló (esetleg más feladatokat is megoldottak, de nem mindketten!). Egyszersmind azonban ez a két tanuló a legnagyobb olyan tanulócsoporth, amely az 1. 2. 3. és 5. feladatok mindegyikét jól oldotta meg (esetleg más ilyen tanuló is van, de azok nem mindegyiket oldották meg ezekből).

Általában, gráfunk valamely szögpontja az egy bizonyos legnagyobb feladatcsoportot jól megoldó legnagyobb tanulócsoportot jelenti. Maga az egész gráf pedig azt szemlélteti, hogy milyen ismeretelemek fordulnak elő együtt, ezek milyen más ismeretelemek együttesére épülnek, és hogy mely tanulók tartoznak ezekbe a csoportokba.

Mire jó ez az elrendezés? Megmutatja az egész csoport – jelen esetben fél osztály – tudás-szerkezetét. A rajz, a „Ki mit tud?” hálózata, s az osztály pillanatnyi tudáseloszlásának is mondhatnánk. A kiválasztott szögpont példájából kitetszik, kik vannak tisztában az 1. 2. 3. és 5. elemi ismeretekkel, elemi példákkal. De az is látható, hogy a kérdéses négy példát megoldani tudók hogyan válnak ki az ezek közül csak hármat megoldani tudók közül. Mert vannak akik az 1. 2. 5. vagy 1. 3. 5. vagy 2. 3. 5. példákat tudják megoldani. Olyan csoport meg nincs is, amelyik az 1. 2. 5. vagy 1. 2. 3. példacsoport mint legnagyobb csoport megoldását ismerné.

Ha differenciált csoportmunkát akarunk szervezni, akkor e térkép lehet segítségünkre, hiszen látható rajta, hogy kiket kell egy munkacsoportba tenni.

Egyszerűen feleltetésnél tudjuk, hogy kiktől mit kell számon kérni.

De ez a hálózat ne legyen titkos! Ki is akaszthatjuk az osztályban; a tanulók önértékelését javíthatja, sőt eligazítja őket abban, hogy ki kivel, mit tanulhat együtt.

Kérdés, hogy ez valóban ismeretszintmérés-e? Azaz a hagyományos értelemben vett érdemjegyek is adhatók a gráf alapján?

Igen, méghozzá a következő módon:

Megállapítjuk, hogy a gráf melyik emelele hányas osztályzatnak felel meg, s eszerint meghúzzuk azokat a vízszintes vonalakat, amelyek az elégséges, a közepes, a jó, illetve a jeles szintnek felelnek meg. Ha például az elégségeshez két jó példa megoldása szükséges, akkor a második emelet fölött lesz az első vonal és így tovább. Jól mutatja ez az elrendezés az egymás melletti csoportokat, amelyek csupán a példák számában hasonlíthatók össze egymással, de maguk a feladatok különbözők. Más kettes, aki az 1. és 4. vagy aki az 1. és 5. példát oldotta meg.

A kollektív gráfok tehát nem egy tanuló ismereteinek szerkezetét, hanem egy egész tanulócsoportét ábrázolják, s rajtuk minden egyes szögpont is egy-egy csoport tanulót képvisel. Ez a fő különbség az individuális, az egyéni és a kollektív gráfok között.

3. 2. Az optimális út

A kollektív gráfot nézve, azt látjuk, hogy az első emeleten a valamiképpen alapozónak mondható ismeretek foglalnak helyet, s ezekre épül fokozatosan a többi ismeret. Ezért az a gondolatunk támadt, hogy keresni kellene egy olyan utat a gráfon, amely a kevés, alapozó ismerettől a több vagy netán legtöbb ismeret felé vezet. Ennek az útnak az „optimális út” nevet adtuk, s megkeresésére kidolgoztunk egy algoritmust, amelyet az alábbiakban ismertetünk:

Elnevezések:

Szögpont számossága

Egy $m + 1$ emeletes gráf x -edik emeletén lévő P^x szögpontjából, az összes $x + k$ -edik emeletre haladó szakasz – gráfél – számát a

$$\# \bar{P}^x$$

jellel jelöljük, ahol $x + k \geq 0$ és $k \geq 1$, míg az összes x -ediknél kisebb emeletre haladó szakasz – gráfél – számát a

$$\# \underline{P}^x$$

jellel jelöljük, ahol $x - k \geq 0$ és $k \geq 1$, és a P^x szögpont felső, illetve alsó számosságának nevezzük.

Egy gráf összes emeletének száma $m + 1$, így az emeletek száma – x – lehetséges értékei $x = 0, 1, \dots, m$.

$$\# P_1^x > \# P_2^x$$

esetén P_1^x a P_2^x -nél nagyobb felső, illetve

$$\# \underline{P}_1^x > \# \underline{P}_2^x$$

esetén nagyobb alsó számosságú.

Maximális számosságú szögpont

Ha a gráf x -edik emeletének pontosan egy olyan P^x szögpontja van, amelyre

• $\# \bar{P}^x = \text{maximum}$,

• akkor azt

• $\max \# \bar{P}^x$ -szel

jelöljük, és maximális felső számosságú szögpontnak mondjuk.

Hasonlóképpen vezetjük be a

$$\max \# P^x$$

maximális alsó számosság jelét is.

Ekvivalens szögpontok

Ha $\# \bar{P}_1^x = \# \bar{P}_2^x$, akkor P_1^x és P_2^x felülről, ha pedig $\# P_1^x = \# P_2^x$, akkor alulról ekvivalens szögpontok.

Emeletugrás

Ha P^x -ből az x -edik emeletről, olyan P^{x+k} -ba halad szakasz, hogy $k > 1$, akkor emeletugrás van.

Ha több $k - k_1, k_2, \dots$ - van, akkor $k_1 > k_2$ esetén a k_1 mentén az emeletugrás nagyobb.

Lépésszám

Lépésszámnak nevezzük, és $\mathcal{L}^x$ -szel jelöljük az x -edik emeletről, P^x szögpontból, az m -edik (utolsó) emeletre vezető, az emeleket összekötő szakaszok számának összegét:

$$\mathcal{L}^x = \sum_{k=x}^m k, \text{ minden } P^k\text{-ra, } k \leq m - x.$$

Ha egy P^x -re van olyan $\mathcal{L}^x$, hogy

$$\mathcal{L}_i^x = m - x, i \leq \binom{m}{x}, \text{ ahol } x \leq m,$$

akkor nincsen emeletugrás.

Ha egy P_i^x -hez tartozó minden $\mathcal{L}_i^x$ -re

$$\mathcal{L}_i^x \leq m - x,$$

akkor van emeletugrás, és

$$m - x - \mathcal{L}_i^x$$

egyenlő az emeletugrások számával.

Az optimális út megkeresésének algoritmus

1. Ha az x -edik emeleten van

$$\max \# \bar{P}^x$$

felső maximális szögpont, akkor ezt a P^x -et választjuk.

2. Ha nincs, akkor azt a P^x -et választjuk a legnagyobb felső számosságú, felülről ekvivalens szögpontok közül, amelyből halad gráfél a

$$\max \# \bar{P}^{x+1}\text{-nek}$$

nek megfelelő szögpontba, ha van felső maximális szögpont az $x + 1$ -edik emeleten.

3. Ha nincs, akkor azt a P^x -et választjuk, amely

$$\max \# P^x,$$

ha van alsó maximális szögpont az x -edik emeleten.

4. Ha nincs, akkor azt a P^x -et választjuk, amelyet összeköt gráfél a P^{x+1} -gyel, és

$$\max \# P^{x+1},$$

ha van alsó maximális szögpont az $x + 1$ -edik emeleten.

5. Ha nincs, akkor a legnagyobb felső számosságú, felülről ekvivalens, x -edik emeleti szögpontok közül azt a P^x -et választjuk, amelyre

$$\mathcal{L}^x = \text{maximum},$$

azaz amelynek a legnagyobb a lépésszáma.

6. Emeletugrást az x -edik emeleten csak akkor választunk, ha az 1–5. szabályok egyike sem dönt a P^x kiválasztása felől.

Ebben az esetben azt a P^x -et választjuk, amelyhez tartozó $\mathcal{L}_i^x$ bármely más $\mathcal{L}_j^x$ -nél nagyobb, ahol $i, j \leq \binom{m}{x}, x < m$.

7. Ha az 1–6. szabályok alkalmazása nem dönt a P^x kiválasztása felől, akkor az x -edik emelet ekvivalens szögpontjai közül azokat a P^x -eket választjuk, amelyekből az $x + 1$ -

edik emelet ekvivalens szögpontjai közül azonos $P^x + 1$ -be vezetnek gráfok az x -edik emeletről.

8. Az eljárást $x = 0$ -tól kezdve, rendre $x = m$ -ig elvégezzük.

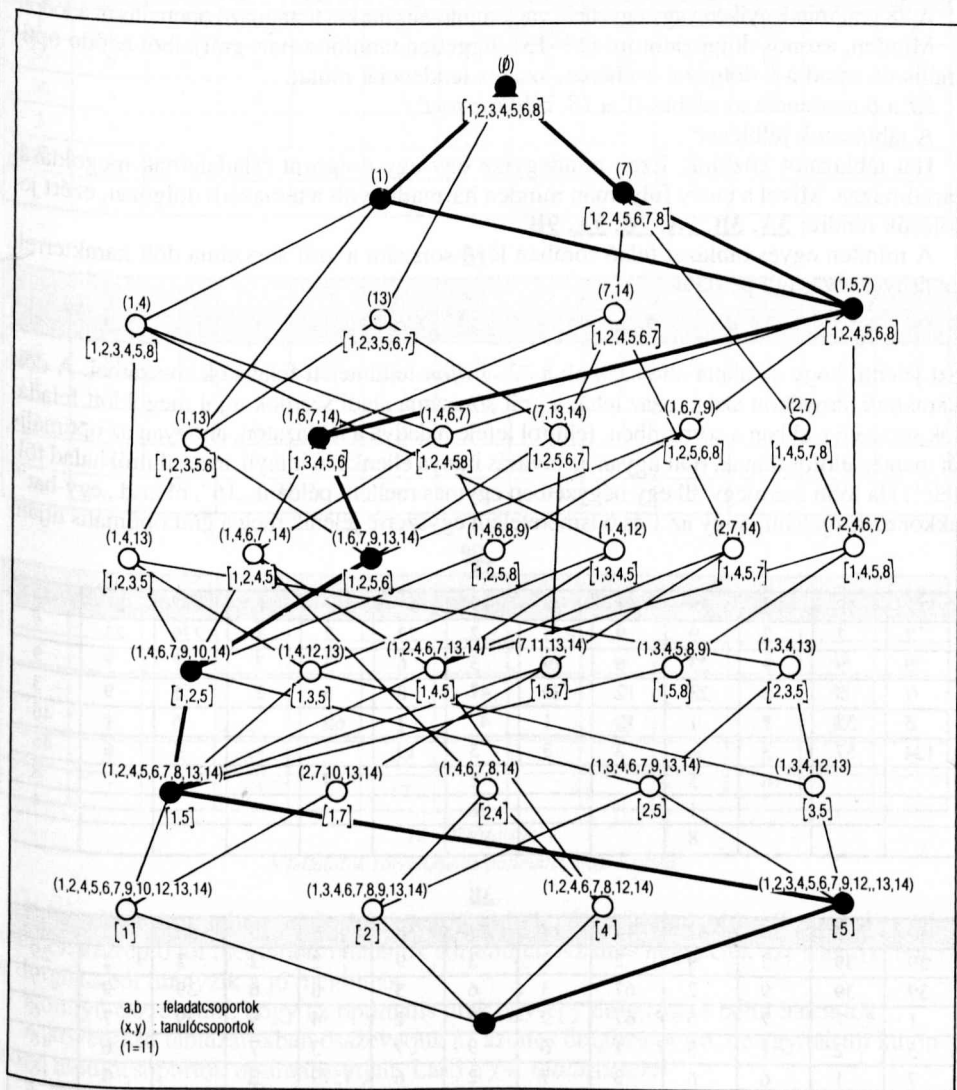
9. A kiválasztott szögpontokat, az emeletek növekvő sorszámanak sorrendjében összekötjük.

Az eljárás eredményeként olyan törött vonalat kapunk, amely a gráf 0-dik emeletéről az m -edikig vezet. Ezt nevezzük *optimális útnak*.

Ha az optimális út egy része elágazik, majd újra egyesül, akkor *hurokról* beszélünk.

Ha az optimális út szétválása, vagyis a hurok csak egy emeleten fordul elő, akkor a hurok minimális. A hurok két végpontja közti utak ekvivalens utak.

Példaképpen, a 16. ábra tanulók-feladatok gráján megmutatjuk a kijelölt optimális utat. Ez a 17. ábránk.



17. számú ábra
Tanulók-feladatok gráf.
Optimális út

A következőkben értelmezni kívánjuk a kapott optimális utat. Látni fogjuk, hogy ez a tanulók tudásának pillanatnyi állását rögzítő rendszer hogyan hasznosítható a tanítás folytatásának megtervezésében. Ehhez azonban először ismertetjük a mérés folyamán kapott adatokat, s az optimális utakra adódott egységes tendenciákat.

A feldolgozott adatok a következők: 13 független tanulócsoporthoz, az ország különböző területein, mindegyik 10 feletti, de 20 alatti létszámmal. Minden csoport 6 dolgozatot írt, ezek vagy 7, vagy 9 feladatot tartalmaztak.

A gráfok száma tehát $13 \times 6 = 78$.

Ezek 7×15 vagy 9×15 -ös relációtáblák alapján keletkeztek.

Esetünkben minden gráf maximálisan lehetséges szögpontjainak száma 1000 felett volt, de a gráfok átlagos szögpont száma 16-nak adódott, a legnagyobb gráf 45 szögpontú.

A 78 gráf mindegyikén vagy egyetlen, vagy minimális hurkot tartalmazó optimális út adódott.

Minden, azonos dolgozatot író (13–13) független tanulócsoporthoz gráfjaiból adódó optimális út, mind a 6 dolgozat esetében, azonos tendenciát mutat.

Ez a 6 tendencia az alábbi (1. a 13. táblázatsort!)

A táblázatok jelölései:

Hat táblázatot közlünk. Ezek mindegyike egy-egy dolgozat feladatainak megoldását tartalmazza. Mivel a tanév folyamán minden harmadik volt a témazáró dolgozat, ezért jelölésük rendre: **3A, 3B, 7A, 7B, 9A, 9B**.

A minden egyes táblázat felső sorában lévő sorszám a gráf sorszáma dőlt karakterrel, és árnyékolva; így például

72

azt jelenti, hogy az alatta álló számok a 72. gráfon feltüntetett feladatok sorszámai. A dőlt karakterű, árnyékolat szám, azaz tehát a gráf sorszáma alatti számok a jól megoldott feladatok sorszáma, abban a sorrendben, felülről lefelé haladva a táblázaton, ahogyan az optimális út mentén előfordulnak. (Ott ugyan az olvasás iránya ellenkező irányú, azaz alulról halad felfelé!) Ha több számjegy áll egy négyzetben egymás mellett, például „16”, olvasd „egy-hat”, akkor ez azt jelenti, hogy az 1 és 6 ismeretelem egyszerre jelenik meg a gráf optimális útján.

3A

7	67	73	55	61	49	19	31	43	1	37	25	13
2	2	2	9	9	5	2	23	2	3	239	23	2
9	9	9	23	6	79	3	6	3	7	7	7	9
7	3	6	23	12	79	47	8	5	2	5	9	3
5	57	7	1	12	1	47	7	69		6	1	46
134	57	3		3	3	5	19			1	6	46
		16	5			2		4				8
			1			8						4
			8									

3B

50	2	26	62	44	14	74	68	8	20	56	38	32
39	39	2	9	2	2	3	9	2	2	2	2	29
39	39	9	2	67	3	6	3	6	6	39	9	7
1	7	7	5	67	9	7	2	4	9	39	7	6
5	2	1	3	1	6	9	7	3	7		6	18
7	1	6	6	3	7	2	6	1579	3		4	18
6		4		4	4	1	4		58		1	3
4		5		5	8				4		3	45
28											5	

7A

45	15	21	51	57	3	9	27	33	39	63	69	75
1	1	1	1	1	6	6	16	16	16	16	6	6
6	3	6	6	56	1	1	16	5	16	16	5	1
5	4	2	5	23	5	5	7	3	47	2	2	5
23		5	2	23	37	23	2		47		1	2
23		4	4	7		23	5		25		3	3
		3	7				4		25			47

7B

10	76	70	22	4	34	16	28	40	52	58	64	46
1	1	1	1	1	6	6	16	16	16	16	6	6
56	6	6	6	6	3	6	6	16	16	16	16	46
56	4	5	4	5	6	3	3	3	3	35	5	46
2	5	3	7	7	5	25	57	2	4	35		5
3	7	4	3	4	7	25	57		57			
			5		4				57			

9A

65	59	53	17	5	11	77	71	35	41	23	29	47
5	36	36	3	36	16	5	37	34	4	1	1	15
6	36	36	1	36	16	4	4	6	6	4	4	15
1	4	7	4	45	3	6	16	5	7	3	5	
	2	15	6	45	7	1	16	2	13	2	2	
	5		7		5	2	5	7	13	67	36	
			5		4	5			2			

9B

6	54	36	30	12	42	48	66	18	24	72	78	60
6	1	5	5	1	1	1	13	4	1	4	1	14
1	6	47	4	5	3	3	13	13	4	1	45	14
	5	47	3	3	6	5		13	23	5	45	5
	2	1	2	6	2			62	23	3	37	3
	4	3	67		47				67	6		2
	7	6	67		47					2		

13. táblázatsor

A feladatok sorrendje az optimális utak mentén

E hat táblázaton tehát tanulmányozhatjuk mind a 78 feldolgozott gráf optimális útja mentén szereplő jól megoldott feladatok sorrendjét. Az üres négyzetek azt jelentik, hogy a dolgozatból hiányzik a jó megoldás.

Könnyű észrevenni, hogy az optimális utak egy-egy dolgozaton belül hasonlóak.

A következő táblázatokban összevetjük az azonos dolgozatot író, de egymástól különböző tanulócsoporthoz optimális útjait. Lásd a 14. táblázatsort!

A jelölések itt a következők.

Hogy melyik dolgozat anyagáról van szó, azt ismét félkövér, aláhúzott szám- és betű-együttes jelöli, rendre: **3A, 3B, 7A, 7B, 9A, 9B.**

A mindegyik táblázat felső sorában álló szám jelenti a feladat sorszámát, ezt dőlt karakterrel, árnyékoltan szedték; így például az

5

alatti számok az ötödik feladatra vonatkoznak.

A sorokat 1-től 8-ig, illetve 9-ig számoztuk, ami azt jelenti, hogy a különböző tanuló-csoportokban hányszor fordul elő az adott feladat az optimális út adott sorszámú helyén. Ha például a második oszlop harmadik sorában 1 áll, az azt jelenti, hogy a második feladat az optimális út harmadik helyén összesen egyszer fordul elő a 13 tanulócsoporthoz 13 gráfja közül. (Az optimális út harmadik helye pedig azt jelenti, hogy a gráf első emeletéről indulva felfelé a harmadik helyig haladunk. Azért nem mondunk harmadik emeletet, mert emeletugrás is lehetséges!)

A táblázatok utolsó sora: összesítés. Azaz az egyes négyzetekben álló szám azt jelenti, hogy egy-egy feladat összesen hányszor fordult elő jó megoldással az összes tanuló-csoport-beli összes dolgozatban.

3A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	0	9	4	0	1	0	0	0	3
2.	0	1	3	0	0	2	4	0	5
3.	1	3	3	1	2	1	3	1	2
4.	4	1	0	2	2	3	4	0	1
5.	3	0	4	2	2	2	1	0	1
6.	1	1	0	1	1	1	0	1	0
7.	1	0	0	1	0	0	0	1	0
8.	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Össz.	10	15	14	7	8	9	12	4	12

3B

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	0	8	3	0	0	0	0	0	5
2.	0	1	5	0	0	4	2	0	5
3.	1	1	1	1	1	2	5	0	3
4.	3	1	2	0	1	2	2	1	1
5.	3	1	2	1	1	3	3	1	1
6.	2	0	1	4	1	1	0	1	0
7.	0	0	1	3	3	0	0	1	0
8.	0	1	0	0	1	0	0	1	0
9.	0	1	0	0	0	0	0	1	0
Össz.	9	14	15	9	8	12	12	6	15

7A

	1	2	3	4	5	6	7
1.	9	0	0	0	0	8	0
2.	6	0	1	0	3	6	0
3.	0	4	2	2	5	0	2
4.	1	6	4	1	1	0	2
5.	0	3	4	2	2	0	1
6.	0	1	1	2	1	0	2
Össz.	16	14	12	7	12	14	7

7B

	1	2	3	4	5	6	7
1.	13	0	0	0	0	4	0
2.	4	0	1	1	1	12	0
3.	0	0	5	3	5	3	0
4.	0	3	2	1	6	0	3
5.	0	1	2	2	3	0	4
6.	0	0	0	1	2	0	1
Össz.	17	4	10	8	17	16	8

9A

	1	2	3	4	5	6	7
1.	4	0	8	2	1	4	0
2.	3	0	3	4	1	7	0
3.	2	0	2	3	3	2	2
4.	3	4	1	1	2	2	1
5.	1	1	2	0	3	2	3
6.	0	1	0	1	2	0	0
Össz.	13	6	16	11	12	17	6

9B

	1	2	3	4	5	6	7
1.	8	0	1	3	2	1	0
2.	5	0	4	5	2	1	1
3.	1	1	4	2	5	1	1
4.	1	5	4	0	0	2	1
5.	0	1	1	2	0	3	3
6.	0	1	0	1	0	2	1
Össz.	15	8	14	13	9	10	7

14. táblázatsor

Az azonos dolgozatokat író különböző tanulócsoporthok feladatmegoldásának gyakorisága az optimális út mentén

A 14. táblázatsorból látszik, hogy melyik feladat szerepel leggyakrabban az optimális út első helyén, melyik a leggyakrabban a második helyén és így tovább. Írjuk most egymás alá a feladatok sorszámát a fentieknek megfelelő sorrendben. Ha bizonyos feladatoknál nincs különbség, vagy kicsi a különbség a gyakorisági számok között, akkor a szóban forgó hely alatti szám értékét is vegyük tekintetbe, s azt írjuk következőként, amelyekre a szóban forgó és az alatta lévő helyen álló számok összege a nagyobb.

Ezt a feladatsorrendet persze dolgozatonként készíthetjük el. Ám ha arra gondolunk, hogy a 3A és a 3B, a 7A és 7B, valamint a 9A és 9B feladatcsoport páronként ugyanarra a tananyagra vonatkozott, akkor – amennyiben minden esetben gondosan kiegyensúlyozottak voltak az A és B csoportbeli feladategyüttesek –, ezeket az új listákat egyesíthetjük is.

Ez áll az alábbi 15. táblázatsorban.

Jelölések: félkövér, aláhúzott szám és betű: hogy melyik dolgozatról van szó, pl. **3A**; dőlt szám: a feladat sorszáma, pl. 7; dőlt, aláhúzott szám: a feladat sorszáma, egyesített A és B csoportban.

<u>3A</u>	<u>3Aés3B</u>	<u>3B</u>
2	2	2
9	39	39
3	7	7
7	6	6
5	15	1
1	4	4
4	8	5
8		8

<u>7A</u>	<u>7B</u>
16	16
5	5
2	3
3	4
47	7
	2

<u>9A</u>	<u>9B</u>
36	1
1	4
5	3
4	5
7	6
2	2
	7

15. táblázat

Az azonos dolgozatot író tanulócsoporthoz feladatmegoldásai csökkenő gyakoriság szerint az optimális út mentén

3.3. A tanítási stratégiáról

Ha sikerült az olvasónak végigkövetni a sok adatot és számítást, akkor most élvezheti a munka gyümölcsét, mert a továbbiakban a tapasztalatok értelmezésére, majd pedagógiai felhasználhatóságára térünk rá.

Foglalkozzunk először is azzal, hogy mi egyáltalán az *optimális út* algoritmusának *pedagógiai jelentése!*

Olyan legnagyobb feladatcsoporthoz minősítettünk jobbnak egy vele azonos számú feladatból álló másiknál, amelyet egy legnagyobb létszámú tanulócsoporthoz minden tagja megold, ha ennek a legtöbb olyan tanuló részcsoporthoz van, amelyek egy másik legnagyobb feladatcsoporthoz megoldani tudó, másik legnagyobb tanulócsoporthoz az előbbinél legalább eggyel több feladatot is meg tud oldani. Ha azonos számú ilyen tanuló részcsoporthoz van, akkor meg azt a legnagyobb feladatcsoporthoz vettük, egy vele azonos számú feladatból álló másik legnagyobb csoportnál jobbnak, amelyet egy legnagyobb tanulócsoporthoz minden tagja megold, amelynek ezek közül az egyenlő számú, az előbbinél legalább eggyel több feladatot megoldani tudó részcsoporthoz közül legtöbb részcsoporthoz van, amely az előbbinél legalább kettővel több feladatot tud megoldani, mint a másik feladatcsoporthoz megoldó tanulócsoporthoz.

Ha a tanulócsoporthoz részcsoporthoz ilyen részcsoporthoz is azonos számúak, akkor azt a legnagyobb feladatcsoporthoz minősítettük jobbnak egy vele azonos számú feladatból álló legnagyobb feladatcsoporthoz, amelyet egy legnagyobb tanulócsoporthoz minden tagja megold, amelyik feladatcsoporthoz megoldó tanulócsoporthoz a legtöbb, nála nem kisebb tanulócsoporthoz része. Ez egyszersmind azt is jelenti, hogy az így kiválasztott feladatcsoporthoz a legtöbb, nála legalább eggyel kisebb számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoporthoz egyesítéséből jön létre, amelyek mindegyikét bizonyos legnagyobb létszámú tanulócsoporthoz megoldja.

Ha az adott számú feladatból álló legnagyobb feladatcsoporthoz még így is egyenlő eséllyel oldhatók meg, akkor a szóban forgó számúaknál eggyel több feladatot tartalma-

zó legnagyobb feladatcsoportok között nézzük meg, hogy melyikük jön létre a legtöbb, nála eggyel kisebb számú feladatból álló feladatcsoport egyesítéséből, és az adott számú feladatból álló feladatcsoportok közül azt választjuk, amelyik ennek része.

Ha még így is egyenlő esélyű csoportok vannak az adott számú feladatot tartalmazók közt, akkor közülük azt választjuk, amely úgy eredményezi a legtöbb feladatból álló feladatcsoportot, hogy ha rendre eggyel több feladatból álló feladatcsoportokat egyesítünk, akkor ez az eljárás a legtöbb egyesítési lépést tartalmazza.

Ha a fenti eljárás nem lehetséges úgy, hogy egyetlen egyesítési lépésben csak eggyel növekedjék a feladatok száma, akkor a feladatcsoportok egyesítésekor egynél többel is növelni lehet az egyes feladatcsoportokat tartalmazó feladatok számát.

Ha az előbbi összes eljárásnak az itt leírt sorrendben történő alkalmazása sem ad választ bizonyos számú feladatból álló feladatcsoportok közül való választásra, akkor közülük az eddigi értelemben vett legjobb ekvivalenseket választjuk.

Eljárásunkat rendre az egy, két stb. számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportra végezzük el, amelyek mindegyikét egy legnagyobb létszámú tanulócsoport minden tagja megoldotta, úgy, hogy minden kiválasztott, eggyel nagyobb számú feladatot tartalmazó feladatcsoportnak, az adott számú kiválasztott feladatcsoport része legyen.

Most ismételten megfogalmazzuk a mondottakat, de már kevésbé szabatosan, és némileg emészthetőbb módon.

A különböző számú feladatot tartalmazó feladatcsoportok közül egy-egy olyat választottunk ki,

- amelynek megoldása esetén a legtöbb esély van még több feladatot megoldani;
- amely a legtöbb elsajátított tudásra támaszkodik;
- amely a legtöbb fokozatos, lépésenkénti ismeretelem beépülésével vezet a több ismerethez.

Az optimális út az így kiválasztott, növekvő számú feladatból álló feladatcsoportokat köti össze úgy, hogy a kiválasztottak közül a nagyobb számú feladatból álló feladatcsoportnak mindig része a kisebb számú feladatból álló feladatcsoport.

Ez tehát az optimális út algoritmusának pedagógiai jelentése.

Most nézzük meg azt, hogy mi a *tapasztalatok pedagógiai jelentése!*

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok között általában egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb, ennél eggyel nagyobb számú feladatból álló feladatcsoportnak a része.

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok közül általában egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb, ennél kettővel nagyobb számú feladatból álló feladatcsoportnak a része.

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok közül általában egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb, ennél eggyel nagyobb számú feladatból álló olyan feladatcsoportnak a része, hogy ez az eggyel nagyobb számú feladatból álló feladatcsoport az adott számú feladatból álló feladatcsoportok legtöbbjének egyesítéséből jön létre, és az adott számú feladatból álló feladatcsoportokhoz tartozó tanulócsoport ugyanakkor része az eggyel kevesebb feladatból álló feladatcsoportot megoldó tanulócsoportnak.

Adott számú feladatból álló olyan legnagyobb feladatcsoportok és ezek mindegyikét megoldó legnagyobb tanulócsoportok közül általában csak egy olyan feladatcsoport van, amely a legtöbb egyesítési lépést tartalmazza, ha a legtöbb feladatból álló feladatcsoportokhoz úgy jutunk el, hogy a mindig eggyel több feladatot tartalmazó feladatcsoportokat egyesítjük.

Az előbbi állítássorozat mindegyike úgy szól, hogy „általában egy ilyen csoport van”. A tapasztalat szerint a fenti öt állításnak legalább egyike mindig igaz. Ez azt is jelenti, hogy minden – különböző számú feladatból álló – feladatcsoport közül van egy „legjobb”. Az ezeket növekvő feladatszám szerint összekötő vonal az optimális út! A mérések tapasztalatai szerint az optimális út független a tanulócsoporttól, csak maguktól a feladatoktól függ!

De mire jó és hogyan hasznosítható a gyakorlatban ez a váratlanul kapott eredmény, hogy mindig van egy optimális út?

A következőkben erre próbálunk választ adni.

Térjünk vissza a 13., 14. és 15. táblázat sorozatokhoz. Adataink egy adott pillanatban mért tudásértékeket jelentenek a kiválasztott osztályokban. Azt mutatják, hogy egy adott időpontban a különböző gyerekcsoportok mit tudtak. Azzal a feltevéssel élünk, hogy ez felcserélhető valamely gyermek különböző időpontokbeli tudásával. Vagyis az egyén fejlődésének gyarapodása ugyanolyan úton történik, mint amilyen a különböző csoportok állapota egyidőben. Vagy – hogy a darwini kifejezéssel éljünk – az egyedfejlődés felcserélhető a törzsfjlődéssel. Ezt a fundamentális feltevést sokak és sokszor alkalmazták, s úgy gondoljuk, mi is élhetünk vele. (7)

Ez azonban azt jelenti, hogy eredményünket, az optimális utat úgy értelmezhetjük, miszerint a kevesebb feladat jó megoldásától a több és több feladat jó megoldásához vezető utak közül – időben – lehetőleg mindenkinek a legjobbjikon, az optimálison kell végighaladnia. Mikor lehetséges ez? Akkor, ha ebben a sorrendben tanítunk! Más szóval, tanítási stratégiánk legyen a feladatok tanításának az a sorrendje, amelyet a 15. táblázat mutat. Hiszen ott látjuk, melyek a leggyakoribbak az optimális út első, második stb. helyén. Ha most a legtöbben a 2. feladatot tudták megoldani, s erre épült a 3. és 9. feladat stb., mint ezt például a 3A táblában látjuk, akkor a következőkben legyen ez a tanításbeli sorrend!

Összefoglalva, míg a 2. fejezetben megismerkedtünk az individuális gráfokkal, mint amelyek alkalmasak a tanulói ismeretek tárgyilagos elbírálására, de egyidejűleg a hagyományos osztályozást is lehetővé teszik, a 3. fejezetben a kollektív gráfok szerepeltek, amelyek egész tanulócsoporthoz „Ki mit tud?” hálózatait tarták fel, s ahol a kapott adatok alapján ugyancsak alkalmazható a hagyományos érdemjegyek megállapítása. A kollektív gráfok lehetőséget adnak úgynevezett optimális út megkeresésére, ami tanítási stratégia kidolgozását teszi lehetővé.

Mindkét gráf használatánál az is látszik, hogy a tudás mérésére szolgáló eljárás egyúttal az ismeretanyag, a tanítandó anyag strukturálására is szolgál, illetve a tanítás menetének meghatározására, s tulajdonképpen ez az igazi nagy nyereség, amire oktató-nevelő munkánkban a hatékony munka érdekében elsősorban szükségünk van.

Amint látjuk, meglehetősen összetett, bonyolult igazságokat tudunk megállapítani, de ezek egyike sem számszerű. Ezt értettük azon, hogy a minőségek szerkezetét tárjuk fel. (8)

Jegyzet

- (1) ÁGOSTON GYÖRGY–NAGY JÓZSEF–OROSZ SÁNDOR: *Mérési módszerek a pedagógiában*. Tan-
könyvkiadó, Bp. 1975.
- (2) GANTER, B.–WILLE, R.: *Formale Begriffsanalyse*. Springer, Berlin 1996.
- (3) BALOGHNÉ ZÁBÓ MAGDOLNA–GÉCZI JÁNOS–MOLNÁR T. LÁSZLÓ–TAKÁCS VIOLA: *INTEGRÁF* (Integrált Természettudományi Galois-Relációban Ábrázolt Filmek). Kutatási Jelentés, OOK, 1979.
- (4) Uo.
- (5) TAKÁCS VIOLA: *FILM* (Fizikatanítási Ismerethordozók Lépcsőzetes Modulrendszer). 6. kutatási főirány
1976–80-as szakaszában. 2.2.2.8.E kódszámon, Kutatási Zárójelentés, OOK, 1980.
- (6) JOÓ ANDRÁS: *Beszámoló a strukturális elemzés pedagógiai alkalmazásának néhány módszeréről*. OPI, 1977.
- (7) FAY, G.–TAKÁCS V.: *Galois Perceptron Journal of Cybernetics*. 1976.1.
- (8) TAKÁCS VIOLA: *Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása. Kandidátusi értekezés*. Bp. 1993.

Irodalom

- DROMMER B.–POZSONYI A.: *Számítógépes program a Norris-féle algoritmus alapján a zárt részalmaz-
párok megkeresésére*. Bp. 1994.
- NORRIS, E.M.: *An algorithm for computing the maximal rectangles in a binary relation*. Rev. Roum. Math.
Pures et Appl. Bucurest 1978. 2. sz., 243–250. old.
- ZSOLNAI JÓZSEF: *Koncepció a tanárképzés problémáinak számbavételéhez és szervezeti rendjének újragon-
dolásához*. Iskolakultúra, 1995. 15–16–17. sz., melléklet.