Csíkos Csaba – Kelemen Rita
SZTE, BTK, Neveléstudományi Intézet

Matematikai szöveges feladatok nehézségének és érdekességének megítélése 5. osztályos tanulók körében

Tanulmányunkban a Szegedi Tudományegyetemen Csapó Benő vezetésével zajló nagymintás longitudinális méréssorozat egy adott mérési pontján, 5. osztályos tanulók körében alkalmazott mérőeszközünk két kérdésével foglalkozunk. A teljes mérőeszközünk a matematikai meggyőződések témakörében született, és három fő részből áll. Az első kérdésben matematikai feladatok nehézségének megítélése volt a tanulók feladata. A kérdőív második része az úgynevezett flamand feladatsor (lásd: Verschaffel, De Corte és Lasure, 1994; Csíkos, 2003a) hét feladatának zárt kérdéses változata volt. Ebben a részben a hét szöveges feladat esetén kellett három-három megoldási lehetőség valamelyikét megjelölni. A harmadik részben négyféle feladatkitűzési módról dönthették el a tanulók, hogy azokat mennyire tartják érdekesnek. Most a kérdőív bevezető és befejező oldalainak kérdéseit elemezzük, és az önmagában is rendkívül összetett második rész elemzését külön tanulmányban végezzük majd el. (1)

Empirikus kutatásunk két kérdőívkérdés adatait dolgozza föl, amely kérdések elsősorban a matematika tantárgyhoz köthetők, és azon belül is egy szűk területet ölelnek föl. Eredményeink általános pedagógiai tanulságait és vizsgálatunk relevanciáját hangsúlyozza egyrészt az, hogy a vizsgált kérdések, melyek a szöveges feladatok nehézségének és érdekességének megítélésére vonatkoztak, más tantárgyakban is éppígy fölvethetők. Azt gondoljuk tehát, hogy kutatásunk nem elsősorban a tartalmi sajátosságok miatt érdekes, hanem a feladatnehézség és -érdekesség általános, a személyiség kognitív és affektív alrendszereivel összefüggő jelenségei miatt. Másrészt pedig vizsgálatunk fő tárgyát a tanulói meggyőződések jelentik, amelyek lehetnek ugyan tudattalanok, lehetnek érzelmekkel átszőttek, de mindenképpen figyelmet érdemel, hogy 11 éves korra mennyire stabilak és a tanulócsoporton belül mennyire egységesek.

Matematikai meggyőződések

A matematikai meggyőződések (mathematical beliefs) vizsgálata élénk kutatási terület az utóbbi egy-másfél évtizedben. A belief kifejezés olyan tudáselemekre vonatkozik az angol nyelvű szakirodalomban, amelyek összeköttetést jelentenek az affektív és kognitív szféra között, vagyis olyan ismeretek, amelyekhez szorosan kapcsolódnak motívumok vagy érzelmek. Más szempontból a meggyőződések, amelyek szubjektívek, vagyis egyénenként változók, egyúttal gyakran a saját tudásra vagy a tudás természetére vonatkozó megállapítások, és így a metakognitív folyamatokban is fontos szerepet játszanak.

Magyar nyelven gyakran előfordul fordításként a hit és a hiedelem is. Amennyiben a szerzők vagy a fordítók tudatosan választják e két szó valamelyikét, nem lehet kifogásunk a használatuk ellen; a hit azonban általában valamilyen transzcendens jelenségvilágra utal, a hiedelem pedig gyakran negatív konnotációt kap. Ezért mi következetesen a meggyőződés szót használjuk a belief megfelelőjeként.

A matematikai meggyőződések tárgyalását az általános értelemben használt meggyőződés kifejezés értelmezésével szükséges kezdenünk. Ezt követően a matematikai jelző jelentése a meggyőződés tárgyának matematikai jellegére, matematikához kötődésére fog utalni.

Andrews és munkatársai (2008) tanulmánya széles körűen áttekinti a meggyőződések definíciós problémáit, és Pehkonen és Pietilä nyomdokain arra a következtetésre jut, hogy a meggyőződéseket érdemes szubjektív, tapasztalaton alapuló, gyakran implicit ismeretekként kezelni. A szubjektivitás és a tapasztalaton alapuló jelleg a már említett affektív elemeket jelenti, hiszen az egyéni tapasztalatok kétségkívül tartalmaznak nem kognitív elemeket. Az implicit jelző arra utal, hogy az egyén gyakran nem vagy csak nehezen képes pontosan megfogalmazni meggyőződéseit, így esetenként nem közvetlenül a meggyőződések kutathatók, hanem az egyén teljesítménye alapján tudunk következtetni arra, hogy milyen meggyőződések munkáltak benne egy adott teljesítmény kapcsán. Mindezek fényében a matematikai meggyőződésekre úgy tekintünk, mint az egyének szubjektív, tapasztalaton alapuló ismereteire a matematikaórákról, a matematikatanulásról és önmagukról mint matematikát tanulókról. A vizsgálatunkban szereplő 5. osztályos tanulók esetében mindhárom jelenségvilág releváns, és azok több szálon való egymásba kapcsolódása is valószínűsíthető.

Realisztikus matematikai szöveges feladatok

A matematikai szöveges feladatok kutatásának történetében több jelentős állomást azonosítottunk (*Csíkos*, 2003b), amelyek közül harmadikként az úgynevezett realisztikus matematikai feladatok vizsgálatát emeltük ki. A realisztikus jelző megkopott az utóbbi évtizedben, hiszen a témával foglalkozó szerzők sokszor különbözőképp definiálják azt, hogy mitől realisztikus egy feladat.

Alapvetően négy, egymásra épülő megközelítést ismerünk azzal kapcsolatban, hogy mikor tekintsünk egy feladatot realisztikusnak. A legkevésbé éles meghatározás szerint a realisztikus feladatokban a hétköznapi valóság tárgyai, objektumai és ezek viszonyai kapnak helyet. Egy szigorúbb meghatározás szerint a realisztikus feladatokban követelmény a relevancia, a tapasztalatokon nyugvás. Mi a harmadik értelmezést követjük, mely szerint a realisztikus feladatokban a megoldási menet egy vagy több pontján a hétköznapi ismeretek aktív szerephez jutnak. Gyakori, hogy a végeredmény realitását, más esetekben a hiányzó adatok kiegészítését vagy a fölösleges adatok kiszűrését teszik lehetővé ezek az ismeretek. Negyedik értelmezésként a problémamegoldó gondolkodás általános elméletének szellemében a matematikai szöveges feladat mint megoldandó probléma intranszparenciáját, vagyis az azonnali megoldási út hiányát tekintjük jellemzőnek; ebben az esetben autentikus feladatról beszélhetünk.

Az első, vagyis a legalapvetőbb értelmezés szerint a realisztikus feladatok szövegében szereplő dolgok és mennyiségi viszonyaik a minket körülvevő világból származnak. Azonban Csíkos (2005) elemzése alapján a legegyszerűbb – ilyen értelemben véve – realisztikus feladatok esetében is könnyen megfogalmazhatók olyan észrevételek, amelyek a feladatokban szereplő adatok hiányosságára utalnak. Freudenthal példájában (lásd: *Greer*, 1997, 297.) ezt olvashatjuk: „Mr Smith hentesboltjában 26 kg hús van, és még 10 kg-ot rendel. Mennyi hús van nála most?” Megfogalmazható például az a gondolat, hogy „a telefonon megrendelt hús nem röpül azonnal a boltba, így mire odaér, valamennyi elkel majd a 26 kg-ból. Hiszen ezért rendelt a hentes még több húst". Akadékoskodónak érezhetjük az ilyen gondolatokat, mert bár egyetérthetünk velük, iskolai matematikaórán mégis szokatlannak tűnnének. Az osztálytermi társas környezet világában működőnek tételezzük föl a Brousseau által megalkotott „didaktikai egyezmény" jelenséget (*Verschaffel* és *Greer* és *de Corte*, 2000). A didaktikai egyezmény olyan (általában ki nem mondott) szabályokat, normákat és elvárásokat tartalmaz, amelyek iskolai helyzetekben a tanár és a diák között érvényesek (*De Bock, van Dooren*, *Janssens és Verschaffel,* 2002). A didaktikai egyezmény fogalma azért különösen jelentős, mert az intézményi keretek között megvalósuló tudásátadásban érvényesülő jelenségről van szó, amely ugyanakkor – Bruner fölfogásának nyomdokain haladva – „az egyén és egyén, az egyén és közösség kommunikációs formáiban" (*Géczi*, 2006), vagyis a nem intézményes keretek közötti tanulás jellemző kontextusában találja meg az iskolai tudás átadásának egy jelentős szegmensét.

A tanulók matematikai meggyőződéseinek vizsgálata jelentős inspirációt kapott az 1994-es flamand feladatsorral nyert eredmények alapján. Különösen fontossá vált annak vizsgálata, hogy milyen meggyőződések alapján születnek nyilvánvalón irracionális megoldások azon feladatok esetében is, melyekről feltételezhetjük, hogy a feladat szituációja, adatai és viszonyai a diákok számára a hétköznapokból ismerősek. A flamand feladatsor problematikus feladataira adott tanulói válaszok a világ több országában is hasonló eredményt mutatnak, vagyis a legtöbb feladatra a tanulók elenyésző arányban adtak realisztikus választ, és helyette a túlautomatizálódott feladatmegoldó stratégia rutinszerű alkalmazásával éltek.

A realisztikus feladatok második értelmezési lehetősége szerint a feladatok szövegében szereplő dolgok hétköznapisága és realitása mellett követelmény, hogy értelmesek (meaningful) és tapasztalaton alapulók legyenek, szemben azokkal, amelyek pusztán irreleváns gyakorlófeladatok „fedőtörténetei" (*English*, 2003).

Az általunk követett harmadik fölfogás szerint a szöveges feladat akkor realisztikus, ha a megoldás valamelyik pontján a hétköznapi ismereteket aktívan fölhasználjuk. Verschaffel, De Corte és Lasure (1994) feladatsorában tíz olyan feladat szerepelt, amelyek megoldhatók voltak a megszokott „keresd a két számadatot, kösd össze azokat a megfelelő művelettel, és megvan a végeredmény" stratégiával. Tíz másik feladat viszont látszólag ugyancsak két számadat összekapcsolásával tűnt megoldhatónak, de ezeknél a valóság adataival vagy viszonyaival való egybevetés nyilvánvalóvá te(he)tte, hogy csak becslés adható a végeredményre, vagy legalábbis azt, hogy problémás a feladat megoldásához rutinszerűen alkalmazott stratégia. A flamand feladatsorban szereplő problematikus feladatok esetében tehát nemcsak a feladat által vázolt szituáció volt a hétköznapi életből merítve, hanem a túlzottan rutinszerű megoldási eljárással kapott eredményt is aktívan össze kellett vetni a hétköznapi viszonyokkal és adatokkal. Palm (2008) elemzéséből világos, hogy a tanulók gyakran azért nem mutatnak „realisztikus" reakciókat az ilyen választ igénylő szöveges feladatokra, mert nincs birtokukban a szükséges ismeret a hétköznapi világról, avagy az is lehetséges (*Brenner*, 1998), hogy a tanulók a saját tapasztalataik szerint másképpen interpretálják a feladat szövegét, mint a tanár.

A negyedik, a legspecifikusabb értelmezésnek megfelelő realisztikus feladatokat autentikusnak nevezhetjük. Ezek definíciója is többféle lehet. Kramarski, Mevarech és Arami (2002) szerint az autentikus feladatoknál nem ismert előre a megoldás menete. Eszerint a definíció szerint követelmény, hogy az autentikus feladatok realisztikus (itt helyes talán valóságosnak fordítanunk) adatokat tartalmazzanak, amely adatok azonban gyakran hiányosak vagy ellentmondásosak.

Realisztikus matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos tanulói meggyőződések

A tanulók matematikai meggyőződéseinek vizsgálata jelentős inspirációt kapott az 1994-es flamand feladatsorral nyert eredmények alapján. Különösen fontossá vált annak vizsgálata, hogy milyen meggyőződések alapján születnek nyilvánvalón irracionális megoldások azon feladatok esetében is, melyekről feltételezhetjük, hogy a feladat szituációja, adatai és viszonyai a diákok számára a hétköznapokból ismerősek (*Kelemen*, 2004). A flamand feladatsor problematikus feladataira adott tanulói válaszok a világ több országában is hasonló eredményt mutatnak, vagyis a legtöbb feladatra a tanulók elenyésző arányban adtak realisztikus választ, és helyette a túlautomatizálódott feladatmegoldó stratégia rutinszerű alkalmazásával éltek. Reusser és Stebler (1997), majd Wyndhamn és Säljö (1997) kutatásai is azt mutatják, hogy a realisztikus feladatok megoldását olyan matematikai meggyőződések irányítják, amelyek a feladatok megoldhatóságát és értelmességét alapvető jellemzőként kezelik az iskolai feladatokban. A rákövetkező évek egyik fontos vállalkozása volt a matematikai meggyőződések átfogó feltérképezése felé tett lépés a leuveni kutatóktól (*Andrews* és *mtsai*, 2008).

Ugyancsak az elmúlt évtizedben a szöveges feladatokra építő, azokat a fejlesztés eszközeként és az eredményesség mércéjeként is fölhasználó fejlesztő programok megszaporodásának lehettünk tanúi (*Kelemen,* 2007). Mostani témánk szempontjából két dolgot emelünk ki ezzel kapcsolatban. Egyrészt a matematikai meggyőződések jelentős szerepének felismerése együtt járt annak a reménynek a megfogalmazásával, majd empirikus igazolásával (*Mason és Scrivani*, 2004), hogy a meggyőződések alakíthatók, fejleszthetők. Másrészt a fejlesztő programokban főszerepet kapó szöveges feladatok jellemzően realisztikus feladatok, vagyis a fejlesztő programok sikeressége megköveteli a realisztikus fejlesztő feladatok megfontolt kiválasztását. Mindeközben azonban keveset tudunk néhány alapvető tanulói ismeretről, amelyek a feladatok két fontos jellemzőjéhez köthetők: Vajon pontosan meg tudják-e ítélni a tanulók, hogy a feladatok szövegbe öltöztetése, esetleges autentikus jellege hogyan befolyásolja a feladatok nehézségét? És vajon hogyan jellemezhetők azok a feladatok, amelyeket a tanulók érdekesnek találnak, tehát amelyek az érdekesség szubjektív dimenziója szerint alakíthatják a szöveges feladatokkal kapcsolatos attitűdöket és azokon keresztül a matematikatanítás eredményességét?

Célok, hipotézisek

Vizsgálatunk célja, hogy felderítsük az ötödik osztályos tanulók matematikai meggyőződéseit két területen: (1) Azonos szerkezetű, sőt azonos számadatokat tartalmazó feladatok megoldásának nehézségéről alkotott meggyőződések a feladatok szövegének függvényében. (2) Azonos matematikai szerkezetű, azonos számadatokat tartalmazó feladatok szubjektív megítélése abból a szempontból, hogy a különböző megjelenítési módokat a tanulók mennyire tartják érdekesnek. Stratégiai célunk az volt, hogy fejlesztés alatt álló iskolai tanmeneteink és taneszközeink számára adatokat nyerjünk arra vonatkozóan, hogy a tanulók szemszögéből milyenek a különböző típusú feladatok. Hipotéziseink szerint:

(1) A tanulók pontosan meg tudják állapítani a különböző szövegezésű, de azonos matematikai művelettel megoldható feladatok esetén a megoldás nehézségi sorrendjét. Legkönnyebbnek fogják találni a szöveg nélküli, matematikai jelekkel leírt feladatkitűzést, ennél nehezebbnek ítélik meg a verbálisan megfogalmazott feladatkitűzést. Még nehezebbnek tartják majd, amikor a realisztikusság első szintjének megfelelően „fedőtörténetként" szöveget illesztünk az elvégzendő művelethez, és végül legnehezebbnek fogják találni a fölösleges adatokat is tartalmazó intranszparens megfogalmazást.

(2) A második hipotézisünk szerint a tanulók legkevésbé érdekesnek a matematikai jelekkel leírt, szöveget nem tartalmazó feladatkitűzést fogják tartani. A további három típussal kapcsolatban nem tudtunk előzetes hipotézist megfogalmazni, vagyis a második szintű realisztikusságdefiníciót kielégítő feladat, a mesebeli szövegszerkezetű „fedőtörténet" és a geometriai, vizuális mintázatot tartalmazó feladatkitűzések közötti sorrendet illetően kutatásunk feltáró jellegét emeljük ki.

(3) Három háttérváltozóval vizsgáljuk meg a mért matematikai meggyőződések kapcsolatait: a nemek közötti különbségek elemzése mellett a matematikai osztályzattal és a matematika tantárgy iránti attitűddel megfigyelhető összefüggéseket mutatjuk be tanulmányunkban.

Módszerek

Kutatásunk a Szegedi Longitudinális Program részeként, egy mérési pont fölhasználásával valósult meg. A vizsgálatban 4037 tanuló vett részt, a hiányzó adatok miatt egyes elemzésekben kisebb az elemszám. A vizsgálatba bevont 5. osztályos tanulók régió és településtípus szerint reprezentatív országos mintát alkottak. A felmérés 2007 decemberében történt.

A tanulók matematikaórán töltötték ki a mérőeszközt, a felmérést lebonyolító pedagógusok számára részletes útmutatót készítettünk. Annak köszönhetően, hogy egy nagyobb vizsgálat részeként került sor a matematikai meggyőződések vizsgálatára, lehetőségünk nyílik összefüggés-vizsgálatokra olyan háttérváltozókkal, mint például a tanulók neme, matematika osztályzata és matematika iránti attitűdje.

Az adatfeldolgozás során a következő módszereket használtuk:

– A feladatnehézség megítélésére kapott adataink ordinális skálán helyezhetők el, így a ranszámok statisztikáit használtuk, továbbá a sorrendi mintázatok esetében a gyakorisági elemszámokat közöljük.

– A feladatok érdekességének megítélésére ötfokozatú, Likert-jellegű skálát használtunk, amelynél az intervallum-változók esetén használható eljárásokat alkalmaztunk.

– A háttértényezőkkel vett összefüggéseket kétféle módszerrel vizsgáltuk: a részmintákra bontás után létrejövő válaszmintázatok elemzése mellett a korrelációszámítás módszerét használtuk.

Eredmények

A kérdőív első részében arra kértük a diákokat, hogy négy matematikai feladatot értékeljenek a nehézségük szerint úgy, hogy sorrendbe állítják őket a legkönnyebbtől a legnehezebbig. Mind a négy feladat műveleti szintje a 8+4=12 egyszerű összeadás volt, ezt közöltük is a kérdőívet kitöltő diákokkal. A feladatváltozatok közti különbségek a tartalmi szinten jelentek meg: a csupán számokat és szimbólumokat tartalmazó feladatváltozat mellett különféle szöveges tartalmakba ágyazva jelent meg ugyanaz a 8+4=12 művelet (*1. táblázat*).

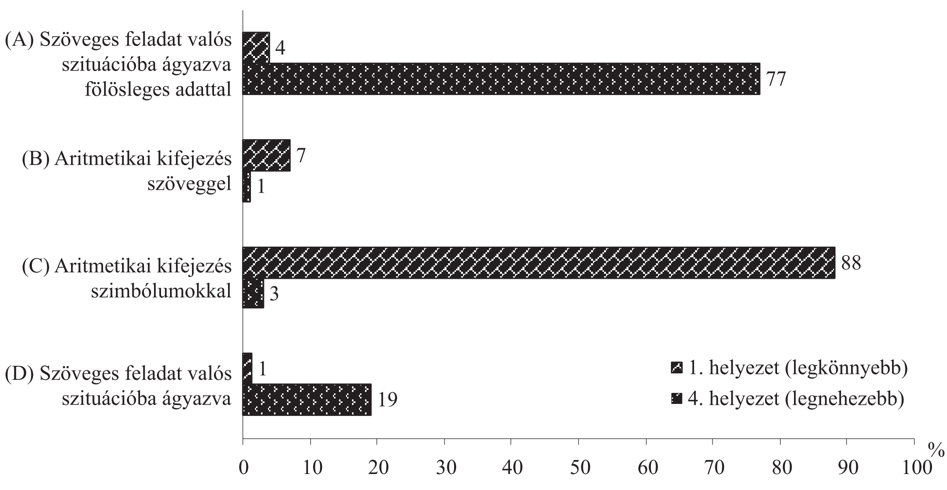
A kérdőívvel 3999 fő foglalkozott, ebből 199 diáknak az 1. kérdésre adott válasza hiányos (181 fő egyáltalán nem írt semmit, 17-en nem írtak mind a négy feladat mellé számot), 349 tanuló pedig nem jól értelmezte a kérdést, és ugyanazt a sorszámot több fel-

1. táblázat. Az első kérdésben használt feladatvariációk.

A feladat jele	*A feladat tartalmi szintje*	*A feladat szövege*
A	Szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal	Egy boltban hat láda van: négy üres, kettő nem üres. A boltos 8 ananászt tett az egyik üres ládába, majd később még 4 másikat tett melléjük. Hány ananászt tett összesen a ládába?
B	Aritmetikai kifejezés szöveggel	Ha nyolchoz hozzáadunk négyet, mennyit kapunk eredményül?
C	Aritmetikai kifejezés szimbólumokkal	8 + 4 = ?
D	Szöveges feladat valós szituációba ágyazva	Peti születésnapi bulit szervezett a tizedik születésnapja alkalmából. 8 fiút és 4 lány barátját hívta meg. Hány barátját hívta meg Peti a születésnapi bulijára?

adat mellé is odaírta. 3650 fő rakta valamilyen sorrendbe a négy bemutatott feladatot, a továbbiakban az ő válaszaikkal foglalkozunk.

A válaszokat vizsgálva elsőként a legnehezebbnek és a legkönnyebbnek ítélt feladatot keressük. Az *1. ábra* a helyezések gyakorisági eloszlásai közül csak az 1. helyezett, azaz a legkönnyebbnek ítélt, illetve a 4. helyezett, azaz a legnehezebb gyakoriságát összegzi.



1. ábra. A legkönnyebbnek és legnehezebbnek ítélt feladatok a választás gyakorisága szerint

Az ábráról leolvashatjuk, hogy a diákok túlnyomó többsége a „C" feladatot – mely számokkal, szimbólumokkal volt megadva (8+4=…) – ítélte a legkönnyebbnek. A legnehezebb feladat kiválasztásakor is kimagasló eredmény született: a diákok 77 százaléka az „A" feladatot tartotta a legnehezebbnek, mely egy fölösleges adatokkal tűzdelt, valós szituációt leíró szöveges feladat. Az eddigi adatokkal összhangban meghatározhatjuk a feladatok nehézségi sorrendjét a tanulók megítélése szerint (*2. táblázat*).

2. táblázat. A feladatok sorrendbe állításakor kiadott helyezések mediánjai

Feladatváltozat	*Helyezések mediánja*
(A) Szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal	4
(B) Aritmetikai kifejezés szöveggel	2
(C) Aritmetikai kifejezés szimbólumokkal	1
(D) Szöveges feladat valós szituációba ágyazva	3

A *2. táblázat* szerint a (C) feladat a legkönnyebb, ezt követi a (B), majd a (D) következik, és végül az (A) feladat a legnehezebb. A feladatok betűjelét növekvő nehézségi sorrendben egymás mögé írva kapjuk a CBDA mintázatot, mely mintázat gyakoriságát a következőkben pontosabban megvizsgáljuk. A feladatok nehézségének megítélésében talált különbségek a Friedman-próba szerint szignifikánsak ($\chi^2 = 7804,75$, $p < 0,001$), és minden páronkénti összehasonlítás is ugyanilyen szinten szignifikáns a Wilcoxon-próbák sorozata szerint.

A következőkben a feladatváltozatok sorrendbe állításának mintázatait vizsgáljuk. Egy sorrend jelölésére a feladatok betűjelének a nehézség szerinti növekvő sorrendbe állításával kapott betűsort használjuk, tehát például a BDAC sorrend azt jelenti, hogy a diák a (B) feladatot gondolta legkönnyebbnek, a (D) feladatot tette a második helyre, az (A) feladat mellé írta a hármas számot, és a (C) feladatot ítélte a legnehezebbnek.

A *3. táblázat* a matematikailag lehetséges 24 sorrend közül azt a hét sorrendet és a hozzátartozó gyakoriságot mutatja, melyek leggyakrabban fordultak elő. A diákok közel 95 százaléka jelölte meg e hét közül valamelyiket. Az olyan sorrendeket, melyeket a diákok kevesebb mint 1 százaléka választotta, nem tüntettük föl a táblázatban.

3. táblázat. Jellemző sorrendmintázatok és gyakoriságuk

Sorrendek (a feladatok betűjelével kifejezve)	*Gyakoriság*	
	db	%
CBDA	2496	68,4
CBAD	474	13,0
BCDA	144	3,9
CDBA	138	3,8
CABD	86	2,4
ADBC	59	1,6
BCAD	51	1,4
Egyéb (gyak. < 1%)	202	5,5
Összesen	3650	100,0

A nehézségi sorrendek közül magasan kiemelkedik a CBDA, mely sorrend dominanciáját a mediánok értékei is sugallták. A diákok több mint 68 százaléka ezt a sorrendet adta meg.

A CBDA sorrend magas választási arányának valószínűsíthető okai közül természetes módon adódik a feladatváltozatok tartalmi elemzése. Ennek alapján a CBDA sorrend kiemelkedő dominanciája azt a hipotézist támasztja alá, mely szerint a tartalmi szintek a következőképpen követik egymást:

(C) aritmetikai kifejezés szimbólumokkal,

(B) aritmetikai kifejezés szöveggel,

(D) szöveges feladat valós szituációba ágyazva,

(A) szöveges feladat valós szituációba ágyazva fölösleges adattal.

A CBDA után a következő leggyakoribb sorrend a CBAD volt, melyet a diákok 13 százaléka jelölt meg. A két sorrend az (A) és a (D) feladatok helyezésében tér el egymástól, tehát érdemes e két feladatváltozatot külön megvizsgálni. Mindkét feladat a 8+4=12 művelet valós szituációba ágyazása; az (A) feladat több olyan számot is tartalmaz, melyek nem szükségesek a feladat helyes megoldásához. A fölösleges adatoknak a feladatmegoldást nehezítő hatása egyértelmű, tehát ez lehet az egyik oka annak, hogy a diákok többsége az (A) jelű szöveges feladatot tartotta nehezebbnek a (D)-vel szemben. A két feladatot elolvasva a tartalmuk alapján is nehézségi különbség feltételezhető. Az (A) feladat a piacon játszódik, főszereplője egy piaci árus, aki ládákat pakol. A (D) feladat egy fiúról szól, Petiről, aki szülinapi bulit rendez. Valószínűsíthetjük, hogy a megkérdezett 5. évfolyamos diákok számára a (D) feladat szituációja, a születésnapi buli szervezése sokkal ismerősebb tartalom, mint az (A) feladaté. Tehát a (D) változat könnyebbnek ítélésében feltételezhetően szerepet játszott a felvázolt szituáció közelsége, ismerőssége is.

A CBDA sorrend kiemelkedő gyakoriságát még egy érdekes tényező magyarázhatja. A feladatszövegek karakterszámának növekvő sora is épp a CBDA sorrendet adja (*4. táblázat*).

4. táblázat. A feladatváltozatok karakterszámai

Feladat	*A feladat karakterszáma (szóközzel)*
C	9
B	57
D	161
A	178

5. táblázat. A harmadik kérdésben alkalmazott feladatvariációk

A feladat jele	*A feladat tartalmi szintje*	*A feladat szövege*
α	Hétköznapi	Laci nagyon szereti a tejet. Minden reggel megiszik $\frac{1}{4}$ litert, napközben $\frac{1}{2}$ litert, este pedig $\frac{1}{3}$ litert. Hány liter tejet iszik Laci egy nap alatt?
β	Aritmetikai	$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$
γ	Mesebeli	Számországban együtt sétált az $\frac{1}{4}$, az $\frac{1}{2}$, és az $\frac{1}{3}$. Úgy döntöttek, összeadással egyesítik erőiket. Mi lett az eredmény?
δ	Geometriai	Az alábbi körök területe egy egység. Mekkora a besatírozott területek összege? 

Ez az összefüggés a matematikai feladatok és az olvasási képesség, illetve a szövegértési képesség fontos kapcsolatára mutat rá. Az eredmények alapján nem zárható ki, hogy a diákok számára egy matematikai feladat nehézségének megítélése egyetlen mutatóban, a feladat szövegének hosszában mérhető.

A kérdőív befejező részében arról gyűjtöttünk információkat, hogy a diákok mennyire látják érdekesnek egy matematikai feladat tartalmát. Egy számokkal és szimbólumokkal kifejezett aritmetikai, egy ábrával kísért geometriai és két szöveges feladatot tartalmaz a kérdés, melyek érdekességéről döntöttek a diákok úgy, hogy egy ötfokú Likert-skálán helyezték el a feladatokat. Az 1 jelentése, hogy „egyáltalán nem érdekes", az 5-é pedig, hogy „nagyon érdekes". Mind a négy feladatváltozat – a kérdőív egyes kérdéséhez hasonlóan – ugyanarra a matematikai műveletsorra épült, csak más-más tartalomba volt ágyazva (*5. táblázat*).

Arra keresve a választ, hogy a megkérdezettek melyik feladatot mennyire tartották érdekesnek, a feladatokra adott értékelések gyakorisági eloszlása alapján válaszolhatunk. A *6. táblázat*ból leolvasható, hogy az feladat érdekességét – mely feladat tartalma egy fiú napi tejfogyasztásáról szólt – a diákok többsége hármas fokozatúnak értékelte. Az egyetlen feladatváltozat, mely esetében a legtöbb szavazat az „egyáltalán nem érdekes" minősítésre érkezett, a törtek összeadásának csupasz aritmetikai megjelenése. A „mesebeli" és a „geometriai" feladatváltozatnál is a legnagyobb gyakorisági érték a „nagyon érdekes", ötös fokozatra adódott.

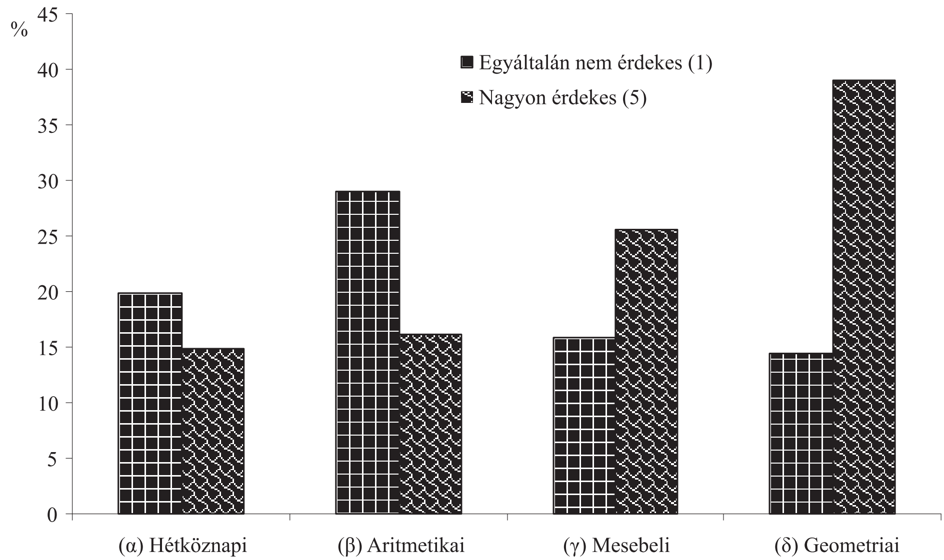
6. táblázat. A feladatok érdekességének értékelésére adott válaszok gyakorisági eloszlása százalékban

	1(egyáltalán nem érdekes)	*2*	*3*	*4*	*5 (nagyon érdekes)*
(α) Hétköznapi	20	18	*29*	19	15
(β) Aritmetikai	*29*	17	21	17	16
(γ) Mesebeli	15	14	21	24	*26*
(δ) Geometriai	14	10	16	22	*39*

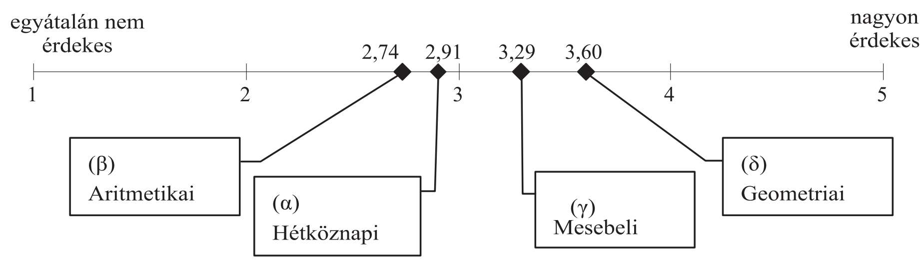
Összességében az a kép rajzolódik ki, hogy a diákok az „aritmetikai" változatot egyáltalán nem tartották érdekesnek, a „hétköznapi" feladattartalmat közepesen érdekesnek látták, a „mesebeli" és a „geometriai" változatot pedig kifejezetten érdekesnek ítélték. A „geometriai" feladatnak a legerőteljesebb a pozitív megítélése. Ez a kép látszik a két szélső értékelési lehetőség, az „egyáltalán nem érdekes" (1) és a „nagyon érdekes" (5) válaszok gyakoriságának áttekintésekor is, melyet a *2. ábra* szemléltet.

A válaszadó diákoknak az egyes feladatváltozatok érdekességéről alkotott véleményét összesítik a válaszok alapján adódó átlagok, melyek lehetővé teszik a feladatok érdekesség szerinti rangsorba állítását is. A 3. ábra a feladatok értékelésének átlagát helyezi el az 1–5 skálán. Az átlagértékek közötti különbségek mind egészében, mind pedig a páronkénti összehasonlítások során szignifikánsnak adódtak legalább p=0,05 szinten.

Nem meglepő módon az „aritmetikai" változatot ítélték a diákok a legkevésbé érdekesnek. Ezután következik a sorban a „hétköznapi" feladatváltozat, mely egy hétköznapi szituációt vázol fel. A tanulmányunk bevezetőjében definiált fogalmak szerint ez a feladatváltozat a második értelmezés szerinti realisztikus feladatnak tekinthető. A „mesebeli" verzió, mely a törteket egy fiktív világba helyezi, és ott megszemélyesíti őket, majd metaforikusan helyet ad egy összeadásnak, hármas feletti átlagos értékelést kapott. A legérdekesebbnek a „geometriai" feladatot látták a megkérdezett tanulók, mely feladatváltozatban a körlap 1/4, 1/2 és 1/3 részét képező körcikkek területének összege volt a kérdés. A „geometriai" változat sikerének hátterében állhat, hogy egyedül ezt a feladatot kísérte ábra, melyen látszik a ceruzával való satírozás, az emberi kéz munkája. A feladatváltozat egy másik szempontból is kakukktojás a többi között: ebben a feladatváltozat-



2. ábra. Az „egyáltalán nem érdekes” (1) és a „nagyon érdekes” (5) értékelések gyakorisága százalékban kifejezve



3. ábra. A feladatváltozatok érdekességének megítélése átlagpontszámokban

ban nem szerepel egyetlen szám sem. Ez szintén oka lehet a feladat magas érdekességi mutatójának.

A nemek szerinti különbségek elemzése a következő képet tárja elénk. Az első kérdésben, melyben a diákoknak négy feladatot kellett a nehézségük szerint sorrendbe állítaniuk, a válaszokban nemek szerinti különbségek adódtak. A lányok az első feladatot nehezebbnek ítélték meg, mint a fiúk ($p<0,001$). Az eltérés egy lehetséges oka a feladat fölösleges adataival magyarázható. Elképzelhető, hogy a lányok jobban felismerték a feladat fölösleges adatokkal való feldúsításában rejlő nehézségeket.

A második kérdésnél, melyben a különböző tartalmakba ágyazott feladatok érdekességéről kellett dönteni, szintén különbségek mutatkoztak a nemek szerint. A lányok minden feladatot érdekesebbnek tartottak, mint a fiúk, ez a különbség minden esetben szignifikánsnak is mondható ($p<0,05$). A lányok összességében is jobb pontszámokat adtak a feladatok érdekességének megítélésekor ($t= -5,31$, $p<0,001$).

A matematika osztályzattal vett összefüggések érdekes képet rajzolnak elénk. A feladatnehézség megítélésében ugyanis nincs jelentős különbség az osztályzat szerint kialakult részcsoportok között. Egyetlen kivétel van: az elégtelen osztályzatúak többen választották legnehezebbnek a „fedőtörténet” jellegű szöveges feladatot, mint a fölösleges adatokat is tartalmazó szöveges változatot. A feladatok érdekességének megítélésében is ugyanez a kép tárul elénk: a teljes mintával megegyezően alakul a feladatok érdekességének megítélése minden osztályzatnál, kivéve az elégtelen osztályzatúak, akiknél a hétköznapi tartalmú feladat volt a legkevésbé érdekes.

A matematika iránti attitűdöt ötfokozatú, Likert-jellegű skálán vettük föl a vizsgálatban. A feladatnehézség megítélésében itt is ugyanazt tapasztaljuk az attitűd szerint kialakuló részmintákon, mint a teljes tanulócsoportban, azonban a feladatok érdekességének megítélésében érdekes kapcsolatot mutatkozik. Megállapítható, hogy minél jobban szeretik a tanulók a matematikát, annál érdekesebbnek ítélik meg a feladatokat. Ezeket az adatokat foglalja össze a *7. táblázat.*

7. táblázat A feladattípusok érdekességének átlagértéi (zárójelben a szórás) a matematika iránti attitűd szerinti részmintákon

Matematikai iránti attitűd	*Hétköznapi*	*Aritmetikai*	*Mesebeli*	*Geometriai*
1 (N=179)	2,58 (1,49)	2,42 (1,56)	3,04 (1,58)	3,52 (1,56)
2 (N=289)	2,56 (1,32)	2,65 (1,35)	3,07 (1,42)	3,41 (1,47)
3 (N=824)	2,76 (1,32)	2,59 (1,40)	3,23 (1,38)	3,63 (1,43)
4 (N=1197)	2,97 (1,25)	2,79 (1,40)	3,32 (1,34)	3,64 (1,39)
5 (N=799)	3,17 (1,28)	2,91 (1,46)	3,51 (1,37)	3,67 (1,43)
Összesen (N=3288)	2,91 (1,31)	2,74 (1,43)	3,31 (1,38)	3,62 (1,43)

Megjegyzés: A teljes minta adataiban a *3. ábra* adataihoz képest mutatkozó eltérések az eltérő mintanagyságból adódnak.

A matematikát legkevésbé szerető részminta adataiban feltűnő, hogy a geometriai feladatot ugyanolyan érdekesnek találták, mint a többiek (nincs szignifikáns különbség az átlagokban). A tanári tapasztalat is alátámasztja azt a megfigyelést, miszerint a matematikát legkevésbé kedvelők relatíve a geometriát kedvelik a legjobban.

Összegzés

Nagymintás felmérésünkben 5. osztályos tanulók matematikai meggyőződéseit vizsgáltuk. Ebben a tanulmányban két kérdést elemzünk részletesen: különböző feladattípusok nehézségének és érdekességének megítélését. Adataink alapján egyértelmű, hogy az 5. osztályos tanulóknak markáns és egyöntetű álláspontja van arra vonatkozóan, hogy ugyanolyan matematikai struktúrájú, de különböző szöveges formában megjelenő feladatoknak milyen a nehézségi sorrendje. Várakozásainknak megfelelően legkönnyebbnek ítélték a pusztán matematikai szimbólumokat tartalmazó feladatváltozatot, nehezebbnek a szöveggel megfogalmazott műveletvégzést és a legnehezebbnek a kétféle szövegesfeladat-változatot. A két szituációba foglalt szöveges feladat nehézségének megítélésében szignifikáns nemek közötti különbségek adódtak, de a matematikai osztályzattól és a matematika kedveltségétől lényegében nem függött a kérdésekre adott válasz.

Különböző feladattípusok érdekességének megítélésében is egységesnek nevezhető az 5. osztályos tanulók populációja. A legérdekesebbnek a geometriai feladattartalmat nevezték, és a két szöveges feladat közül a fiktív fogalmakat alkalmazót találták érdekesebbnek. A feladatok érdekességének megítélése nem függött a matematika osztályzattól, viszont a matematika kedveltsége és a tanulók neme szerint szignifikáns különbségeket kaptunk.

Eredményeink alapján bebizonyosodott, hogy az 5. osztályos tanulóknak markáns és egységes meggyőződéseik vannak különböző típusú matematikai feladatok nehézségével és érdekességével kapcsolatban. Pontosan látják, hogy a szöveges feladatok nehézségének egyik forrása az, hogy a megoldáshoz vezető úton elvégzendő művelet kijelöléséhez további gondolkodási lépésekre van szükség. Ugyanakkor a szöveges feladatokat kevésbé tartják érdekesnek, mint a geometriai jellegű célkitűzést. A geometriai tartalmú feladatot a matematikát legkevésbé kedvelő tanulók is ugyanolyan érdekesnek találják, mint a többi tanulócsoport. Ez utóbbi eredmény összhangban van azzal a kutatói meggyőződésünkkel, miszerint a képi reprezentációk mint a szöveges feladatok matematikai modelljei fontos és integráns részét jelenthetik a fejlesztő programoknak.

Jegyzet

(1) A kutatás a 63360. sz. OTKA-pályázat és az SZTE Oktatáselméleti Kutatócsoport támogatásával valósult meg.

Irodalom

Andrews, P. – Diego-Mantecon, J. – Vankuš, P., Op ’t Eynde, P. – Conway, P. (2008): A tanulók matematikai meggyőződéseinek értékelése: Egy három országot érintő összehasonlító vizsgálat. *Iskolakultúra Online*, 2. 141–159.

Brenner, M. E. (1998): Meaning and money. *Educational Studies in Mathematics,* 36. 123–155.

Csíkos Csaba (2003a): Egy hazai matematikai felmérés eredményei nemzetközi összehasonlításban. *Iskolakultúra,* 8. 20–27.

Csíkos Csaba (2003b): Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10–11 éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia,* 35–55.

Csíkos Csaba (2005): A matematikai tudáskoncepció a 2003-as PISA vizsgálatban. In Kósa Barbara és Simon Mária (szerk.): *Új vizsga – új tudás? Az új érettségi hatása az iskolakezdéstől a záróvizsgáig.* Országos Közoktatási Intézet. http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=uj_vizsga_uj_tudas-1szakmai-csikos

De Bock, D. – Van Dooren, W. – Janssens, D. – Verschaffel, L. (2002): Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistability of secondary school students’ errors. *Educational Studies in Mathematics,* 50. 311–334.

English, L. D. (2003): Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics,* 54. 225–248.

Géczi János (2006): A tudásátadás történelmi formái és az iskola. *Új Pedagógiai Szemle,* 9. 3–25.

Greer, B. (1997): Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction,* **7**. 293–307.

Kelemen Rita (2004): Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra,* 11. 28–38.

Kelemen Rita (2007): Fejlesztő kísérletek a realisztikus matematikai problémák megoldása terén. *Iskolakultúra,* 6–7. 36–46.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R. – Arami, M. (2002): The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics,* 49. 225–250.

Mason, L. – Scrivani, L. (2004): Enhancing students’ mathematical beliefs: An intervention study. *Learning and Instruction,* 14, 153–176.

Palm, T. (2008): Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics,* 67. 37–58.

Reusser, K. – Stebler, R. (1997): Every word problem has a solution – the social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction,* **7**. 309–327.

Verschaffel, L. – De Corte, E. – Lasure, S. (1994: Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, **7**. 339–359.

Wyndhamn, J. – Säljö, R. (1997): A szöveges feladatok és a matematikai megértés. *Iskolakultúra*, 12. 30–46.