

Az utca matematikája

Cigány és nem cigány tanulók iskolai és hétköznapi matematikatudása

Az utóbbi időben gyakran találkozunk a híradásokban a cigány etnikai csoporthoz tartozó gyermekek iskolai eredményeit illető elégedetlenséggel, az iskolai és a mindennapokban hasznosítható tudás bírálatával. Más összefüggésben az iskolai továbbhaladást – többek között – a matematika-teljesítmények mértékével kapcsolják össze. Vannak, akik szerint e gyermekek iskolai sikertelensége csökkenthető lenne speciális módszerekkel. A tapasztalat szerint a kisiskolás cigány gyermekek jól és gyorsan végzik el az aritmetikai műveleteket, de a magasabb évfolyamok követelményeinek teljesítése nehézségekbe ütközik, ugyanakkor sokszor jeleskednek azokban a feladatmegoldásokban, amelyekhez kevés iskolában szerzett ismeretre van szükség.

Mi lehet a jelenség magyarázata? A matematika nem választható el a mindennapi élet problémáitól, szükségszerűen gyakoroljuk ott is – például ha átmegyünk az utcán, ha vásárolunk, ha a lakást tapétázzuk stb. –, ahol szándékaink szerint nem matematikával foglalkozunk. A nemzetközi kutatások egy része az évezred utolsó évtizedeiben a mindennapi tevékenység során reprezentált, illetve az iskolán kívül megszerzhető tudás jellemzőinek feltárására irányult. A megfigyelt dokumentumok leírják az iskolai és a hétköznapi tudás között levő hasonlóságokat és különbségeket. Az iskolán kívül megszerzhető, az ott alkalmazott tudást jelöli a szakirodalom „az utca matematikája”, a „mindennapok matematikája” néven. A közelmúlt kutatásai teszik lehetővé, hogy megértsük a különböző korok és társadalmak kultúráinak matematikatudásra gyakorolt hatását. A magyar szakirodalom gazdag a matematika tanítását, képességfejlesztését bemutató publikációkban, ám jóval kisebb azon munkák száma, amelyek a mindennapi élet és a matematikatudás kölcsönhatását írják le, és még kevesebb a cigány gyermekek matematikatudásának jellemzésével foglalkozó mű. Azért van nagy jelentősége annak, ha ismerjük, milyen természetű ez a tudás, mert pontosabban meghatározhatjuk, hogy a cigány etnikai kisebbségnél megfigyelt jelenségekre vonatkozóan honnan indulunk, erőfeszítéseinkkel mit érünk el, hol és mit kellene módosítanunk ahhoz, hogy a kitűzött céljainkat elérjük.

Tanulmányunk a tanulók hétköznapi matematikatudásának egy lehetséges vizsgálati módjáról számol be. A különböző kultúrákban élő gyermekek teljesítményének jellemzése mellett az eredmények értelmezéséhez néhány háttérváltozó bevonására is sor kerül. Feltételezhető, hogy a különböző kulturális környezetben élő gyermekek a mindennapi életben (az általuk ismert kontextusban) is használatos matematikatudásukat jobban tudják alkalmazni, mint az iskolában tanultakat, azaz az ilyen jellegű feladatok megoldásának eredményei magasabb értékkel írhatók le. A szakirodalom tanulmányozása alapján arra a következtetésre juthatunk, hogy a hipotézis ellenőrzéséhez a tanulók gondolkodási képességeit, készségeit, ismereteit, iskolai, illetve hétköznapi kontextusban használt

tudásuk reprezentációját egybevetve választ lehet adni a kérdésekre. A probléma megválaszolásához harmadikos gyermekek körében végzett empirikus vizsgálat adatai állnak rendelkezésre.

Az elméleti megalapozáshoz részben a hétköznapi és az iskolai matematika közötti különbségeket feltáró kutatásokra, részben a cigányság iskoláztatásával kapcsolatos elemzésekre támaszkodhatunk. A hétköznapi matematika értelmezésével kapcsolatban a következő kérdések vehetők fel: Milyen módon tehetnek szert a gyermekek matematikai ismeretre, tudásra iskolán kívül? Milyen jellegű, milyen természetű ez a tudás? Hol és hogyan alkalmazható a már meglévő tudás? Milyen hatása van a tanulói teljesítményekre az eltérő kultúrának? A kérdés a tudáshoz vezető iskolai és iskolán kívüli eljárásokkal, illetve a tudás alkalmazásával hozható kapcsolatba, valamint annak megértését teszi szükségessé, hogy ebben a folyamatban hogyan érvényesül az általános emberi és a kisebbségi kultúra hatása.

A kutatás eredményeinek tanulmányozásából kiemelhető a kultúra hatásának dokumentálása. Az iskolán kívüli matematika tanulásának problémaköréből a tanulmányok alapján felvázolható, hogyan lehet az iskolán kívül szerzett tudást az iskolában felhasználni, hogyan hasznosul az iskolai tudás a mindennapi életben. Fontos információhoz jutunk az iskolán kívül elsajátítható matematikai műveletek (szóbeli összeadás, szorzás) kutatási eredményeiből. A tanulás, a tudás változásának kognitív pedagógiai értelmezése hozzájárul a matematikatudás természetének megismeréséhez. A matematika tanulása a matematikai gondolkodás – képességek, készségek – fejlesztésével valósul meg. Az iskola feladata a realitások világának megismertetése, ami gyakran szóveges feladatokon keresztül valósul meg. A kutatások hangsúlyozzák a kontextus hatását, ami akadályozhatja a transzfer létrejöttét. A magyarországi cigányságra irányuló kutatások közül az iskoláztatásra vonatkozó eredmények emelhetők ki, mivel az empirikus vizsgálat adatfelvétele a cigány tanulók körében történt, akiket, mint tudjuk, a többségtől eltérő kulturális hatás is ér.

A matematikatudás aspektusai

Annak a ténynek a felismerése, hogy a tanulás nem ér véget az iskoláztatás befejezésével, illetve a gyermekek az iskolai tanulmányokat megelőzően rendelkeznek előismeretekkel, a kutatók figyelmét az iskolán kívüli matematikára irányította.

A kisgyerekek matematikatudásának jellege

A tudás, így a matematika tudása nemcsak iskolai instrukciókkal sajátítható el, hanem az iskolán kívüli tevékenységek által is. A pszichológiai tanulmányok, többek között *Piaget (1952)* révén kimutatták, hogy a gyerekek megértik az alapvető matematikai elveket az iskolában használatos utasítások nélkül is. Sok bizonyíték van arra, hogy a kisgyerekek – már csecsemőkorában is – van fogalma a számolásról és az aritmetikáról. Mielőtt formális utasításokat kapna, a legtöbb kisgyerek képes megszámlálni és összehasonlítani kis számú tárgyakat, és nagy részük érti az alapvető számolási műveleteket, mint például az összeadás és a kivonás. Vannak, akik azt állítják, hogy a matematika a kultúrától független, mások nem értenek egyet ezzel. Azok a kutatási eredmények, amelyek azt bizonyítják, hogy a különböző kulturális és társadalmi körülmények között élő csoportokból származó gyermekek hasonló matematikai megértéssel rendelkeznek, azt sugallják, hogy emeljük ki a közös dolgokat a gyermekek matematikai gondolkodásában. Azt állítják, hogy a szám az emberi tudás természetes része (*Klein és Starkey, 1988*), így nem meglepő, hogy a teljesen különböző környezetben felnövő gyermekek hasonló matematikai tudásra tesznek szert. Ez úgy értelmezhető, hogy a matematikatudásnak van olyan része, amely velünk született, ilyen a kis számokkal végzett műveletek egy része.

Például öt alatt egy halmaz számosságát számolás nélkül is meg tudjuk állapítani, vagy két ilyen kis elemből álló halmazról el tudjuk dönteni, melyik a nagyobb, illetve ilyen természetű az egyszerű aritmetikai műveletek egy része is. A kutatók biológiailag elsődleges matematikai képességeknek nevezik ezt az operatív tudást, mert jórészt pusztán biológiai tényezők hatására jön létre, a kultúrától függetlenül. (Miller, K. S. – Smith, Zhu J. – Zang, 1998).

Ugyanakkor van bizonyítéka annak is, hogy az iskolában elért matematika-eredmények a különböző társadalmi és kulturális csoportokban különbözőek. Ezek valamilyen mértékben tükröződnek a gyerekek iskoláskor előtti teljesítőképességében is. (Saxe, Guberman és Gearhart, 1987) Az ázsiai (kínai, japán) gyerekek – mielőtt formális matematikai instrukciókat kapnának – magasabb színvonalon oldanak meg matematikai feladatokat, mint az amerikaiak. (Miller, Zhu és Zang, 1995) Úgy találták, hogy a társadalmi osztály rétegződése és a gyermekek teljesítménye (sorszámnevek képzése, számolási és aritmetikai reprodukció) között kapcsolat van. (Ginsburg és Russell, 1981) A kutatók többféle magyarázatot adtak a különböző nemzetiségű és háttérű gyermekek különböző iskolai eredményeire: a vizsgálatok dokumentálják, hogy a kultúrák közti különbségek egy része a nyelv logikájának különbözőségével magyarázható. Eltérő szisztematikusság található a számok ábrázolásmódja között mind a beszélt nyelvben, mind az írott formában. Ha például az angolban a 10 és a 20 közötti számok elnevezését figyeljük, nem találunk olyan szabályosságot, mint a kínai (vagy a magyar) nyelvben. Amíg a kínai (vagy a magyar) nyelvben a 11 a tíz és az egy kombinációja, az „eleven” az angolban egy teljesen önkényes jel.

Vannak további kivételek is: a 80 a francia nyelvben körülbelül „négy-húsz”-nak fordítható. Az írásmód vizsgálata is jelez különbségeket: példa az arab számjegyek 10-es számrendszere és a római számok rendszere. Ezek a kulturális különbségek hatnak a számolás tanulására. Az amerikai gyerekek például gyakrabban rontják el a tíznél nagyobb számok írását, mint a kínai gyerekek. Ezzel magyarázható, hogy az amerikai gyerekek nem teljesen biztosak abban, hogy a tizenvalahányas számok kombinálhatóak-e például a hússzal, szemben a kínaiakkal. Találtak bizonyítékot arra, hogy ez a különbség a nyelvi eltérésből fakadhat, mivel a 10 alatti számoknál, ahol egyik nyelvben sincs szabályosság – az elnevezések önkényesek –, ugyanúgy teljesítenek az amerikai és a kínai gyerekek (Miura, 1987). Ezek kultúrától függő képességek, amelyeket biológiailag másodlagos képességeknek neveznek. A két képességcsoport között az egyik fontos különbség, hogy a biológiailag elsődleges képességekhez olyan belső motiváció is kapcsolódik, amely annak begyakorlását a gyerekek számára érdekessé teszi (a kisgyerekek szívesen és sokszor számlálnak). Ezzel szemben a biológiailag másodlagos képességeknél – amelyek nagyrészt az iskolában sajátíthatók el – nincs belső készítés ezek gyakorlására, gyakorlatilag kevésbé érdekesek a gyerekek számára. (Geary,

A matematikai ismeretek megszerzésében is fontos induktív gondolkodási képességben nincs lényeges különbség a különböző kultúrában élő gyermekek között. A cigány tanulók a számukra ismert kontextusban jobban teljesítenek, mint a számukra ismeretlenben, tehát a matematikatudást mérő teszten jobb eredményt érnek el az ilyen jellegű feladatokban és ezeknek a feladatoknak a megoldása a hétköznapi tudáshoz kötődik. Az elemi számolási készségükre jellemző, hogy a begyakorlottság az összeadás műveletében a legjobban, mert ez a műveletvégzés iskolán kívül informális úton elsajátítható és ebben az életkorban az aritmetikai műveletek közül gyakran alkalmazott művelet a mindennapjaikban.

1998) A gondolatmenet fontos következménye az IQ-vitára nézve az, hogy a különböző nemzetek közt mért különbség nem a rasszoknak és egyéb genetikai tényezőknek köszönhető, okként csak a kultúra nevezhető meg. Az amerikai, a kínai és a japán gyerekek körében kapott eredmények megerősítették azt a feltevést, hogy a mért intelligenciahányados népcsoportok közti különbségei pusztán az eltérő környezetnek köszönhetőek. (Miller és Parades, 1998)

Matematika a mindennapokban

A kutatások arra irányultak, hogy megértsük, milyen módszerek alkalmazásával oldják meg az alapvető matematikai problémát azok, akik nem formális oktatással szerezték tudásukat. Az iskola és az utca matematikájának hasonlóságát és különbözőségét vizsgálták, vagyis azt, hogyan hasznosítják az emberek az iskolában tanultakat a mindennapi életben, illetve a hétköznapi ismereteiket hogyan alkalmazzák az iskolában.

Hétköznapi matematikai problémák

Az 1980-as évek elején nagy számú emigráns keresett munkát, alacsony iskolázottságuk miatt sokan utcai árusként dolgoztak. Szüleiknek gyakran a nyolc évesek is segítettek. Ezek a gyerekek formális iskolázottság nélkül is képesek voltak az üzlet lebonyolításához szükséges matematikai problémát megoldani: megmérték az áru tömegét, kiszámolták a fizetendő összeget, átváltották a különböző mennyiségeket. Papír és ceruza nélkül, fejben számoltak. Ugyanakkor az iskolai tanulmányaikban nem voltak sikeresek, osztályt ismételték, mert nem tudták az ismert matematikai kontextust az iskolaira áttüntetni. Ennek egyik oka, hogy a gyerekek által alkalmazott eljárások gyakran különböznek az iskolában tanítottaktól. (Carragher, Schliemann és Carragher, 1988; Klein és Starkey, 1988; Nunes, 1995; Resnick, 1986)

A kérdés megjelölése

A tudás gyarapodása a fogalmak, képzetek, szimbólumrendszerek rendszerré fejlődésével írható le, amiben a kultúra hatása is érvényesül. A matematikai gondolkodási képességek közül kiemelt jelentőségű az induktív gondolkodás, mert új ismeret képződését segíti elő. A tudásreprezentációban nagy szerepet kap a megértés foka és a kontextushoz kötöttség. A matematika alkalmazásához szükséges készségeknek megállapítható antropológiai optimum-szintje van, ha ezt ismerjük, meghatározható a fejlesztése. Ezek közé olyan képességek tartoznak, melyeknek a kialakulása már az iskoláskor előtt megkezdődik, a matematikai kulturális örökség részei. Ilyen a kis számok körében végzendő számlálás és a számolási készség, a mértékváltás készsége. Az iskolán kívül szerzett tudás lehet a szóban, fejben végzett műveletek elvégzésének tudása, ami már bonyolult gondolkodási műveletek sorozata. A szorzás műveletével kapcsolatban a kommutativitás nehézsége merül fel kisiskolás korban. A tudás változásában nagy szerepük van azoknak a készségeknek, amelyeket a tanulók otthonról hoznak, amelyeket a szüleik örökítenek át. További iskolán kívüli helyszín lehet a játék, a gyermekek egymás közötti tevékenysége, a más felnőttektől tanult ismeret, de a meglévő tudásuk alapján újat is létrehozhatnak, ami más stratégiát követhet, mint az iskolai.

A hétköznapi kutatások a gyermekek matematikai gondolkodásának, tudásreprezentációjának megfigyelésére alkalmas eszközt dolgoztak ki, ami az empirikus vizsgálat megtervezéséhez ad segítséget. A feltételek olyan elrendezésére van szükség, amelyik a legjobban kedvez a tanuló tudásreprezentációjának. A kapott eredmények értelmezéséhez célszerű ismerni a cigányság iskolához való viszonyát befolyásoló tényezőket: a szociális, regionális, települési egyenlőtlenségek felerősödését, megnövekedését, az igényt a társadalmi kiegyenlítődésként. A nemzetközi matematika-mérések eredményének ma-

gyarázata céljából elindult kutatások az egyes nemzetek közötti teljesítménybeli különbségek eredetét vizsgálva arra a következtetésre jutottak, hogy a differenciák nem biológiai eredetűek, hanem kulturális és nyelvi meghatározottságúak, és ezek csak az iskoláskor kezdeti időszakában jelentenek előnyt, illetve hátrányt. A család iskolához való pozitív vagy negatív viszonyának motívumai, illetve a település mérete – mint tényezők – nagy valószínűséggel számításba jöhetnek a különbségek magyarázatában.

A tanulók iskolai és hétköznapi matematikai tudásáról a következő hipotézisek megfogalmazásával nyerhető információ:

A matematikai ismeretek megszerzésében is fontos induktív gondolkodási képességben nincs lényeges különbség a különböző kultúrában élő gyermekek között.

A cigány tanulók a számukra ismert kontextusban jobban teljesítenek, mint a számukra ismeretlenben, tehát a matematikatudást mérő teszten jobb eredményt érnek el az ilyen jellegű feladatokban és ezeknek a feladatoknak a megoldása a hétköznapi tudáshoz kötődik. Az elemi számolási készségükre jellemző, hogy a begyakorlottság az összeadás műveletében a legjobb, mert ez a műveletvégzés iskolán kívül informális úton elsajátítható és ebben az életkorban az aritmetikai műveletek közül gyakran alkalmazott művelet a mindennapjaikban.

Ha kiküszöböljük az olvasásban és írásban mutatkozó nyelvi hátrányokat, akkor az írásban megoldott teszt és a személyes kísérletben felvett adatok közül az utóbbin jobb eredményeket érnek el a gyermekek. (Ez a feltevés szinte nyilvánvalónak tűnik a gyakorló pedagógus számára, de a magyar szakirodalomban erre utaló kutatási eredményt nem találtam.)

Minta

Az empirikus adatgyűjtés 2001. január-márciusában történt kilenc település általános iskoláiban. Egy iskolán belül minden harmadikos tanulót bevontunk, a tanulók személyiségi jogainak tiszteletben tartását ezzel is biztosítani kívántuk.

iskola (település) sorszám	tanulók száma összesen	a mintában képviselet aránya (%)	tanulók száma		tanulói mintában képviselet arány (%)	
			1. csoport	2. csoport	1. csoport	2. csoport
1.	18	5,8	5	13	8,7	3,5
2.	34	11,7	30	4	2,7	21,1
3.	35	12,1	35	–	0,0	24,6
4.	34	11,8	11	23	16,1	7,7
5.	27	9,3	–	27	18,1	–
6.	18	6,2	9	9	6,0	6,3
7.	23	7,9	–	23	15,4	–
8.	45	15,6	18	27	16,8	12,7
9.	57	19,7	34	23	16,1	23,9
összesen	291	100,0	142	149	100,0	100,0

1. táblázat. A vizsgálatban részt vevő tanulók összetétele etnikai hovatartozás szerint iskolánkénti megoszlásban

A minta az etnikai hovatartozás szerint nem reprezentatív, de az egyes települések mérete nagyjából azonos. Az „1. csoport” jelöli a cigány etnikai kisebbséget reprezentáló, a „2. csoport” a többséget képviselő tanulókat. A tanulók többsége Jász-Nagykun-Szolnok megye 2–3000 fős településein él. A vizsgálatban részt vevők 24 százaléka képviseli a városi cigányságot, Békés megye egyik iskolájának tanulói. Egy településen csak cigány etnikumhoz tartozó gyermek jár a nevezett osztályokba, kettőn nem is élnek kisebbséghez tartozók. A vizsgálatban részt vevők döntő többsége magyar anyanyelvű. Az iskolák felzárkóztató programokkal, az iskoláskor előtti kompenzáló, képességfejlesztő foglalko-

zásokkal, logopédus alkalmazásával próbálják a tanulók iskolai hátrányait kompenzálni. A tanulók sikeres, illetve sikertelen iskolai előrehaladásáról az életkoruk összehasonlításával nyerhetünk egy nagyon felszínes információt. 44 tanuló túlkoros, ők már legalább egy évet veszítettek. A 142 cigány tanuló közül 70 fiú és 72 lány; a 289 tanulóból 150 fiú (52 százalék) és 139 lány (48 százalék) vett részt a felmérésben.

Eszközök

Az induktív gondolkodás vizsgálata

A harmadik, negyedik osztályos tanulók induktív gondolkodásának vizsgálatára használt teszt a Szegedi Tudományegyetem Pedagógiai Tanszékének 'Gondolkodási képességek és tárgyi tudás' címet viselő kutatási programjához készült (Országos Tudományos Kutatási Alap: TO 18577 számú kutatási program). Feladatsorai betűsorok folytatását, számok analógiáját, szóbeli analógiákat és számsorok folytatását igénylik. A betűsorok esetében a tanulónak ismert betűkből álló, rendezett alaphalmazon kell dolgoznia. Ennek alapján a hét elemmel megadott betűk sorozatát kellett két elemmel kiegészítenie. Akkor tudja helyesen kiegészíteni, ha felismeri a hozzárendelés képzésének szabályát és az adott halmazból sikerült kiválasztania a megfelelő betűt. Az alteszt hét feladatot, feladatonként két itemet tartalmaz. A számanalógiát igénylő feladatoknál két számpárral megadott összefüggés felismerése alapján kell a tanulónak egy harmadik számpár hiányzó tagját képeznie. A sikeres megoldás feltétele annak felismerése, hogy milyen összefüggés kapcsolja össze a megadott számpárokat, majd ezt az összefüggést (szabályt) alkalmazni kell a harmadik számpár hiányzó tagjának meghatározásához. A feladatlapon hat ilyen item található.

A szóbeli analógiáknál öt adott válaszlehetőség közül kell kiválasztani az egyik szópár között felismert kapcsolat alapján a másik szópár hiányzó elemét (20 item). Az analógia lehet halmazba tartozás, rész-egész viszony, időrend, ok-okozati összefüggés, szinonima, ellentét, tulajdonság, funkció stb. A számsorok folytatását igénylő 8 feladatnál a sorozat első hat tagjának ismeretében kell még további két tagot megadnia a tanulónak. A sikeres megoldás feltétele a sorozat tagjai közötti összefüggés felismerése. (Csapó, 1998) Az induktív teszt szóbeli analógiái alkalmasak a hétköznapi tudás alkalmazásának mérésére. A betűsorok, a számsorok és a számanalógiák megoldásához az iskolában szerzett tudás reprezentálására van szükség. Ezekben a feladatokban már szimbólumokkal találkozunk a megoldók.

A számolási készség fejlettsége

Az elemi számolási készségteszt a négy alpművelet (összeadás; kivonás; szorzás; osztás) begyakorlottsági szintjét méri, ezek az operatív műveletek nélkülözhetetlenek a matematikai problémák megoldásához. (Nagy, 1971) A használt mérőlapok műveletenként 75 íte mből álltak. Az összeadás és a kivonás műveleti sebességét mérték a húszas számkörben, valamint a szorzását és az osztását a százas számkörben.

A matematikatudás mérése

A tudásteszt a szokásos iskolai körülmények között, a személyes kísérletet tartalmazó feladatsor életközeli helyzetben vizsgálja a tanulók iskolai és hétköznapi matematikatudását. A tesztek a második évfolyam matematika tananyagára és követelményeire épültek. A számtan, algebra témakörében követelmény a számfogalom biztos ismerete 100-ig, beleértve az adott szám jellemzését, a számok közötti kapcsolatokat. A gyermeknek tudnia kell írni, olvasni, összehasonlítani adott számokat a számkörön belül, fel kell ismernie a számok különböző alakját (összeg, különbség formában). Tudnia kell értelmezni az alpműveleteket, a művelet elvégzésének algoritmusában megfelelő gyakorlottsá-

got kell elérnie. Az összefüggések, kapcsolatok felismerésében a továbbhaladás feltétele az egyszerű szöveges feladatok megoldása a feladatmegoldás lépéseinek alkalmazásával (lejegyzés, megoldási terv készítése, számolás, ellenőrzés, válasz megadása). A mennyiségek témakörében a szabványos mértékegységek ismerete és konkrét esetekben a mértékegységek átváltásának ismerete és alkalmazása az elérendő szint.

A matematikai ismeretek alkalmazásának mérése az iskolai gyakorlatban sokszor szöveges feladatokon keresztül valósul meg. A hétköznapi ismeretek mérésére alkalmas feladatsor összeállításához a tanulói szokások pontosabb megismerése céljából adatgyűjtésre is sor került, amelyben központi helyet kapott az a tény, hogy hétköznapi matematikai ismereteket szerezhetnek, alkalmazhatnak a gyerekek játék, vásárlás közben, valamint az, hogy a cigány etnikai kisebbséghez tartozók szívesen kártyáznak, köztük sok felnőtt vesz részt a kereskedelemben, különböző dolgokat árusítanak. A válaszok értékelése szerint a fiúk és a lányok körében egyaránt kedvelt a társasjáték, gyakran kártyáznak, ez utóbbit a fiúk előnyben részesítik a lányokkal szemben. Szinte mindenki szokott vásárolni, a megkérdezett gyermekek többsége előre kiszámolja, hogy mennyit kell fizetnie, és megszámolja a visszajáró pénzt. A kérdőív kérdéseire adott válaszok azt a – tapasztalati tényeken alapuló – feltevést erősítették meg a kérdezett kategóriákban és osztályban, hogy az etnikai hovatartozás szerint nem mutatható ki lényeges különbség. A szülőktől és pedagógustól kapott információ is ezt támasztotta alá.

a vizsgált	matematikai tartalom	a megoldáshoz szükséges tudás	
		kategória megszerzésének jellege iskolai	és itemszáma hétköznapi
számfogalom	számolás	6	–
	szöveges, sorszám	–	6
	sorszám	–	1
műveletek	művelet, kivonás	–	3
	művelet (+ -)	12	–
	szöveges, összetett	–	5
	művelet (* /)	12	–
	szöveges, osztás	–	4
	szöveges, kivonás	–	2
mennyiség, mérés	mérés (idő)	6	–
gondolkodás	kombinatorikai	4	10
	implikáció	–	8
	logikai fogalom	3	1
	szabályjáték	8	9

2. táblázat. Az iskolai körülmények között alkalmazott tudástest szerkezete

A tesztek tartalmának hétköznapi és iskolai tudás szerinti csoportosítását és a hozzá tartozó ítemek számát a 2. és 3. táblázat mutatja. A matematika tantárgy kategóriarendszere szerinti csoportosítás:

A számok kategóriájába azok a feladatok tartoznak, amelyek a tanulónak a számok világában való tájékozottságát vizsgálták. A számkör, illetve a sorszám ismeretére vonatkozó kérdések, valamint a számtani műveletekkel kapcsolatos ismeretek és eljárások szerepeltek a feladatokban. A hétköznapi tudás minél jobb megismerése miatt külön szerepel a számfogalom és a művelet, mindkettő előfordul szöveges és nem szöveges formában.

Mennyiségek: itt azt vizsgáltuk, hogy a tanulók mennyire mozognak otthonosan a mindennapi életben előforduló különböző mennyiségek, mértékegységek és nagyságrendek között. Az iskolai teszten az idő meghatározása található, a személyes kísérletben ezen túlmenően becslés szerepel.

Gondolkodás: ide olyan feladatok tartoznak, amelyeknek a megoldásához összetett gondolkodási műveletekre, logikára van szükség. Ezek a problémák általában nem kapcsolódnak közvetlenül a matematikának az iskolában tanult területeihez: logikai ismeretek, kombinatorikai feladat, implikáció, szabályjáték, sorozatképzés formájában jelennek meg a feladatlapon. A szöveges feladatok problémamegoldást igényelnek, összetettebb gondolkodást igénylő, hétköznapiakban is szóba jöhető feladatokból állnak. Az elemi következtetések fejlettségének megállapítására alkalmazott kérdések a PREFER (prevenziós fejlettségvizsgáló rendszer) néven ismert mérőeszköz kérdéssorozatában találhatóak. (Nagy, 1986) A kombinatorikus gondolkodás vizsgálatára a Csapó (1983) által kifejlesztett feladat szerepel a tesztkérdések között.

A személyes megkérdezéskor alkalmazott kérdőív feladatai

A teszt feladatai azokat a kategóriákat tartalmazzák, mint a tudásteszt (3. táblázat), de a tanuló által személyesen végrehajtott kísérletek formájában.

a vizsgált	matematikai tartalom	a megoldáshoz szükséges tudás	
		változók megszerzésének jellege és itemszáma iskolai	hétköznapi
számfogalom	számlálás	–	9
	sorszám	–	1
műveletek	összeadás, kivonás	–	3
	osztás	–	1
	kivonás	–	1
mérés, becslés	időmérés	–	1
	becslés (m, l, V)	–	3
gondolkodás	implikáció	–	8
	logikai fogalom	–	5
	induktív	–	8

3. táblázat. A személyes kísérlet kérdőívének szerkezete

A számok, műveletek kategóriájába tartozó feladatok között az adott helyiérték átlépését, a négy alapművelet elvégzését pénz segítségével, valódi szituációban oldották meg a tanulók. A sorszám képzése dobókocka-dobást követően a játék tábláján lépéssel volt mérhető. Nagy szám részekre osztását is pénzzel végezték a tanulók (ez nem követelmény). A műveletvégzés kártyajáték segítségével volt megoldható. A számlálás mérése a PREFER tesztbatteria felhasználásával készült. Az eszkörendszer a kognitív kompetenciák, a gyermekek iskolán kívül szerzett ismereteinek mennyiségi és minőségi mutatóinak megállapítására adott a gyakorlatban jól használható, máig érvényes, nemzetközi összehasonlításokban kiváló mutatókkal rendelkező eljárást. (Nagy, 2000) Az empirikus kutatás az öt-hat évesek iskolakészültségének feltárására készült, a gyermekek közti differenciák megismerése alapján ajánlva az iskola megkezdését. Mivel a jelenlegi vizsgálatban szereplő gyermekek korban nem állnak messze a beiskolázás korától, az iskolások iskolán kívül szerzett ismereteinek feltárásában célszerűnek látszott az eszköz elemeit felhasználni. A személyes kérdőív a beiskolázáshoz használt számlálási teszt azon részét tartalmazza – a jelenleg vizsgált korosztály számára adaptált változatban –, amely azt kéri a tanulótól, hogy folytassa a tízes átlépést követelő sorozatot a százas és az ezres számkörben több, a tízezres számkörben kevesebb eseten. Ha a tanuló tudta folytatni, a következő sorozatot kapta, ha nem, akkor a következő feladat utasítását kapta.

Mennyiség, mérés: az analóg órán a pontos idő meghatározásán, valamint a matematikafüzet hosszának, a vizespohár térfogatának, az ismert tömegű csokoládé tömegének becslésén keresztül valósult meg. *Gondolkodás:* a tudásteszten található feladattípusok szerepeltek más szituációban, pl. a dominóval kirakott szabály felismerése után megkezesni az alkalmas elemet.

Háttérkérdőívek

A teszteken kívül a tanulói kérdőívek segítették a differenciáltabb elemzést. A tanulói kérdőív adatai elsősorban a diákok tanulmányi előmeneteléről, a szülők iskolai végzettségéről, a tanuló tantárgyi attitűdjéről, értékpreferenciáiról adtak felvilágosítást. A személyes meghallgatáskor a társas- és kártyajátékkal, valamint a vásárlással gyakorolt szokásokról nyertünk információt. Ezek hatásait vizsgáltuk a tanulói teljesítményekkel összefüggésben.

Eljárások

A tanulók személyiségi jogainak védelme érdekében biztosítottuk, hogy a feldolgozáskor már ne lehessen a tanulókat azonosítani. A tudásteszt, az induktív teszt, az elemi számolás, valamint a háttérkérdőív adatfelvétele csaknem azonos időben készült, a személyes kísérleté hosszabb időt vett igénybe.

Az elemi számolás begyakorltságának mérése művelet-típusonként 1 perces időkeletben történt. A feldolgozás során tett megállapítások az összes megoldott feladatból a hibátlanul megoldottakra vonatkoznak.

Az itemek minden teszten 0 vagy 1 értékeket kaptak, úgy, hogy az 1 jelezte a jó megoldást. A személyes kísérletek kimenetele sikeres vagy sikertelen lehet. A kimenet szerint a sikeres kísérlet 1, a sikertelen 0 pontértéket kapott. A feladatok átlaga a tartalmazott itemekből nyerhető, a hétköznapi és az iskolai kategóriák számtani középértéke az összevont feladatok összes itemének pontátlagából számolható.

A személyes kérdőív felhasználása

A mérési útmutató alapján a valóságoshoz közelálló szituációban oldják meg a gyermekek a teszt feladatait. Minden tanulót külön-külön kérdezzük meg. A feszültség feloldására néhány kérdést teszünk fel a játékkal és a vásárlással kapcsolatban (háttérváltozók). A válaszokat minden esetben megjelöljük. A kérdezőbiztos a tudást alkalmazó részben először megkéri a gyermeket, hogy nézze meg, mennyi a pontos idő, választát lejegyezi és megjelöli, hogy pontos volt-e a meghatározás. Ezt követően közli a következő feladat utasítását. A számsorozatot addig folytatja, amíg gyors és pontos választ kap. A tapasztalati következtetés egy hiányos mondat formájában hangzott el, amelyet a tanulóknak gondolkodás nélkül ki kellett egészítenie. Itt minden helyesen kiegészített mondatnál lejegyezzük a 0 vagy 1 pontot. A negyedik problémahelyzetben boltosat játszunk úgy, hogy a gyermek előtt valóban ott van a megvásárolni kívánt füzet és radír, feltüntetett árral, és a tanulóknak odaadjuk a pénztárcát, miközben arra kérjük, fizesse ki a megvásárolt árut. Ezt követően szerepcseré történik, a kísérlet vezetője vásárol, a gyermek ad vissza. Majd ismét a gyermek vásárol, de a szituációban kevesebb a pénze, mint amennyit fizetnie kell. A hatodik probléma 105 Ft elosztása három egyenlő részre. A becslés úgy történik, hogy az asztalon van a füzet, a vizespohár, a csokoládé. Kezébe veheti, nézegetheti. A logikai „és”, „vagy” ellenőrzésére a logikai készlet elemeiből válogathat a tanuló. A biztos nyerési szituációban a gyermek előtt van a kártya (sajnos az idővel való takarékoság miatt nem került sor a tényleges játékra). A társasjáték dobókockájával viszont dob a tanuló, és lép a táblán. Az utolsó probléma a dominó adott sorrendjéhez megta-
lálni a megfelelőt. Az adatfelvétel ideje tanulónként kb. 15 perc.

Módszerek

A hipotézisek igazolásához a tanulók induktív gondolkodási képességéről nyert információ arról ad felvilágosítást, hogyan jellemezhetők a tanulók a tudáshoz jutás egyik fontos feltételével kapcsolatosan, valamint a különböző kultúrákban élő tanulók mennyire jellemezhetők ennek különbségével. A teszt értékelésekor a két csoport az átlagok és szórások alapján jellemezhető.

Az elemi számolási készség mérése alapján a műveltségzés rutinjainak fejlettségére lehet következtetni. Az 1 perc alatt elvégzett műveletek átlaga alapján meghatározható négy elemi művelet sorrendje csoportonként, annak jelzésére, hogy melyik műveleti készség fejlettebb.

A tudásteszt és a személyes kísérlet céljára kifejlesztett mérőeszközök esetében a statisztikai eszközökkel történő – jóságmutatók (reliabilitás, itemanalízis), a minta átlagának, eloszlásának – meghatározása után az átlagtól való eltérések vizsgálatára kerül sor. A t-próba segítségével végzett szignifikancia-vizsgálat után az eredménytől függően a csoportok jellemzésére kerül sor. Ezt követően a hétköznapi és az iskolai matematikai tartalmakat kifejező kategóriák mutatóinak meghatározása a 3. és 4. táblázatban közölt csoportosítás alapján történik. A nagyobb teljesítménybeli eltérések okainak megállapítása céljából az összefüggések vizsgálatára kerül sor. Külön-külön is meghatározhatók a különböző kulturális közegből származó tanulók által nyújtott teljesítmények jellemzői (várható értékek és szórások). A két csoport eredményéből kapott értékek közötti különbségek esetén szignifikancia-vizsgálattal dönthető el, hogy az eltérések determinisztikusak vagy a véletlennek köszönhetőek-e. Az okok magyarázatába bevont háttérváltozók: a szülők iskolai végzettsége, a tanuló tanulmányi eredménye, a matematika kedveltsége, perspektívái. A teszt szerkezetét klaszter-analízissel, az összefüggéseket korrelációval, varianciaanalízissel vagy regresszióanalízissel képeztük.

A vizsgálat eredményei

A tudásmérő teszt eredményei

A mérőlapokon nyert adatokkal az vizsgálható, hogy a hétköznapi és az iskolai matematika-teljesítmény hogyan írható le az eltérő kultúrájú csoportok között.

A csoportok (4. táblázat) átlagát figyelve azt látjuk, hogy a cigány etnikai kisebbséghez tartozók eredménye alacsonyabb, mint a nem cigány tanulóké, és a teljesítményük kisebb szóródást mutat. A két csoport iskolai és hétköznapi tudásteszten elért teljesítményét úgy jellemezhetjük, hogy mind a két csoportnak jobb az iskolai tudás-reprezentációja, mint a hétköznapi. A nem cigány tanulóknál ez a különbség nagyobb mértékű. Ez egyben azt is jelzi, hogy a teljesítménybeli különbségek kisebbek a hétköznapi teszten mért tudásban, mint az iskolaival mért kategóriákban. A t-próba szerint szignifikáns különbséget jelez mind a hétköznapi, mind az iskolai értékek tekintetében. Csaknem 100 százalékos valószínűséggel állítható, hogy a két különböző kultúrából származó csoport teszten elért eredményének különbségét nem a véletlen okozza. Az eltérés okai további vizsgálatokkal tárhatók fel.

vizsgált változó	1. csoport		2. csoport	
	átlag (%)	szórás (%)	átlag (%)	szórás (%)
hétköznapi tudás	40,6	18,3	52,6	21,8
iskolai tudás	49,0	22,2	66,8	20,4
együtt	43,6	17,6	58,2	19,7

4. táblázat. A hétköznapi és az iskolai tudást tartalmazó feladatcsoport átlagai és szórásai csoportonként

A műveltségzés, a számfogalom és a gondolkodás alapján újabb átlagok számolhatók mindkét csoportra vonatkoztatva. (5. táblázat) A táblázat adatait nézve az tűnik elő, hogy a legmagasabb értékek az iskolai részteszt kategóriáiban találhatóak. Mind a két csoport átlaga magas értékkel írható le a számfogalommal kapcsolatos kérdéses csoportban. A magyar gyerekek esetében a műveltségzéshez is. Közös jellemző, hogy a gondolkodást mérő kategória teljesítménye elmarad a többitől. Az egyes kategóriák különbségeit figyelve nagyjából azonos értékeket kapunk.

A hétköznapi matematikára vonatkozó oszlopokból az tűnik fel, hogy kiegyenlítettebbek a kapott adatok, de sokkal alacsonyabbak. Ezt a trendet csak a cigány tanulók esetében nem mondhatjuk, mert ott jóval magasabb értékeket láthatunk a gondolkodás kérdéskörében. A nem cigány gyerekeknél is ez a tendencia figyelhető meg, de annak kisebb a mértéke. A legnagyobb különbség a számfogalmat leíró értékben van. Ez azt jelzi, hogy kevesebb tanuló vette észre a hétköznapi tartalmú feladatban, hogy számfogalommal van dolga. Ha tovább vizsgáljuk a különbségeket, az látszik, hogy a nem cigány tanulók önmagukhoz viszonyítva csaknem azonos teljesítmény elérésére voltak képesek mind a hétköznapi, mind az iskolai részteszten a gondolkodási feladatok megoldásában.

vizsgált változó	az iskolai részteszt átlaga (%)		a hétköznapi részteszt átlaga (%)	
	1. csoport	2. csoport	1. csoport	2. csoport
számfogalom	70,5	88,7	46,3	57,6
művelet	55,0	73,5	41,1	55,4
gondolkodás	26,0	44,9	38,3	50,2

5. táblázat. A hétköznapi és az iskolai teszt átlagai kategóriánként

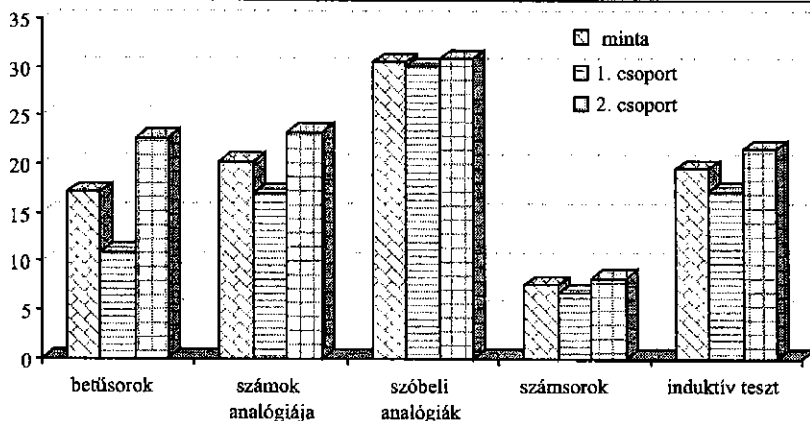
Milyen jellegű feladatokban teljesítettek jól a cigány tanulók? Amelyikhez nem kellett aritmetikai ismeretet felhasználni, az egyszerű következtetést, illetve konjunkciót tartalmazó feladatokban, a sorszám és a társasjáték kapcsolatának felismerésében. Ha a szóveges feladat rövid utasítást és kis számokat tartalmaz, még a legnehezebbnek tűnő osztás műveletét is el tudták végezni. Valószínűleg ilyen természetű probléma megoldásával a mindennapokban is találkozhatnak. Végül a dobókockán levő pontok összegére is nagy számban adtak jó becslést.

A teszten tapasztalt különbségek okának további feltárásába az induktív teszt változóit hívhatjuk segítségül.

Az induktív gondolkodás

A teszt alkalmazásának célja: jellemezni a két csoport képességhez kapcsolható tudásreprezentációját. A vizsgálatba bevont tanulók száma 288; az első csoportba 142, a másodikba 146 gyermek került. A feladattípusonkénti átlagos teljesítményt szemlélteti az 1. ábra.

Az induktív teszten a mintában részt vevő tanulók által nyújtott teljesítmény (6. táblázat) várható értéke 19,5 százalék. Itt is feltételezhető, hogy a két csoport ugyanazt a populációt képviseli. Kétoldali kétmintás t-próba eredménye szerint 99,95 százalékos valószínűség mellett mondható, hogy a két csoport teljesítménye között nincs szignifikáns különbség. Az átlagtól való eltérés 9,5 százalék a kisebbséget és 11,1 százalék a többséget képviselő tanulók esetében. Az alteszteket figyelve látható, hogy legtöbbször a szóbeli analógiákat ismerték fel és alkalmazták helyesen, a számsorok kiegészítése csak néhány tanulónak sikerült. A két minta teljesítményét figyelve szembevetendő, hogy a cigány tanulók az átlag szerint valamivel gyengébb (17,2 százalék) eredményt értek el, de figyelemre méltó az, hogy a szóbeli analógiákban nem maradt el a teljesítményük a nem cigány tanulókétól.



1. ábra Az induktív teszt altesztjeinek pontátlaga és összeredménye együtt és csoportonkénti bontásban

a feladatok típusa	minta		1. csoport		2. csoport	
	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
betűsorok	17,1	21,6	10,9	17,5	22,7	23,3
számok analógiája	20,2	21,6	17,0	18,1	23,3	24,2
szóbeli analógiák	30,5	17,2	30,1	19,3	30,9	14,9
számsorok	7,6	7,2	6,7	8,0	8,3	6,2
induktív teszt	19,5	10,6	17,2	9,5	21,6	11,1

6. táblázat. A tanulók együttes és csoportonkénti százalékpontban kifejezett átlaga és szórása feladattípusonként (%)

Külön-külön megadva az eredményeket látható, hogy a szóbeli analógiák itemeiből meghatározott átlagokban nincs eltérés. Arról, hogy valóban nincs szignifikáns eltérés, statisztikai módszerekkel győződhetünk meg. (7. táblázat)

változó	várható érték (%)		t-érték	valószínűségi szint	F	p
	1. csoport	2. csoport				
betűsor	10,9	22,7	-40,886	0,017	20,916	0,000
számanalógia	17,0	23,3	-20,479	0,015	8,843	0,003
szóanalógia	30,1	30,9	-0,369	0,013	3,631	0,058
számsor	06,7	08,3	-10,924	0,001	10,525	0,001
induktív átlag	17,2	21,6	-30,578	0,004	0,529	0,467

7. táblázat. A nem cigány és cigány tanulók induktív teszteken kapott várható értékének t-próbája

Az elemi műveletek begyakorlottsága

A készségek jellemezhetők hibátlansággal vagy sebességgel. Az elemi számolási készség a négy alapművelet (összeadás; kivonás; szorzás; osztás) begyakorlottsági szintjét meghatározó kutatás, mert ezek az operatív műveletek nélkülözhetetlenek a matematikai problémák megoldásához. A maximális begyakorlottság szintjén a teljesítmény minősége megnövekszik, a feladatmegoldásra fordított idő lényegesen lecsökken. A kutatási eredmények szerint ez a készség 17–18 éves korra éri el az egyénre mérhető maximális szintet. (Nagy, 1973)

A műveletek begyakorlottsági szintjében nincs szignifikáns különbség. (8. táblázat) Az érdekes, hogy az első csoportban kisebb a változatosság, a szorzás és osztás száma nagyjából egyenlő. Az 1 perc alatt jó műveletek szerint a begyakorlottsági szint szerinti

sorrenden első az összeadás. (9. táblázat) Ez megfelel annak az elvárásnak, miszerint az összeadás műveletének megismerése már az iskolás kor előtt megkezdődik és ezt a műveletet alkalmazzák a hétköznapi életben is, tehát ezt tudják legnagyobb sebességgel végrehajtani. Az iskola hatása már érvényesül, a szorzás mutatja, ami inkább kapcsolódik az iskolai tudáshoz, mint a hétköznapihoz, ezt még lassabban oldják meg. A szorzótábla megtanulása e készség használatának feltétele.

változó	átlag (%)		t-érték	valószínűségi szint	F	p
	1. csoport	2. csoport				
összeadás	17,9	19,5	-0,346	0,73	3,98	0,039
kivonás	15,2	15,6	-0,092	0,93	1,68	0,425
szorzás	12,5	11,4	0,226	0,82	2,14	0,258
osztás	11,1	9,3	0,335	0,74	3,43	0,065

8. táblázat. A: elemi műveletek szignifikanciaszintje

művelet	percenként jól megoldott feladatok átlagos száma		szórás	
	1. csoport	2. csoport	1. csoport	2. csoport
összeadás	17,9	19,5	14,0	7,0
kivonás	15,2	15,6	10,1	13,0
szorzás	12,5	11,4	9,0	13,2
osztás	11,1	9,3	8,6	15,9

9. táblázat. A: 1 perc alatt jól elvégzett elemi műveletek átlagos száma és szórása csoportonként

A személyes kísérlethez használt teszt

A teszt első feladata a hetedikkel együtt a mérés témakörébe tartozik, segítségükkel a tanulóktól mértékváltást előkészítő ismeret meglétéről kapunk tájékoztatást, vagyis arról, hogy mennyire jártasak a mértékegységek ismeretében, illetve azokat hogyan alkalmazzák becslés formájában.

A számfogalom ismeretének megállapítása számsorozat folytatásával történt.

A gondolkodási képességek fejlődésében nagy szerepe van a megértésnek. A megértéshez szükséges, hogy jól ismerjék és alkalmazzák az alapfogalmakat. A vizsgálat két iteme vizsgálta a diszjunkciót, egy a konjunkciót.

A tanulók teljesítménye alapján megfigyelhető tendenciák

A vizsgálat arra irányult, hogy információt nyerjünk arról, hogy az iskolai és a hétköznapi tudást hogyan alkalmazzák a harmadik osztályos cigány gyermekek az iskolai tanulmányaik során.

teszt	átlag (%)		t-érték	valószínűségi szint	F	p
	1. csoport	2. csoport				
tudás	43,6	58,2	-6,696	000	1,260	166
induktív	17,4	21,6	-3,418	001	1,335	085
kísérlet	53,8	63,4	-4,941	000	1,033	844
együtt	38,1	47,9	-8,912	000	1,162	376

10. táblázat. A minta összteljesítményének és egyes részeredményeinek vizsgálata kétmintás t-próbával

A mintába bevont tanulók eredményeit együtt tekintve feltételezhető, hogy a három teszten nyújtott teljesítmény átlagát tekintve ugyanazon populációból származnak. A t-próba vizsgálat szignifikáns különbséget mutat (10. táblázat), tehát a minta két popu-

lációból származik, a mért kategóriák alapján. A kétmintás t-próba mind az együtt vizsgált, mind az egyes részeszteken szignifikáns különbséget jelez. Az egyes tesztek eredményeinek összefüggése egyrészt a mintára nézve, az induktív és a kísérlet vonatkozásában nem mutat erősebb kapcsolatot, de a tudásteszt és az induktív teszt korrelációja szignifikáns ($r = 0,152$ és $p = 0,1$; a tudásteszt és a személyes kísérlet együttmozgása $r = 0,167$ és $p = 0,04$). Ez a hatás a két csoportnál külön-külön nem érvényesül. A háttérváltozókat figyelve azt mondhatjuk, hogy a matematika jegyben inkább a tudásteszt és az induktív teszt által mért elemek játszanak fontosabb szerepet, míg azok teljesítettek jobban a kísérletben, akik szeretnek iskolába járni. Akiknek fejlettebb az induktív gondolkodási képessége, azok szeretik a matematikát, van a jövőről elképzelésük, ami a hosszabb ideig tartó tanulási periódus vállalását jelenti és elégedettek is önmagukkal. Mindhárom teszt eredményességét befolyásolja a szülők iskolai végzettsége. (11. táblázat)

teszt	matematika osztályzat	szeret iskolába járni	elégedett a teljesítményével	szereti a matematikát	mi lesz? (jövőkép)	apa iskolai végzettsége	anya iskolai végzettsége
tudás	0,17	-0,08	0,01	0,031	0,10	0,18	0,17
együtt	$p = 0,0$	$p = 0,1$	$p = 0,81$	$p = 0,59$	$p = 0,07$	$p = 0,002$	$p = 0,002$
induktív	0,39	0,064	0,15	0,23	0,16	0,15	0,25
együtt	$p = 0,0$	$p = 0,28$	$p = 0,0$	$p = 0,00$	$p = 0,006$	$p = 0,007$	$p = 0,0$
kísérlet	0,04	-0,14	-0,076	-0,089	0,015	0,196	0,18
együtt	$p = 0,48$	$p = 0,02$	$p = 0,2$	$p = 0,13$	$p = 0,8$	$p = 0,001$	$p = 0,002$
tudás	0,12	-0,039	-0,12	0,058	-0,02	0,018	0,23
1. csoport	$p = 0,17$	$p = 0,66$	$p = 0,15$	$p = 0,50$	$p = 0,79$	$p = 0,83$	$p = 0,7$
induktív	0,25	-0,038	0,054	0,139	-0,049	-0,12	-0,18
1. csoport	$p = 0,0$	$p = 0,67$	$p = 0,53$	$p = 0,105$	$p = 0,56$	$p = 0,15$	$p = 0,03$
kísérlet	-0,07	-0,10	-0,098	-0,044	-0,031	0,16	0,15
1. csoport	$p = 0,39$	$p = 0,2$	$p = 0,25$	$p = 0,61$	$p = 0,72$	$p = 0,05$	$p = 0,07$
tudás	0,063	-0,11	0,114	-0,050	0,15	0,059	0,032
2. csoport	$p = 0,45$	$p = 0,15$	$p = 0,17$	$p = 0,54$	$p = 0,07$	$p = 0,48$	$p = 0,69$
induktív	0,445	0,172	0,24	0,32	0,29	0,21	0,37
2. csoport	$p = 0,05$	$p = 0,04$	$p = 0,0$	$p = 0,00$	$p = 0,00$	$p = 0,008$	$p = 0,000$
kísérlet	0,000	-0,16	-0,09	-0,206	-0,004	0,042	0,027
2. csoport	$p = 0,90$	$p = 0,05$	$p = 0,26$	$p = 0,01$	$p = 0,96$	$p = 0,61$	$p = 0,75$

11. táblázat. A háttérváltozók és a tesztek korrelációja és szignifikanciaszintje

Az egyes alcsoportokat vizsgálva elmondható, hogy a cigány gyermekek matematika jegyét kevésbé befolyásolja az, hogy milyen a gondolkodási képességük fejlettsége, mint a magyarokét. A cigány gyermekek körében az iskola és a matematika kedveltsége nem kapcsolódik szignifikánsan sem a gondolkodási képesség fejlettségéhez, sem a tudásukhoz. Az az érdekesség tűnik még fel, hogy a magasabb iskolai végzettségű apák gyerekei jobban teljesítettek a személyes kísérletben, az induktív teszten pedig azok értek el jobb eredményt, akiknél az anya iskolai végzettsége magasabb. A nem cigány gyerekeknél mindkét szülő végzettsége szerepet játszik a gyermek gondolkodásának fejlesztésében. Az okok további vizsgálatokkal tárhatóak fel, valószínűleg a családban betöltött szülői szerepek közötti különbség lehet az egyik magyarázat. Úgy tűnik, hogy a cigány apák gyakorlatiasabb, a mindennapi élethez közel álló ismereteket tudnak átörökíteni. Az is lehetséges, hogy az életmódbeli differenciák hatnak ilyen módon. A nem cigány gyerekek közül azok szeretnek jobban iskolába járni s azok kedvelik a ma-

tematikát, akik a kísérletben jobban szerepeltek és az induktív teszten is jobban teljesítettek. Valószínűleg előnyben részesítik a gondolkodtató feladatokat a sematikusabb feladatmegoldásoknál. A továbbtanulási szándékkal rendelkező és az önmagával elégedett tanuló az induktív teszten jobban teljesített. A cigány gyerekek esetén tetten érhető, hogy szinte teljesen ambivalensek az iskola iránt, mint arról a szakirodalomban olvashatunk, vagy úgy is fogalmazhatunk, hogy az iskola hatása a vizsgált kategóriákban alig mutatható ki.

A tesztek elemzése azt mutatta, hogy a gyermekek rendelkeznek iskolán kívül szerzett ismeretekkel. A vizsgálatban feltételezhető, hogy a tanulók jobban teljesítenek az általuk ismert kontextusban. A tesztek eredményeit együtt tekintve látható, hogy a tanuláshoz szükséges készségek és képességek szerint a két csoport között nincs nagy különbség, a mindössze 5 százalékos differencia a kísérletben 10 százalékra, a tudásteszten 14 százalékra növekszik. A matematikai ismereteket illetően nem, a kis számokat, illetve kevés számot tartalmazó itemekben érvényes, hogy eléri vagy meghaladják a nem cigány gyerekek teljesítményét. A számokra ismert kontextusban, a kártyajátékban jól teljesítettek mind írásban, mind szóban. A következtetéseket írásban 46 százalékra, szóban 55 százalékra teljesítették. A kivonás szöveges feladat formájában 23 százalékos, tevékenységbe ágyazva 38 százalékos. A számolás szóban nem sikerült olyan jól, mint írásban. Ez valószínűleg az analógiás gondolkodás működésének köszönhető, vizuális tapasztalatát a tanuló a meglévővel össze tudta kapcsolni, tudta folytatni a számsort, de a számok neve nem rögzült. További elemzésnek alávetve ezeket a megállapításokat arra a következtetésre kell jutnunk, hogy ezek nem szignifikáns különbségek. Bármennyire meglepő is, mégis azt kell megfogalmazni, hogy a cigány tanulók nem tudják kihasználni a mindennapi ismereteik előnyeit, nem működik vagy nem jól működik a transzfer hatása. Ez az a pont, ahol a pedagógusoknak ajánlást fogalmazhatunk meg. A szakirodalom tanulmányozása során találhatunk példát arra, hogy a gyermek hétköznapi ismereteire építve sikeresen átjutnak a tanulók ezen a problémán.

A számstruktúra eredményességének vizsgálata azt a tényt is alátámasztja, hogy a kulturális tudás továbbörökítése a különböző társadalmi csoportokban különböző. A nem cigány gyermekek között többen ismerik azoknak a számoknak a nevét, amelyeket még az iskolában nem tanultak. Ha azonban olyan területet vizsgálunk, ahol nagy valószínűséggel csak a hétköznapi ismeretek, a saját tapasztalatok felhasználására támaszkodhatnak (a teszten a 105 forint szétosztása), akkor a két csoport között nincs nagy teljesítménybeli különbség.

Értelmezés

A teszt adatainak értékelése alapján egy nagyon fontos megállapítás tehető: a különböző kultúra a gyermekek tanulás megszerzéséhez szükséges képességei szerint nem differenciál. Ez a képesség biológiai alapú, a teszt adatai alapján azt a feltételezést igazolta, hogy nincs szignifikáns különbség a két csoport között. Az igaz, hogy egyénenkénti, csoportokon belüli erős differenciáltság jelenlétére következtethetünk. Különösen nagy jelentősége van az iskoláskor elején a képességfejlesztésnek. A gondolkodási képességek között pedig az induktív képesség fejlesztésének jelentőségére hívja fel a figyelmet.

A műveletek begyakorlottsági szintjében, vagyis a készségek fejlettségében nincs szignifikáns különbség. A begyakorlottság mértéke szerint az összeadás algoritmusának ismerete a legfejlettebb, ennek alapjai már az iskoláskor előtt kialakulnak. Az iskolai matematika hatásának érvényesülését a szorzás műveleténél vizsgálva a teljesítmény változatos, ez a készség még kialakulóban van, a szorzótábla megtanulása e készség használatának feltétele. A személyes kísérletben megfigyelhető volt, hogy nem minden tanuló

jutott még el a megértés szintjéig, nem épült be a reprezentációs hálózatba, a szorzás művelete helyett összeadással oldotta meg a feladatot.

A vizsgálat feltételezte, hogy a tanulók jobban teljesítenek az általuk ismert kontextusban. A tesztek együttes eredményeit tekintve látható, hogy a tanuláshoz szükséges készségek és képességek szerint a két csoport között nincs nagy különbség. A kisebbségi kultúrát képviselő csoport az iskolai és a hétköznapi teszteken elért eredményeiben kis mértékű növekedés mutatható ki az iskolai és hétköznapi szituációban. Azokban a részfeladatokban tudtak jobban teljesíteni, amelyekben nem szerepelt matematikai ismeret, vagy kis számokat, illetve kevés számot tartalmazott. A kártyajáték számokra ismert kontextus lehet, ebben jó eredményt értek el mind írásban, mind szóban. További elemzésnek alávetve ezeket a megállapításokat arra következtetésre kell jutnunk, hogy itt nem szignifikáns különbségekről van szó. Ez a tény egyben azt is jelzi, hogy a cigány tanulók nem tudják kihasználni a mindennapi ismereteik előnyeit, nem működik vagy nem jól működik a transzfer hatása. A számstruktúra ismeretére vonatkozó feladatokban ka-

Az eredmények úgy értelmezhetők, hogy jelentős matematikai kompetencia fejlődik ki az iskolán kívüli tevékenységek által a mindennapokban az iskolai tanulást megelőzően. Mind az iskolai, mind a hétköznapi matematika erősen kontextushoz kötött, csak kis mértékben működik köztük a megszerzett tudás felhasználása során megjelenő átviteli képesség. Ezen akkor tud javítani az iskola, ha a fejlesztésben az általános képességeket előtérbe helyezi, hogy az információk sokféle szempont szerint szerveződhessenek összefüggérendszerbe, az alapvető kulturális készségek folyamatos fejlesztéséről gondoskodik.

pott eredmények vizsgálata azt a tényt támasztja alá, hogy a kulturális tudás továbbörökítése a különböző társadalmi csoportokban különböző. Ha azonban olyan területet vizsgálunk, ahol nagy valószínűséggel csak a hétköznapi ismeretek, a saját tapasztalatok felhasználására támaszkodhatnak a tanulók, akkor a két csoport nem differenciálódik.

Az eredmények úgy értelmezhetők, hogy jelentős matematikai kompetencia fejlődik ki az iskolán kívüli tevékenységek által a mindennapokban az iskolai tanulást megelőzően. Mind az iskolai, mind a hétköznapi matematika erősen kontextushoz kötött, csak kis mértékben működik köztük a megszerzett tudás felhasználása során megjelenő átviteli képesség. Ezen akkor tud javítani az iskola, ha a fejlesztésben az általános képességeket előtérbe helyezi, hogy az információk sokféle szempont szerint szerveződhessenek összefüggérendszerbe, az alapvető kulturális készségek folyamatos fejlesztéséről gondoskodik.

A gyakorló pedagógusoknak meg kell ismerniük, hogy a gyerekek mit hoznak az iskolán kívülről. A gyermek számára ismert kontextus alkalmazásával hatékonyan tudnak segíteni a tanulóknak. A szülő pozitív tanulási, iskolai motívuma szükséges, de nem elégséges feltétele annak, hogy a tanulás a gyerekekben is értékke, motívummá fejlődjön. A képességekben jelentkező eltérés jelzés arra vonatkozóan, hogy ennek a képességnek a fejlesztésére nagyobb gondot kell fordítani. Annak eldöntése, hogy e statisztikailag szignifikáns különbségek milyen pedagógiai relevanciát jeleznek, egyrészt további, kvalitatív elemzéseket kíván, másrészt csak a kitűzött célokhoz viszonyítva lehetséges. A háttérváltozókat elemezve jellemzőnek mondható tendencia is továbbgondolkodásra készítő lehet, nevezetesen, hogy az iskola hatása a tanulói teljesítményekre, illetve a teljesítményeket meghatározó változókra, például a továbbtanulási célokra, a matematika tantárgyi attitűdre kis mértékben volt kimutatható. Másrészt erre a populációra is érvényes, hogy a tanulói teljesítményekre nagy hatással van a szülők, elsősorban az anya iskolai végzettsége, az apa iskolázottsága a hétköznapi teljesítményekre volt hatással.

Összegzés

Az írás arra keresett választ, hogyan jellemezhető az iskolai és a hétköznapi tudás a matematika területén a különböző kulturális környezetben élő gyermekek között. A szakirodalom szerint a hetvenes évek óta intenzívebben kutatott témában alkalmazott eljárások egyre pontosabban tárják fel a gyermekek iskolán kívül szerzett ismereteinek jellemzőit. A probléma megoldásának lépéseit megfigyelve a tanítók segíthetik az iskolai tudás megszerzését, ha ehhez felhasználják a tanuló által ismert kontextust, ahol a tudás már jól működik, ha a felmerülő problémákat nem elszigetelten, hanem komplex módon dolgozzák fel. A komplexitásnak nálunk már van hagyománya, de a nemzeti és nemzetközi mérések tapasztalatai azt sejtetik, hogy alkalmazására egyre ritkábban, egyre kisebb körben kerülhet sor. A kutatás egy másik vonulata a nemzetközi mérésekben megmutatózó kultúrák között levő különbségeket, illetve azok okát keresi. Arra az eredményre jutottak, hogy a kultúrák közötti különbségek nem biológiai eredetűek, ezek a különböző kulturális hatások következményei. Az iskolai tudás szerkezetének megismerése révén vált lehetővé, hogy a vizsgált minta ismeretszerzéséhez kapcsolódó jelenségek vizsgálatához szükséges mérőeszköz elkészüljön. A kognitív pszichológia és a gondolkodási képességek kutatási eredményeinek megismerése segít abban, hogy az empirikus mérés eredményeit értelmezhesük. A kognitív készségek és képességek egyéni fejlődési és fejlettségi mutatói, tendenciáinak ismerete a realisabb következtetések levonását segíti.

Az empirikus vizsgálatba bevont minta a társadalmi csoportok mérete szerint nem reprezentatív, de tekintettel a minta nagyságára, a felvázolt jelzések hasznosak lehetnek a pedagógiai gyakorlat számára. Az alkalmazott tudásmérő teszt segítségével iskolai kontextusban tárható fel a tanulók iskolai és hétköznapi tudása közötti különbség. Az induktív gondolkodást mérő teszttel választ lehet adni arra a kérdésre, hogy a tudás megszerzésének egyik fontos képességében van-e különbség a két különböző kultúrájú csoport között. Az elemi műveletek elvégzésének gyorsasága és hibátlansága a tudás használatának mértékére utal. Különbségek adódnak a tanulók teljesítményében, ha a tudásukról nem a megszokott iskolai papír-ceruza szituációban kell számot adni, hanem tevékenység során. Az utóbbi esetben alkalmazott mérési eljárás több ponton eltér a jelenleg használatos gyakorlattól: a hétköznapi életben előforduló problémafelvetés (pl. Fizesd ki a megvásárolt füzetet és radírt!) és a kísérlettel megadott válasz (vásárlóként valódi pénzzel fizet) a kísérletvezető és a tanuló interakciójában jön létre.

A mérés eredményei szerint – az alkalmazott eszközökkel – meg lehet mutatni mind az iskolai, mind az iskolán kívül szerzett tudásbeli különbségeket, ezek a különbségek a matematikai ismeretekhez kapcsolódnak. Figyelmet érdemlő megállapítás, hogy a különböző kultúrák hatása nem a tudáshoz vezető képességek, készségek szerint differenciál, a különbségek nem a matematikai gondolkodás eltéréseiben keresendők. Az más kérdés, hogy a gondolkodás fejlettsége nagy változatosságot jelez, de nem a vizsgált csoportok között, hanem az egyes csoportokon belül jellemző. A mintából képzett két csoportban szereplő gyermekek kognitív képessége közti különbség statisztikailag nem igazolt, tehát nem determinisztikus. Mint az a kutatások eredménye alapján várható volt, a különbségek csak másodlagosak, nem biológiai jellegűek. A kulturális hatások azonban érvényesülnek, ami a hétköznapi és az iskolai tudások közti teljesítményekben jelentkezett. A vizsgált két csoport között nagyobb differencia az iskolai szituációban nyert adatok között figyelhető meg, míg a mindennapi gyakorlathoz közel állóban ez kisebb határok között mozog. A háttérváltozókat elemezve jellemzőnek mondható tendencia is továbbgondolkodásra késztető lehet, nevezetesen, hogy az iskola hatása a tanulói teljesítményekben, illetve a teljesítményeket meghatározó változókra, például a továbbtanulási célokra, a matematika tantárgyi attitűdre meghatározó kis mértékben volt kimutatható. Másrészt a kisebbséget képviselő mintára is érvényes, hogy a tanulói teljesítményekre nagy hatás-

sal van a szülők, elsősorban az anya iskolai végzettsége. Említésre méltó tény, hogy az apa iskolázottsága a hétköznapi teljesítményekkel hozható kapcsolatba.

Az empirikus vizsgálat hozzájárult ahhoz, hogy jobban megértsük a különböző kulturális környezetben élő tanulók matematikatudásával kapcsolatos problémákat, annak természetébe betekintsünk. Másik eredményként megemlíthető egy olyan mérési eszköz kidolgozása és alkalmazásának kipróbálása, ami újszerűnek mondható a hazai matematika tudásmérés gyakorlatában. A hétköznapi ismeretek feltárására elkészített mérőanyag alkalmas lehet a tanulók előzetes tudásának feltérképezésére. Az adatgyűjtés során segítő kollégák elismeréssel nyilatkoztak róla, pedig egy osztály adatfelvétele több óras többletmunkát jelentett számukra. Ma kevés lehetőség van arra, hogy egy-egy tanuló tudásáról a tanító közvetlen, személyes kapcsolaton keresztül szerezzen információt. Ez pedagógiai szempontból is nagy jelentőségű. Az adatgyűjtés során tapasztaltuk, hogy a gyermekek már várták, mikor kerülnek sorra, senki sem akart kimaradni, pedig tudták, hogy ez is egyfajta megmérettetés, mégis szívesen vettek részt benne, s mikor alanyaivá váltak, már inkább egy jó játék részeseinek érezték magukat. A gyermekek szívesen hajtották végre a kitűzött kísérleteket, alkalmazásáról az adatfelvételt végzők pozitívan nyilatkoztak. Hátránya, hogy időigényes.

Irodalom

Az alapfokú nevelés-oktatás kerettanterve. Dinasztia Kiadó-ház Rt., 2000.

AZE, I.: *More on mental methods in mathematics.* Mathematics in School. 17 (2) pp, 1988. 30–31. old.

BEISHUIZEN, M.: *The empty number line as a new model.* In: THOMPSON, I. (Ed.): *Issues in Teaching Numeracy in Primary Schools.* Open University Press, Buckingham, 1999.

BERNSTEIN, Basil: *Nyelvi szocializáció és oktathatóság.* In: SZÉPE György (szerk.): *Társadalom és nyelv. Szociolingvisztikai írások.* Gondolat, Bp, 1975.

BRUNER, J.: *On knowing: Essays for the left hand.* Harvard University Press, Cambridge, MA., 1962.

BRUNER, J. S. *Új utak az oktatás elméletéhez.* Gondolat, Bp, 1974.

CARRAHER, T. N. – CARRAHER, D. W. – SCHLIEMANN, A. D.: *The cultural context of mathematics learning.* Research Journal 1982/42. sz. 79–86. old.

CARRAHER, T. N. – SCHLIEMANN, A. D. – CARRAHER, D. W.: *Mathematical concepts in everyday life.*

In: SAXE, G. B. – GEARHART, M. (szerk.): *Children's mathematics.* New Directions for Child Development no. 41. 71–87. old. Jossey-Bass, San Francisco, 1998.

CSAPÓ Benő: *A kombinatív képesség struktúrája és fejlődése.* Akadémiai Kiadó, Bp, 1988.

CSAPÓ Benő: *Kognitív Pedagógia.* Akadémiai Kiadó, Bp, 1992.

CSAPÓ Benő: *Az iskolai tudás felszíni rétegei: mit tükröznek az osztályzatok?* In: CSAPÓ Benő (szerk.): *Az iskolai tudás.* Osiris Kiadó, Bp, 1998. 39–81. old.

CSAPÓ Benő: *Képességfejlesztés az iskolában – problémák és lehetőségek.* Új Pedagógiai Szemle 1999/12. sz. 4–12. old.

CSAPÓ Benő – B. NÉMETH Mária: *A természettudományos ismeretek alkalmazása: mit tudnak tanulóink az általános és a középiskola végén?* Új Pedagógiai Szemle 1995/8. sz. 3–11. old.

DAVID C. Geary: *Biológia, kultúra és a nemzetek közti különbségek a matematikai képességben.* In: STERNBERG, Robert J. – BEN-ZEEV, Talia (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete.* Vince Kiadó, Bp, 1998.

DENVIR, B. – BROWN, M.: *Understanding number concepts in low attaining 7–9 year olds. Part I: Development of a descriptive framework and diagnostic instrument.* Educational Studies in Mathematics 17. 15–36. old.

DOBI János: *Megtanult és megértett matematikatudás.* In: CSAPÓ Benő (szerk.): *Az iskolai tudás.* Osiris Kiadó, Bp, 1998. 169–190. old.

DRÓTOS András: *Cigány gyerekek az iskolában.* Új Pedagógiai Szemle 2000.

ERŐS Ferenc: *Pszichológiai szempontok és problémák a magyarországi cigányság helyzetére vonatkozó kutatásokban. A válság szociálpszichológiája.* T-Twins, Bp, 1994. 126–146. old.

EVANS, J.: *Building Bridges: Reflections on the problem of transfer of learning in mathematics.* Paper submitted to Educational Studies in Mathematics 1998.

FORRAY R. Katalin: *Cigánykutatás és nevelésszociológia.* Iskolakultúra 1998/8. sz. 3–13. old.

FORRAY R. Katalin – HEGEDŰS András: *Cigánygyermek háromhetes nyári tábora 1990-ben. Egy multikulturális kutatás kísérleti kontrollja.* Új Pedagógiai Szemle 1999/12. sz.

GELMAN, R.: *Preschool thought.* American Psychologist 1979/44. sz. 134–141. old.

GINSBURG, H. P. – RUSSELL, R. L.: *The development of mental addition as a function of schooling and culture.* Journal of Cross-Cultural-Psychology 1981. 1–178. old.

- GRAY, E.: *An analysis of diverging approaches to simple arithmetic: Preference and its consequences*. Educational Studies in Mathematics 1991/22. sz. 551–574. old.
- GRAY, E.: *Spectrums of performance in two digit addition and subtraction*. In: PONTE, J. – J. F. MATOS (eds.): *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Lisbon, Portugal, 1994.
- HALÁSZ, Gábor – LANNERT Judit (szerk.): *Jelentés a magyar közoktatásról*. Országos Közoktatási Intézet, Bp, 2000.
- HARRIES, T.: *Pupils' numerical strategies*. Proceedings of the British Society for Research and Learning in Mathematics 29–38. old.
- HOYLES, Noss – POZZI, P.: *Proportional Reasoning in Nursing Practice*. Journal for Research in Mathematics Education vol. 32. 2001/1. sz. 4–27. old.
- INHILDER, B. – PIAGET, J.: *A gyermek logikájától az ifjú logikáig*. Akadémiai Kiadó, Bp, 1967.
- JOHNSON, D. W.: *Educational Psychology*. Englewood Cliffs, N. J., 1979.
- JÓZSA Krisztián: *A számlálási készség kritériumorientált fejlesztése*. Új Pedagógiai Szemle 2000/7–8. sz. 270–278. old.
- KLEIN, A. – STARKEY, P.: *Nonuniversal's in the Development of early arithmetic cognition*. In: SAXE, G. B. – GEARHART, M. (eds.): *Children's mathematics (5–25)*. Jossey-Bass, San Francisco, 1988.
- KLEIN, A. – STARKEY, P.: *Universals in the development of early arithmetic cognition*. In: SAXE, G. B. – GEARHART, M. (eds.): *Children's mathematics*. New Directions for Child Development no. 41. Jossey-Bass, San Francisco, 1988. 5–26. old.
- PAAKU, Kujtim: *A román oktatása és képzése Európában*. Iskolakultúra 1998/12. sz. 19. old.
- LAVE, J.: *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1988.
- MILLER, K. F. – SMITH, Zhu J. – ZANG: *Preschool origins of crossnational differences in mathematical competence: The role of number naming system*. Psychological Science 1995. 56–60. old.
- MILLER, Kevin F. – PARADES, David R. P.: *Óriások vállán: a kulturális eszközök és a matematikai fejlődés*. In: STERNBERG, Robert J. – BEN-ZEEV, Talia (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete*. Vince Kiadó, Bp, 1998.
- MIURA, I. T.: *Mathematics achievement as a function of language*. Journal of Educational Psychology 1987/79. sz. 79–82. old.
- MOORE, D. – CLEMONSON, D. – MASON, M.: *Children's own mental arithmetic strategies for adding and subtracting at key stage 2*. BERA Annual conference. University of Lancaster, 1996.
- NAGY József: *Az elemi számolási készségek mérése*. Tankönyvkiadó, Bp, 1971.
- NAGY József: *Prefer: Preventív fejlettségvizsgáló rendszer 4–7 éves gyermekek számára*. Akadémiai Kiadó, Bp, 1986.
- NAGY József: *XXI. Század és nevelés*. Osiris Kiadó, Bp, 2000.
- NUNES, T.: *Cultural practices and the conception of individual differences: Theoretical and empirical considerations*. In: J. J. GOODNOW, P. – MILLER, J. – KESSEL, F. (eds.): *Cultural practices as contexts for development*. New Directions for Child Development no. 67. Jossey-Bass, San Francisco, 1995. 91–103. old.
- NUNES, T. – BRYANT, P. E.: *Commutativity in multiplication*. In: GEESLIN, W. – GRAHAM, K. (eds.): *Proceedings of the sixteenth international conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 3. University of New Hampshire, Durham, 1992. 133. old.
- NUNES, Terezinha – DIAS, Analucia – CARRAHER, David: *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge University Press, 1993.
- PIAGET, J.: *Az értelmi műveletek és fejlődésük. Válogatott tanulmányok*. Gondolat Kiadó, Bp, 1969.
- PIAGET, J.: *The child's conception of number*. Norton, New York, 1952.
- RADÓ Péter: *Jelentés a magyarországi cigány tanulók oktatásáról. Szakértői tanulmány a Nemzeti és Etnikai Kisebbségi Hivatal számára*. Bp, 1997.
- RESNICK, L. B.: *The development of mathematical intuition*. In: PERLMUTTER, M. (Ed.): *Minnesota Symposium on Child Psychology*. Vol. 19. Erlbaum, Hillsdale, NJ, 1986. 159–194. old.
- SAXE, G. B.: *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Erlbaum, Hillsdale, NJ, 1981.
- SAXE, G. B. – GUBERMAN, S. R. – GEARHART, M.: *Social processes in early number development*. Monographs of the Society for Research in Child Development 1987/52. sz. serial no. 216.
- SUGGATE, J.: *How do they do it? Children's informal methods of addition and subtraction*. Mathematics in School 1995/24. sz. 43–45. old.
- THOMPSON, I. – SMITH, F.: *Mental Calculation Strategies for the Addition and Subtraction of 2-digit Numbers*. Report for the Nuffield Foundation. Newcastle upon Tyne, Department of Education, University of Newcastle upon Tyne, 1999.
- THOMPSON, I.: *The role of counting in the idiosyncratic mental calculation algorithms of young children*. European Early Childhood Education Research Journal 1995/3. sz. 5–16. old.
- THOMPSON, I.: *Mental calculation strategies for addition and subtraction: Part 2*. Mathematics in School 2000/29. sz. 24–26. old.

VÁRI Péter (szerk.): *Monitor. A tanulók tudásának változása.* Országos Közoktatási Intézet, Bp, 1999.
VERSCHAFFEL, Lieven – DE CORTE, Erik: *Teaching Realistic Mathematical Modeling in the Elementary School: A Teaching Experiment With Fifth Graders.* JRME Online Issues 1997. november, 577–601. old.
VERSCHAFFEL, L. – DE CORTE, E. – LASURE, S.: *Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems.* Learning and Instruction, 1994/4. sz. 273–294. old.
VIDÁKOVICH Tibor: *Tudományos és hétköznapi logika: a tanulók deduktív gondolkodása.* In: CSAPÓ Benő (szerk.): *Az iskolai tudás.* Osiris Kiadó, Bp, 1998. 191–220. old.
www.litserver.literacy.upenn.edu/explorer/braz_out.html
www.oki.hu

A tanulmányban bemutatott adatok felvétele az OTKA P030555 számú kutatáshoz kapcsolódik.

