A humán műveltség és a formalizáltság

HOLNAPY DEZSŐ

A műveltség egyetemes! Nem igaz, hogy a humán műveltség és a természettudományos műveltség a műveltség különálló részei. Véleményem szerint vitathatatlan, hogy a humán tudományok művelőinek tudása, ismerete többnyire lexikális, míg a természettudományokkal foglalkozóké inkább procedurális, s e képességekben a fenti tudományterület képviselői különböznek. Akit zavar a humán műveltséggel kapcsolatban a formalizáltság bemutatása, annak bizonyára rossz emlékei vannak a középiskolai matematikáról, és nem vált élménnyé, élvezetté, intellektuális örömmé benne a matematika. Na nem a trigonometrikus azonosságok, a szóbeli egyenletek megoldási rutinjának évekig tartó gyakorlását kérem számon, hanem annak a gondolkodásmódnak az ismeretét, amit a matematika révén elsajátíthatunk. A matematikai gondolkodásmód ui. a humán műveltség része. (1) Jelen tanulmányban szeretném megmutatni, hogy a humán tudományokban is jelen van a formalizáltság, továbbá, hogy a formálisan megfogalmazott jelenségeknek is lehetnek humán interpretációi. Nem titkolt szándékom, hogy szeretnék e tevékenységemmel azok nyomdokaiba lépni akik a műveltséget képesek egységben látni (2),(3),(4), s szeretnék egyúttal ugyanerre másokat is lelkesíteni.

A modell

A környezetünk állapotáról, a benne zajló folyamatokról bennünk kialakult kép a jelenség fizikai modellje. A fizikai modell lehet verbális, leírhatjuk szöveges formában valamilyen élő nyelven, de leírhatjuk azt egy szigorúbb szintaxissal és szemantikával rendelkező mesterséges nyelven a matematika szimbolikájával is. A jelenségről alkotott képünk egzaktsági szintjétől függ, hogy melyik nyelvet használjuk. Az utóbbi alkalmazása esetén szokás *matematikai modellről* beszélni.

Modelljeink hierarchikusak, s a globálisabb modellek a részletesebbekhez képest többlet információkat is tartalmaznak (5). Így lehet szó arról, hogy egy részletkérdéseket is egzaktul tárgyaló modellről magasabb hierarchiaszinten verbálisan beszéljünk, s ezzel élménnyé válik egy formalizmusnak a számunkra éppen érdekes mondanivalója (6).

A léptékproblémának is nevezhető jelenség jól bemutatható a különböző építészeti tervdokumentációkon keresztül. Világos, hogy az építtetőnek többet mond – a kőművesnek egyébként kevesebbet mondó – engedélyezési tervdokumentáció a pallérterveknél, amikből szakértelemmel neki, az építtetőnek kellene összegeznie, emergens tulajdonságokkal felruháznia a kiolvasottakat ahhoz, hogy az engedélyezési terv mondanivalóját a maga számára előállítsa.

A művészet, a mesterség és a tudomány a Világról alkotott képünk különböző egzaktsági szintjei.

A nyelvtan, mint numerikus formalizmus

A költészet, azt hinné az ember, igazán mentes a kötöttségektől. Természetesen mondanivalóját, szemantikáját tekintve így is van. A rímek helyes képzése, még inkább az időmértékes versek ritmusa, igen szigorú szabályoknak hódol.

Vizsgáljuk meg, miként írható le egzaktul egy korrekt hexameter.

T = {∪; —}

N = { pirrichius ; jambus ; trochaeus ; dactylus ; anapaestus ; spondeus ; hexameter ; alternatíva1 ; alternatíva2 }

S = { hexameter }

P = { pirrichius	⇒;	∪ ∪;	iambus ⇒ ∪ —;
trochaeus	⇒;	— ∪;	dactylus ⇒ — ∪ ∪;
anapaestus	⇒;	∪ ∪ —;	spondeus ⇒ — —;
alternatíva1	⇒;	dactylus ;	
alternatíva1	⇒;	spondeus ;	
alternatíva2	⇒;	trochaeus ;	
alternatíva2	⇒;	spondeus ;	
hexameter	⇒;	alternatíva1	alternatíva1
		alternatíva1	alternatíva1
		dactylus	alternatíva 2; }

A T nem üres, véges halmazt terminális szimbólumhalmaznak nevezzük. Egy ritmusleírásban csak ezek a jelek fordulhatnak elő. A gyűjtőfogalmak, vagy másnéven nemterminális szimbólumok az N, nem üres, véges halmazban találhatók. E fogalmak más fogalmakból való levezethetőségét (→) a P szabályhalmaz (production halmaz) tartalmazza, míg az S, a nemterminálisok közül kiemelt legmagasabbrendű fogalom, a mondatszimbólum, aminek az egzakt definícióját tartalmazza a vázolt nyelvtan.

Sorozatos helyettesítésekkel a nyelvtan alapján képezhetők a nyelv összes korrekt mondatai, vagy pedig egy mondatról eldönthető, hogy korrekt mondata-e a nyelvnek.

Egyszerű példával megvilágítjuk a tételbizonyítás menetét a fent bemutatott nyelvtanra támaszkodva.

A bizonyítandó kérdés: a hexameter első verslába lehet-e — —?

A bizonyítás gondolatmenete a következő: az első versláb, alternatíva1. Az alternatíva1 helyettesíthető dactylus-szal, a dactylus pedig helyettesíthető — ∪ ∪ -vel, ami nem egyezik azzal, amit bizonyítani akartunk. Az alternatíva1 azonban spondeusüszal is helettesíthető, ami pedig — — -val helyettesíthető. Az utóbbi megegyezik a kérdésben szereplő verslábbal. A bizonyítás sikeres. Igaz tehát, hogy a hexameter első verslába lehet — —.

A bemutatott nyelvtan az ún *Chomsky*-féle string nyelvtan (7). A Chomsky-féle nyelvtanok alkalmasak arra, hogy a szigorúan rögzített szintaxisú nemnumerikus problémákat formalizáljuk. A bemutatott nyelvtan általánosítható többdimenziós esetre is, ami a nemnumerikus kapcsolatok egy széleskörű osztályának egzakt formális leírását teszi lehetővé. Ugyanilyen nyelvtanok használhatók a rendszerelvű építésben arra, hogy egy szerkezet összeépítési szabályait, vagyis az elvégzendő műveleteket egzaktul leírjuk.

Jelen fejezetben bemutattuk, miként lehet nemnumerikus eszközökkel formálisan dolgozni, ill. fogalmakat definiálni. Az eszköz akár a matematika jelölésrendszerének, nyelvének a definiálására is alkalmas, de mint láttuk, annál lényegesen szélesebb körű a nyelvtanok alkalmazhatósági köre.

A következőkben numerikus állításokból indulunk ki és megmutatjuk, hogy annak lényege miként interpretálható az annál lényegesen tágabb humaniórákban.

A folyamatmodell

A folyamatokat a kezdőknek induktív módon tanítjuk. Kiindulunk az időtől független eseményekből, és instantán állapotváltozásokat képzelünk el. A megalapozott ismeret birtokában térünk át a tranziensek leírására. A numerikus modell bemutatásánál jelen cikkben kövessünk deduktív módszert, majd mikor a modellt teljesen uraljuk, akkor térjünk rá az egzaktul leírt folyamatok humán interpretációira.

Formalizált interpretációk

Egy folyamat a következő közönséges differenciálegyenlettel írható le:

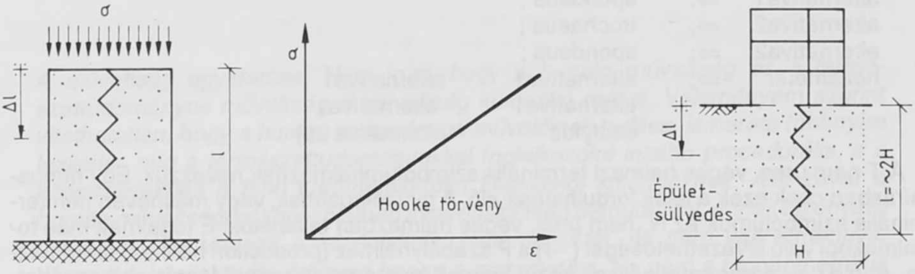
$$\sum_i a_i \frac{d^i\sigma(t)}{dt^i} = \sum_j b_j \frac{d^j\varepsilon(t)}{dt^j}$$

Hogy senki meg ne ijedjen ettől a formalizmustól, nyelvezettől, tekintsünk néhány példát.

Ha σ -án feszültséget, ε-on alakváltozást értünk, $i=0$, $j=0$ esetében a folyamatot leíró (differenciál)egyenlet:

$$a_0\,\sigma(t) = b_0\,\varepsilon(t)$$

alakú, és a Hooke törvényt jelenti *(1. ábra).*

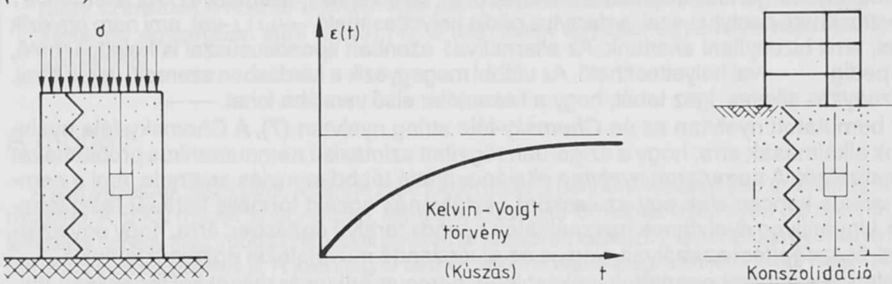


1.ábra
A Hooke-törvény és alkalmazása

$i=0$, $j=1$ esetében a folyamatot leíró differenciálegyenlet:

$$a_0\sigma(t) = b_0\varepsilon(t) + b_1\dot{\varepsilon}(t)$$

alakú, és a Kelvin-Voigt anyagmodellt formalizálja, a lassú alakváltozást tartalmazza *(2. ábra).*



2. ábra
Kelvin-Voigt anyagtörvény és alkalmazása

Az

$$Aq = s + ts$$

alakú differenciálegyenlet a *3. ábra* szerinti kútrendszer instacionér állapotait is leíró probléma matematikai modellje.

$$b_0(t) = k_i(t) + T \cdot \dot{k}_i(t)$$

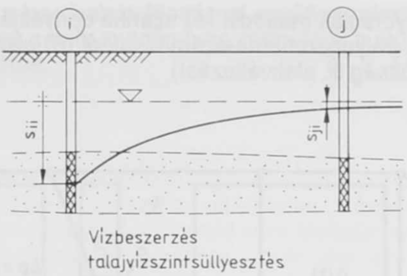
alakban a *4. ábra* szerinti víztározás problémáját írja le.

$$\dot{h}_f(t) = f_f(h_f, Q, t)$$

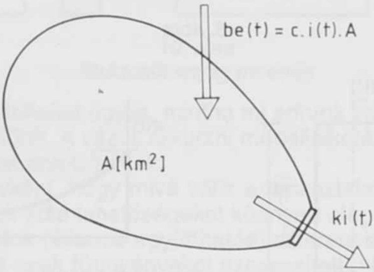
alakban az *5. ábra* szerinti vízerőmű felvízszint alakulását követi Q(t) vízátbocsátás hatására.

$$\Delta p = c|Q|Q + dQ + eQ$$

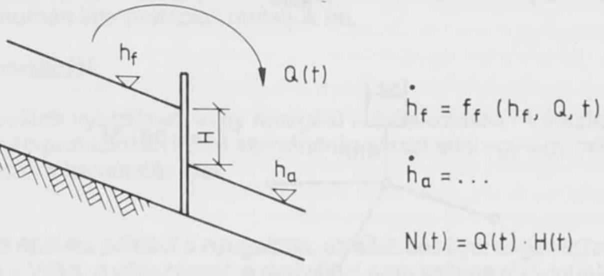
alakban pedig a *6. ábra* szerinti instacionaritást is tükröző csőhálózati nyomásesést modellezi.



3. ábra
Kutak egymásrahatása



4. ábra
Tározótér



5. ábra
Vízerőmű

i=1, j=0 esetében a folyamatot leíró differenciálegyenlet:

$$a_1\,\dot{\sigma}(t) + a_0\,\sigma(t) = b_0\,\varepsilon(t)$$

alakú, matematikai tartalma az előbbi egyenletekkel azonos, fizikai tartalma pedig mechanikai interpretáció esetében a *7. ábra* szerinti relaxáció jelensége.

$$P(t) = cQ(t)$$

alakban ugyanez a differenciálegyenlet a vízáram okozta víztoronybeli nyomásváltozást modellezi *(8. ábra).*

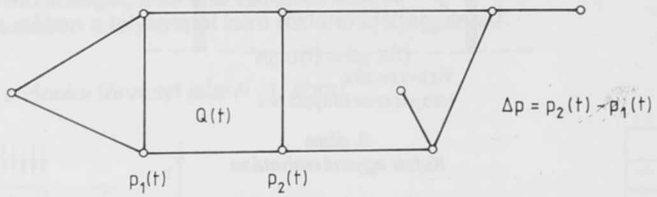
i=0, j=2 esetében a folyamatot leíró differenciálegyenlet:

$$a_0\,\sigma(t) = b_0\,\varepsilon(t) + b_1\,\dot{\varepsilon}(t) + b_2\,\ddot{\varepsilon}(t)$$

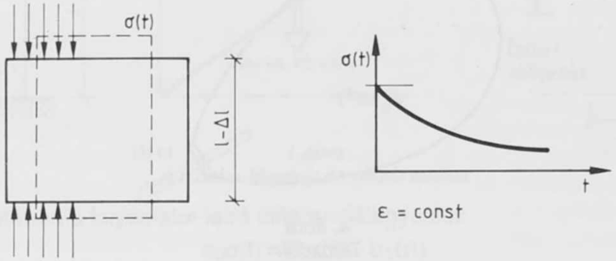
amely a kontinuum rezgését írja le.
i=0, j=4 esetében a folyamatot leíró differenciálegyenlet:

$$a_0\,\sigma(t) = b_0\,\varepsilon(t) + b_1\,\dot{\varepsilon}(t) + b_2\,\ddot{\varepsilon}(t) + b_3\,\bar{\varepsilon}(t) + b_4\,\bar{\varepsilon}(t)$$

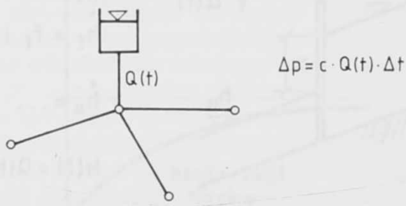
alakú, és láthatóan a gyorsulás második idő szerinti deriváltját is tartalmazza. Gyorsvasutak átmeneti íveinek pályageometria-számításainál (8) alkalmazzák *(9. ábra).* (Ez esetben σ és ε nem feszültség ill. alakváltozás!)



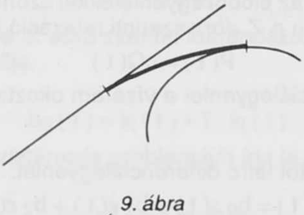
6. ábra



7. ábra



8. ábra
Víztorony



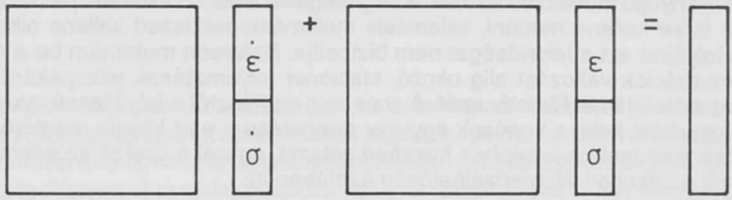
9. ábra
Átmeneti ív

A folyamat általános differenciálegyenletéből kitűnik, hogy mindkét oldalon szerepeltethetők deriváltak.

i=1, j=1 esetében a folyamatot leíró differenciálegyenlet:

$$a_1\,\dot{\sigma}(t) + a_0\,\sigma(t) = b_0\,\varepsilon(t) + b_1\,\dot{\varepsilon}(t)$$

Mechanikai tartalma a lassú alakváltozással együttes relaxáció. Ez azonban átírható a *10. ábrán* vázolt alakra, amely mutatja hogy formulánk a régi, csak a skalár együtthatókból mátrixok keletkeztek.



10. ábra
Stukturált anyag modellje

Tekinthetjük a fent említetteket úgy is, mintha mi adtunk volna az elemi részekből álló összetett anyagnak struktúrát. A vázolt rekurzív modellalkotás érdekes eredménye a folyamat-differenciálegyenlet analízisének.

Így érzékelhető élményként, hogy mivé válik a tapasztalatokból kiinduló ismeret, ha az ember a formalizmusok adta lehetőségeket könnyed eleganciával kihasználja.

E fejezetben a folyamatok (állandó együtthatós) differenciálegyenletéből indultunk ki. Először jobb- és baloldalt csak függvényeket szerepeltettünk. Később lépésről lépésre jobboldalt, majd baloldalt bevezettük az első-, majd a magasabbrendű deriváltakat, és értelmeztük annak fizikai tartalmát.

A következőkben a deriváltnak, általánosabb értelemben a folyamatok differenciálegyenletének a humán interpretációit mutatjuk be.

Humán interpretációk

Közölnek-e velünk nyugalmat, vagy mozgást a műalkotások? Létezik-e deriváltfogalom a művészi interpretációban? Erre szeretnénk választ adni egy-egy művészeti ág egy-egy objektumának a bemutatásával.

Építészet

Az Akropolisz épülete például a nyugalmat, az állandóságot sugározza. Olyan, mintha konstans lenne a Világ, a változással, a deriválttal nem kellene törődnünk. Hasonlít az *1. ábrán* bemutatott jelenséghez. Úgy van, és kész!

A Centre de Pompidou épülete, mint az indusztrializmus jellegzetes képviselője, szándékosan mutatni kívánja a mozgást, a függőséget az időtől. Külső lépcsőjén hol nagyobb, hol kisebb az embertömeg, megjelenik a változás, a derivált is.

Festészet

Csontváry Vihar a Hortobágyon c. festménye egy folyamatból ragad ki egy állóképet. A folyamatról nekünk van tapasztalatunk, és megérezzük a közelgő óriási vihart. Ilyen minden determinisztikus jelenség, amihez differenciálegyenletet rendelünk modellként. A differenciálegyenlet, a folyamattal kapcsolatos tapasztalat leírja mind a múltat, mind a jövőt. Az állókép egy differenciálegyenlet kezdeti feltétele, s ebben a differenciálegyenletben már az időbeli változást szimbolizáló derivált, is jelentős szerepet kap. Érezzük, mindjárt kitör a vihar.

Szobrászat

A varsói *Chopin* szobron látható érezhető, hogy a külső hatás fokozatosan belső változásokat generál a külső hatást elszenvedőben. Ha számszerűsíthető lenne, akkor az

$$a_0\, \sigma(t) = b_0\, \varepsilon(t) + b_1\, \dot{\varepsilon}(t)$$

lassú alakváltozást tükröző differenciálegyenlet tartozhatna hozzá formális leírásként. De azonnal felmerül a kérdés, van-e szobor, amelyik a relaxációt tükröző

$$a_1 \dot{\sigma}(t) + a_0 \sigma(t) = b_0 \varepsilon(t)$$

differenciálegyenlet eszmei tartalmának felel meg? A gyarmati uralom alóli felszabadulást jelképező, a láncait letépő afrikai szobra például a körülmények okozta feszültségváltozás hatását, mint egy folyamat pillanatképét rögzíti.

Zene

A látványt nyújtó művészeti alkotások segítségével lehet érzékelhető példát bemutatni. Ha zenét is be kellene mutatni, valamiféle multimédia rendszert kellene alkalmazni. A könyv, a folyóirat ezt a lehetőséget nem biztosítja. Szívesen mutatnám be a nyugalom, a kis perturbációk változást alig okozó, stacioner folyamatának jelképeként *Smetana* Moldva szimfóniájának főmotívumát. A zene míg egyrészről a folyó lassú nyugodt folyásának hangulatát kelti, a vonósok egy-egy pengetése a part kövein megtörő hullámok csapódása a nyugalom-jelképhez hozzáad valamit, amivel a szerző az esemény folyamatjellegét érzékelteti. Numerizálhatóság esetében az

$$a_0 \sigma(t) = b_0 \varepsilon(t)$$

egyenlet késleltetési tagot nem tartalmazó, Hooke-törvénynek megfelelő kifejezése szimbolizálná a jelenséget.

A külső hatásokra adott kirobbanó válasz zenei interpretációjának példájaként *Erkel* Bánk bánjának tiszai jelenetét játszanám le. A Tisza kezdetben nyugalmat áraszt, majd a gyorsabb, idegesebb futamok, és a fortisszimó jelzi a vihar, a tragédia közeledtét. A szimbolika az

$$a_1 \dot{\sigma}(t) + a_0 \sigma(t) = b_0 \varepsilon(t)$$

differenciálegyenlettel hozható kapcsolatba. Nyilvánvalónan a különböző eszközök különféleképpen és különböző kifejezőerővel idézik fel bennünk a folyamatot.

És minden más...

Az egyik nyelv bizonyos folyamatokat jobban, a másik kevésbé érzékeltet, sőt, különböző emberekre más-más nyelvek hatnak nagyobb kifejezőerővel.

Ne felejtsük el azonban, hogy a nyelvek csak a folyamatok modelljei bármelyik nyelvről is legyen szó. Műveltségünkhöz pedig hozzá tartozik, hogy megismerjük a valóságot leíró, valóságot bizonyos szempontból modellező nyelveket, mert ez biztosítja számunkra a Világ egyre szélesebb körű megismerését.

Befejezés

Humán műveltség és formalizáltság? Talán most már látható, hogy nem is olyan idegen a formalizáltság a humán műveltségtől. Sőt része! Rajtunk múlik, hogy a műveltséget növelő diszciplínákat úgy tanítsuk, hogy annak lényegét, gondolkozásmódját sajátítsák el a növendékek, s ne akadjanak el az átfogó áttekintéshez szükségtelen részletkérdéseken. Így válhat igazán a humán műveltség részévé a matematika, amibe ma már beletartozik minden, amit tudunk formalizáltan kezelni.

IRODALOM

(1) *Revuz, A.*: Modern matematika – élő matematika. Gondolat Kiadó, Budapest, 1973.
(2) *Davis, Ph.J. – Hersh, R.*: A matematika élménye. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.
(3) *Schiller R.*: Rendszertelen bevezetés a fizikai kémiába a hidrogén ürügyén. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
(4) *Simonyi K.*: A fizika kultúrtörténete. Gondolat Kiadó, Budapest, 1986.
(5) *Primas, H.*: Visszavezethető-e a kémia fizikára? Mérleg 24 (1988), 247-266. p.
(6) *Holnapy D.*: Homogén tudásérzet és az iskolaválság. = Iskolakultúra, 1991/5.
(7) *Chomsky, N.*: Generatív grammatika. Európa Könyvkiadó, Budapest, 1985.
(8) *Megyeri J.*: Vasúti mozgásgeometria. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
(9) *Németh L.*: Csontváry. Corvina Kiadó, Budapest, 1992.
(10) *Probáld F. – Szegedi N.*: A világ fővárosai. Kossuth Könyvkiadó, Budapest, 1986.