MAGYAR PEDAGÓGIA
103. évf. 1. szám 35–55. (2003)

MATEMATIKAI SZÖVEGES FELADATOK MEGÉRTÉSÉNEK PROBLÉMÁI 10–11 ÉVES TANULÓK KÖRÉBEN

Csíkos Csaba
Szegedi Tudományegyetem, Neveléstudományi Tanszék

Matematikai szöveges feladatok az érdeklődés homlokterében

Az utóbbi két évtizedben hatalmas nemzetközi vállalkozássá nőtte ki magát a matematikai szöveges feladatok megértésével kapcsolatos kutatások sora. Miért szükséges és érdekes foglalkoznia a pedagógiai kutatóknak matematikai szöveges feladatokkal? Egyik okként említjük, hogy a nemzetközi felmérésekben a matematikai műveltség mérésére jórészt ilyen feladatokat használnak, ezért nemzetközi viszonylatban értékelhető és tanulságos eredmények születtek az elmúlt években. Második okként arra hivatkozhatunk, hogy a területen eddig végzett kutatások és a napvilágra került eredmények általánosíthatónak tűnnek az egész oktatási rendszer bemeneti szabályozása, az osztálytermi oktatási stratégiák és a tanulói teljesítmények felmérése szemszögéből is.

A matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos vizsgálatoknak különleges jelentőséget ad az a precizitás, amellyel a kutatók a kísérleteket megtervezték, és ennek köszönhetően a kognitív pszichológia fő csapásirányában való haladást biztosították. Arról van ugyanis szó, hogy a kutatók által felhasznált feladatok kielégítik az osztályteremben szokásos matematikai feladatokkal szemben támasztott követelményeket, és emellett biztosítják az experimentális pszichológia szigorú kísérleti normáinak való megfelelést is.

A jelen tanulmány célja, hogy bemutassa egy hazai empirikus vizsgálat eredményeit, amelyben 10–11 éves, a mi iskolarendszerünkben 4. osztályos tanulók oldottak meg egyszerű matematikai szöveges feladatokat. Reményeink szerint a tanulmány igazolni fogja az iménti állításunkat, miszerint az eredmények felhasználhatóak az oktatási rendszer több komponensének fejlesztésére.

Empirikus felmérésünk eredményeinek bemutatása előtt egy rövid, történeti szempontú áttekintést adunk a matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatos kutatások három mérföldkövéről. A mérföldkövek megállapításában egyrészt a későbbi tanulmányok hivatkozási gyakoriságát vehettük alapul, másrészt pedig egy koherens elméleti fejlődés illusztrációja lehet az itt bemutatott három tanulmány, amelyeket egy korábbi munkánkban a „zöld kályha” tanulmányok közé soroltunk (*Csíkos* és *Dobi*, 2001).

Az információfeldolgozás paradigmája felőli megközelítés: Kintsch és Greeno

Kintsch és *Greeno* (1985) egyszerű számtani szöveges feladatok megoldásának modellezését tűzte ki célul. A számítógépes modellezés számára olyan feladatokat választottak, amelyek egyetlen alapművelettel megoldhatók, ám aszerint, hogy a feladat melyik hiányzó adatra és milyen megfogalmazásban kérdez rá, számos altípust különböztettek meg. Mára anekdotikus példává nőtte ki magát az általuk használt feladat, amelynek két alapesete:

1. Jóskának három üveggolyója volt.
Tomi öt üveggolyót adott neki.
Hány üveggolyója van most Jóskának?

2. Jóskának nyolc üveggolyója volt.
Öt üveggolyót odaadott Tominak.
Hány üveggolyója van most Jóskának?

Az ismeretlen mennyiség és a megfogalmazás módja szerinti bonyolultabb lehetőségek közül a következőt emeljük ki:

3. Jóskának nyolc üveggolyója van.
Öttel több üveggolyója van, mint Tominak.
Hány üveggolyója van Tominak?

Tapasztalatok szerint a 3. feladat esetében nehezebb dolga van a feladatmegoldónak, holott matematikai értelemben ugyanarról a műveletről van szó. (Alsó tagozatban éppen a feladatok megfogalmazásbeli különbségei miatt szokás a kivonást megkülönböztetni a pótlástól.) *Kintsch* és *Greeno* vállalkozásának fontos eleme, hogy leírják adott matematikai művelethez tartozó feladat lehetséges eseteit a megfogalmazás szempontjából, és számítógépes modell segítségével megvizsgálják, hogy milyen lépéseken keresztül történik a feladatmegoldás. A modell két jellegzetességét emeljük most ki: (1) a feladatmegoldás folyamata szekvenciális, vagyis egymás utáni lépések sorozataként jellemezhető. Ezzel összefüggésben (2) a modell figyelembe veszi a rövidtávú memória korlátjait, így a feladatmegoldás folyamatában szükséges lépések számát nagymértékben meghatározza, hogy hányszor kell a munkamemóriában új egységet szerepeltetni.

Illusztrációként álljon itt az egyik példa, amely gyakorlott feladatmegoldók számára a másodperc tört része alatt megoldható, ám *Kintsch* és *Greeno* modelljében (121. o.) számos lépés szükséges hozzá.

Jóskának három üveggolyója van.
Tominak öt üveggolyója van.
Kettőjüknek együtt hány üveggolyója van?

1. lépés: A „Jóskának három üveggolyója van” állítás egy háromelemű halmazt generál a rövidtávú memóriában.
2. lépés: A „Tominak öt üveggolyója van” állítás a rövidtávú memóriából kiszorítja az előző háromelemű halmazt, és egy ötelemművel helyettesíti.

3. lépés: A kérdés létrehoz egy harmadik halmazt, amelybe majd kettőjük összes üveggolyója tartozik, és ugyanakkor a harmadik halmazhoz tartozóan egy stratégia indul el, amely a két részhalmazt kéri, amiből majd a harmadik öszszeáll.
4. lépés: A Tomihoz tartozó halmaz még a rövidtávú memóriában van, a Jóskához tartozót pedig az epizodikus memóriából kell előhívni, hogy összeálljon a két részhalmazból a kérdéses halmaz.

A modell előnye, hogy eszerint a bonyolultabb megfogalmazású feladatok megoldása is ugyanolyan lépésekben valósulna meg, mint a legegyszerűbbeké. A szerzők is tudnak ugyanakkor olyan problémákról, amelyek hasonló lépésekben történő megoldásához a modell jelentős bővítése lenne szükséges. Nem képes kezelni a modell azt a – kognitív pszichológiai kutatások által többszörösen megerősített – tényt, hogy nem mindegy, milyen tárgyak, objektumok (*Kintsch* és *Greeno* terminológiájában: *noun terms*) szerepelnek a feladatokban. Egy korábbi tanulmányunkban (*Csíkos*, 1999) áttekintettük ezt a kérdéskört a Wason-feladat példáján, és azt állapíthattuk meg, hogy nem ismerünk széles körben elfogadott és alkalmazott módszert a tartalom ismertségének mérésére.

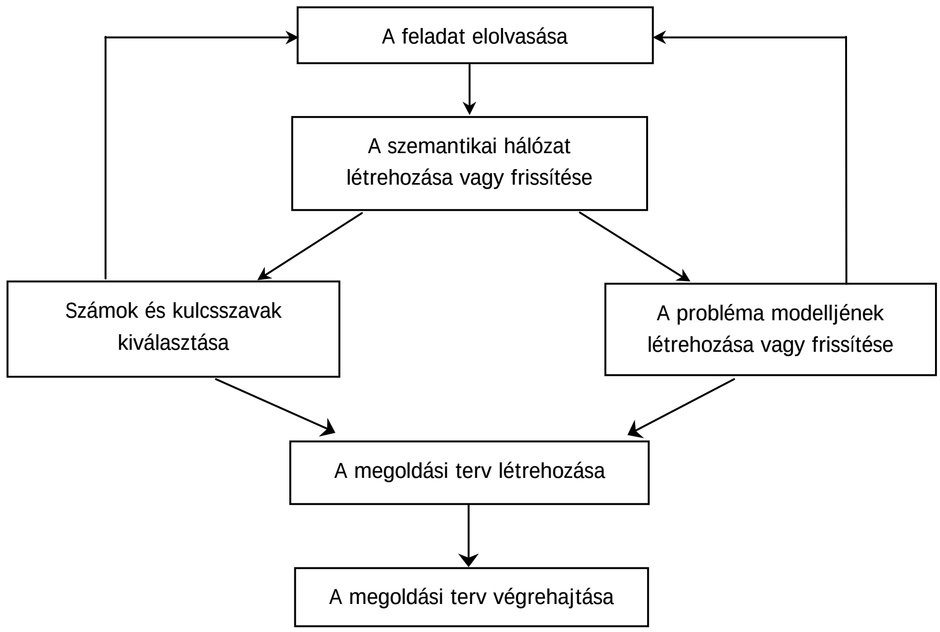
Egyszerű szöveges feladatokkal kapcsolatos kísérletek: Mayer és Hegarty

Kintsch és *Greeno* kutatásához hasonlóan *Hegarty*, *Mayer* és *Monk* (1995), majd *Mayer* és *Hegarty* (1998) tanulmányai is egyszerű, egyetlen alapművelettel megoldható szöveges feladatokkal foglalkoztak. Lényegesen új elemek, hogy (1) túllépnek a szekvenciális problémamegoldási modellen, és (2) hangsúlyozzák a probléma megfelelő reprezentációjának kulcsszerepét. (1) *Hegarty*, *Mayer* és *Monk* (1995. 20. o.) egy folyamatábrával fejezik ki azt az elképzelésüket, hogy a feladatmegoldás folyamatában ciklusok és elágazások is előfordulhatnak.

Kiemelendő, hogy a feladatmegoldás folyamatában két biztos pont, a feladatszöveg elolvasása és a megoldási terv készítése között tartják fontosnak az elágazások és ciklusok lehetőségét. Más szavakkal ez úgy is interpretálható, hogy a feladatmegoldás folyamatának tanulmányozásában hangsúly került a feladatmegoldási terv kialakulásának vizsgálatára. Mit értenek a szerzők problémareprezentáción? Ennek magyarázatát szembeállítják az úgynevezett közvetlen transzlációs stratégiával, amikor a feladat megoldója kiemel a feladat szövegéből néhány számadatot, majd a szöveg valamelyik kulcsszava alapján meghatározza az elvégzendő műveletet. A kutatásukban szerepelt például a következő feladat (lásd *Mayer* és *Hegarty*, 1998. 45. o.):

Luckynál a vaj 65 centbe kerül darabonként.
Ez darabonként 2 centtel kevesebb, mint Vonsnál.
Mennyit fizetünk Vonsnál, ha 4 darabot akarunk vásárolni?

A direkt transzlációs stratégiát alkalmazó tanuló egy ilyen feladat esetén megtalálja a szükséges számadatokat, és a „kevesebb” szó alapján kivonás művelet alkalmazása mellett dönt. Vagyis könnyen megkaphat helytelen végeredményt. Ezzel szemben a probléma megfelelő modellezését megvalósító stratégia lehetővé teszi, hogy valamilyen módszerrel (pl. vizuális segédlettel, egy számegyenesre a megfelelő helyre pontokat rajzolva vagy képzelve) kiderüljön, az összeadás műveletével kapjuk meg, hogy Vonsnál mennyi a vaj.



1. ábra
Számtani szöveges feladatok megértésének modellje
Hegarty, Mayer és Monk (1995. 20. o.) alapján

Mayer és *Hegarty* (1998) egy rendkívül érdekes kísérlettel megállapították: a sikeres problémamodellező stratégia választása együtt jár azzal, hogy a tanuló többször is elolvassa a feladat szövegét. A sikeres megoldás tehát megköveteli, hogy bizonyos feladatoknál túllépjünk a gyakran célravezető, ám gyakran megtévesztő automatizmuson, amellyel a feladat számadatait kigyűjtve azonnal a „helyes" megoldáshoz vezető műveletet írnánk föl.

„Realisztikus" matematikai feladatok: de Corte és Verschaffel

A harmadik mérföldkő leírásában idézőjelbe tettük a „realisztikus" jelzőt. Matematikai szöveges feladat jelzőjeként ez már elő sem fordul *Verschaffel, Greer* és *de Corte* (2000) témakörrel kapcsolatos monográfiájában. A korábbi tanulmányokban (pl. *Verschaffel, de Corte* és *Borghart,* 1997) kifejtett szemléletmód szerint arról van szó bizonyos feladatokban, hogy a tanulók a helyes megoldáshoz kénytelenek felhasználni a valós, hétköznapi helyzetekben szerzett ismereteiket (*real-world knowledge*). Ez a szemléletmód azt fejezi ki, hogy önmagában egy-egy feladatot nem érdemes realisztikusnak nevezni azért, mert a tartalma barátságos vagy hétköznapi. Ennél fontosabb jellemzője egyes feladatoknak, hogy alkalmasak a tanulók valós világról gyűjtött ismereteinek aktivizálására.

De Corte (2001) javaslata alapján a valóság realisztikus modellezését igénylő feladatok megoldását öt tudáskategória segítségével írhatjuk le. Legáltalánosabbak a matematikai szöveges feladatokkal kapcsolatban is meglévő *meggyőződés*eink, amelyek között gyakran előfordul például az, hogy „minden problémának csak egy ’helyes’ megoldása van” (*Reusser* és *Stebler*, 1997. 324. o.). Az *önszabályozás* és a *meta-tudás* olyan tudatos elemeit tartalmazzák a gondolkodásnak, amelyek a feladatmegoldó stratégia kiválasztásában működnek közre. (Vagy például abban, hogy egyáltalán hozzáfogunk-e a megoldáshoz.) A *heurisztikus stratégiák* és a *feladatmegoldó algoritmusok* a stratégiai terv birtokában az adatok kikeresését és a számolás elvégzését hajtják végre.

Érdemes megfigyelnünk, hogy a matematikai szöveges feladatok kutatásának általunk választott mérföldköveit milyen elméleti fejlődési ív köti össze. Azt tapasztaljuk, hogy a kutatás tárgya lényegében változatlan maradt: egyszerű, általában egyetlen művelettel megoldható feladatok. *Kintsch* és *Greeno* modellje az elemi feladatmegoldó algoritmusok szintjén ma is használható, ám nem képes számot adni arról, miért és hogyan választjuk ki a feladatmegoldásban használt számokat és műveleteket. Ebben a vonatkozásban *Mayer* és *Hegarty* eredményei gazdagították tudásunkat. *De Corte* és *Verschaffel* kutatásai nyomán tovább bővült az előző modellekkel nem magyarázható jelenségek köre. Ma már tudjuk, hogy az egyetlen alapművelettel nem megoldható (bár látszólag az ilyan feladatokhoz nagyon hasonló) problémák esetében gyakran az iskolai tanítás–tanulás során rögzült meggyőződések teszik nehézzé a valóságról szerzett ismeretek megfelelő felhasználását, és ezzel a matematikai szöveges feladatok megoldását.

A jelen tanulmány egy olyan feladatsorral kapcsolatos felmérés eredményeit közli, amellyel számos országban folytak már kísérletek, így nemzetközi összehasonlításra nyílik lehetőség. A feladatok egy része a valóság modellezését igényli, ami leggyakrabban az elvégzett alapművelettel megkapott számadat megfelelő interpretálását követeli meg. Így a korábban *Kintsch* és *Greeno* által szekvenciálisnak elképzelt, majd *Mayer* és *Hegarty* kutatásában jelentősen bővített modell további elágazásokat és lehetséges ciklusokat kaphat, ami előrevetíthet egy egységes feladatmegoldási modellt, amely két szinten írná le a gondolkodási folyamatokat (tárgy- és metaszint), ám egy ilyen modell felvázolása meghaladná a jelen tanulmány célkitűzéseit.

A felmérés eszközei és módszerei

A mérőeszköz

A felmérésben a *Verschaffel*, *de Corte* és *Lasure* (1994) által alkalmazott 20 feladat magyar adaptációját használtuk. A szerzők bemutatták a feladatok tényleges formai elrendezését is; a hazai változatban igyekeztünk ezt is követni. A tesztfeladatok magyar változatának készítésénél néhány problémával szembe kellett néznünk: (1) Az egyik feladatban a belga frank és annak váltópénze is előfordul, amikor 690 frankért 20 azonos árú kisautót vesz egy kisfiú. A magyar változatban 690 forint és 10 kisautó szerepel, hogy elkerüljük a váltópénz hiánya miatti szemantikai bonyodalmakat. Lehetséges azonban, hogy ez a változtatás a matematika tartalom szempontjából jelentősnek tekinthető. (2) A feladatokban szereplő neveket azonos kezdőbetűjű magyar nevek becéző alakjaira igyekeztünk kicserélni. (3) Szövegszerkesztési hiba miatt módosult az egyik feladat szövege. Az eredeti szövegben szereplő „Pisti 4 darab, egyenként 2,5 méter hosszú deszkát vásárolt" kitétel helyett a magyar változatban 5 darab deszka szerepelt. Véleményünk szerint ez a hiba a feladat felhasználhatóságát nem befolyásolta.

A 20 feladatot két, egyenként 10 feladatot tartalmazó tesztváltozatba soroltuk. Mindkét tesztváltozatba 5 úgynevezett standard és 5 úgynevezett „párhuzamos" feladat került, amelyek sorrendje és formai megjelenése a Mellékletben nyomon követhető. Az 1. táblázatban közöljük a feladatok megoszlását a feladatlapokon.

1. táblázat. A felmérésben szereplő 20 feladat elhelyezése a feladatlapokban (A1 jelentése: az A változat 1. feladata)

Feladat	*Hagyományos*	*Párhuzamos*
„barátok"	A1	B2
„deszkák"	A3	B4
„víz"	A5	B6
„buszok"	A7	B8
„futás"	A9	B9
„iskola"	B1	A2
„léggömbök"	B3	A4
„életkor"	B5	A6
„kötél"	B7	A8
„edény"	B10	A10

Ugyancsak megtalálható a mellékletben a felmérésben résztvevő iskoláknak küldött Útmutató, amely a forrástanulmány szerzőinek instrukcióit követve az egységes tesztmegoldási kontextus kialakítását volt hivatott biztosítani.

A tesztek javítását a *Verschaffel, de Corte* és *Lasure* (1994) által kidolgozott kódrendszer segítségével végeztük. Az alábbiakban a lehetséges válaszkategóriák kódjait mutatjuk be. Fontos kiemelnünk, hogy az egész felmérés elméleti koncepciója szempontjából a leglényegesebb dolog az, hogy az „Indoklás" rovatban úgynevezett realisztikus reakció fordult-e elő. A realisztikus reakció mint válaszkategória értelmezését **vastagítással** jelöltük az itt következő kódolási útmutatóban:

EA: várt válasz, ami a feladat szövegéből következő művelet egyenes, problémamentes alkalmazását jelenti *1*

TE: technikai hiba, ami ugyanúgy a feladat szövegéből következő művelet elvégzése, de számolási hibával *2*

RA: realisztikus válasz, a valóságos kontextus figyelembe vételével kapott helyes válasz 3

NA: nincs válasz, vagy azt írta, nem tudja 0

OA: egyéb válasz, például rossz művelet választása vagy válaszadás a feladatban szereplő számmal 4

Az „Indoklás" rovatban szereplő számítások, megjegyzések sok esetben fontosak a válaszkategóriák megállapításában.
Az öt válaszkategória mindegyike után + vagy – jel (kódolás: 1 ill. 0) tehető aszerint, hogy az „Indoklás" rovatban szerepelt–e megjegyzés, ami tétovázásra utal, vagy a feladat problematikusságát említi, avagy a választ módosítja. A „realisztikus reakciók" összessége (RR), amit a párhuzamos feladatokban számoltunk ki, úgy számolható, hogy az RA+ és RA– kategóriák számához hozzáadjuk azok számát, ahol az „Indoklás" rovat alapján + jel volt. Így az RR–be beletartozik mind az EA+, a TE+, az OE+ és az NA+ is.

A meglehetősen bonyolultnak tűnő kódolási útmutató alapján a „párhuzamos" feladatokban nyújtott tanulói teljesítmény megítélésében fontosabb volt az „Indoklás" rovatban előforduló szóbeli észrevétel, mint az esetlegesen fölötte elvégzett számolás precizitása. Két példát közlünk most olyan RR típusú válaszra, amely nem tartalmazott formalizált, számokba öntött gondolatmenetet, mégis nyilvánvaló volt belőle, hogy a tanuló helyesen észlelte a feladat megoldhatóságával kapcsolatos problémát.

Az „A" változat 2. feladatánál az 1144124 kódszámú tanuló válasza: „Akármelyik irányban lakhatnak egymástól: mindegyik változatnál változik a km távolság."

A „B" változat 2. feladatánál a 2114211 kódszámú tanuló válaszlapján található: „Mert Karcsi Gyurinak a barátja és fordítva is..."

Amint a kódolási útmutatóból kitűnik, a realisztikus válaszok meglehetősen sokfélék lehetnek. Az egyik végletnek azt érezhetjük, amikor a tanuló elvégzi az elvárt számítást, ám tesz egy megjegyzést mellé, amiből kiderül, hogy tisztában van a feladat rosszul definiált voltával. Ezt tapasztaltuk a „futás" feladatban, amikor egy tanuló a szokásos sablonos szorzást elvégezte ugyan (10-szer 17 = 170), de ezt kiegészítette azzal, hogy ehhez végig tartani kell a tempót. A másik véglet az lehet, amikor nyoma sincs semmiféle számításnak, és mellesleg a tanuló a többi feladatban is szűkmarkúan adagolta megoldásait, ám szerepel egy mondat vagy megjegyzés, ami a feladat megoldhatatlanságát vagy rosszul definiáltságát jelzi. Az objektivitás megőrzése érdekében ez utóbbi esetben nem mérlegelhette a javító, hogy vajon a többi válasz alapján hihető-e, hogy realisztikus modellt indikáló válasz született, vagy csupán a tanuló eufemisztikusan jelezte, hogy nincs kedve a feladattal foglalkozni. Minden egyes választ önmagában, a többi feladatra adott választól függetlenül kellett elbírálni.

A minta

A felmérésre 2002 májusában került sor, az MTA Képességkutató Csoport egy nagyobb projektje keretében. Három magyarországi megyei jogú nagyváros, Szeged, Pécs és Miskolc összesen 10 iskolája vett részt a Szegedi Tudományegyetem Neveléstudományi Tanszéke és az MTA Képességkutató Csoportjának közös felmérésében. A jelen tanulmányban bemutatott feladatlapok mellett gondolkodási képességeket mérő tesztek és kérdőívek is szerepeltek a vizsgálatban.

A matematikai szöveges feladatokat tartalmazó tesztünket végül 562 4. osztályos tanuló töltötte ki, 281-en az „A", 281-en pedig a „B" változatot. Az egyes tantárgyakból szerzett osztályzatokra, a tantárgyak kedveltségére és az iskolával kapcsolatos attitűdre rákérdező háttérkérdőív adataival való egybevetés során összesen 2 tanuló eredményeit kellett figyelmen kívül hagynunk adatrögzítési hiba miatt, így a tanulmányunkban 280+280=560 tanuló adatait használtuk föl.

Eredmények

A felmérés során kapott eredmények bemutatásában a leíró statisztika eszközeit használjuk föl. A teljesítmények jellemzésére %-ban kifejezett értékeket használunk. A standard feladatok esetében ez nem más, mint a megoldások átlaga, amikoris 1 pont járt a helyes, 0 pont a kifogásolható megoldásra. A párhuzamos feladatok esetében a %-os érték az RR kategóriába tartozó válaszok arányát jelenti. Felfoghatjuk úgy is a párhuzamos feladatok pontozását, hogy ott az RR a helyes válasz, és ekkor az eredményeket megoldottsági mutatóknak tekinthetjük.

A feladatsor szerkezetének jellemzésére a faktoranalízis módszert választottuk. Arra kerestünk választ, hogy mely feladatok mutatnak hasonlóságot a tanulói megoldásmintázatok alapján. Megpróbáltuk felderíteni a közös háttér-jellemzőket, amelyek magyarázhatják, hogy két vagy több feladat hasonlóan könnyűnek vagy nehéznek bizonyult a tanulók számára.

A felmérésben szereplő matematikai feladatok megoldottsága

A felmérésben szereplő 20 feladat megoldottsági mutatóit közöljük először (2. táblázat). A kódolási útmutatónak megfelelően a standard és a párhuzamos feladatoknál nem ugyanazt jelenti a megoldottság. A standard (hagyományos, megszokott) feladatok esetében az EA (*expected answer*, elvárt válasz) kategória jelenti azt, hogy a tanuló megoldotta a feladatot. A párhuzamos (látszólag a megszokotthoz hasonló) feladatok esetében az RR (*realistic reaction*, „realisztikus reakció") kategória jelentette a megoldottságot.

A magyarországi adatsorban néhány számadat magyarázatot követel (részletesen lásd *Csíkos*, 2003). A „léggömbök" feladatban az általános tendenciával ellentétben könnyebbnek bizonyult a párhuzamos változat. Ennek magyarázata a feladat tartalma mellett abban keresendő, hogy 4. osztályban sokan nem tanulják még a tizedes számokat, ezért tulajdonképpen egyszerűbb dolog maradékos osztást végezni egész számokkal, és ennek eredményét végeredményként közölni, hiszen az maga a realisztikus válasz egyik formája lesz. Ellenben a standard változatban a helyes megoldáshoz a „4,5” vagy a „4 és fél” számokat kellett megtalálni. Ez a feladat véleményünk szerint nem éri el azt a célt, amelyet neki szántak, vagyis ennél a feladatnál a validitás megkérdőjelezhető.

2. táblázat. A felmérésben szereplő 20 feladat megoldottsága nemzetközi összehasonlításban (%-ban, N=280 a magyarországi adatok esetén)

Feladat	*Magyarországi felmérés (2002)*		*Verschaffel és mtsai (1994)*	*egyéb felmérések* (1993–1999)*
	standard változat	*párhuzamos változat*		
„barátok”	98	18	11	5–23
„deszkák”	71	14	14	0–21
„víz”	96	17	17	9–21
„buszok”	89	36	49	11–67
„futás”	67	2	3	0–7
„iskola”	92	7	3	1–9
„léggömbök”	37	82	59	51–85
„életkor”	85	0	3	0–2
„kötél”	46	4	0	0–8
„edény”	52	1	4	0–5

* részletesen lásd *Verschaffel, Greer* és *de Corte* (2000)

Egy másik számadat, ami azonnali magyarázatot követelhet, az „életkor” feladat 0%-os megoldottsága. Bár a táblázatból kiderül, hogy a külföldi felmérések is hasonló, 0-hoz igencsak közeli eredményeket produkáltak ennél a feladatnál, érdemes verbálisan is megfogalmazni a táblázat állítását: A vizsgálatban részt vett tanulók közül senki sem fogalmazta meg kételyét azzal kapcsolatban, hogy egy 1987–ben született gyermek 2002–ben, például a felmérés tavaszi (!) időpontjában 15 éves. A magyarázat a korábban már megidézett *Brousseau*-i „didaktikai egyezményen” (*didactical contract,* lásd *Vershcaffel*, *Greer* és *de Corte*, 2000) keresztül érthető meg. Egy adott feladattípushoz a gyerekek gyakran olyan módon közelítenek, hogy „az iskolában ezt így szoktuk megoldani”. Még az általunk a „realisztikus” szemléletmódhoz közel állónak tekintett matematika-tankönyvekben is találkoztunk olyan feladattal, amely emberek életének hosszát kérdezte a megadott születési és halálozási dátum alapján.

A feladatok közötti összefüggések elemzése

A feladatsor szerkezetének feltárására a faktoranalízis módszerét alkalmaztuk; varimax rotációval főkomponens-analízist végeztünk. Először az „A” változat eredményeit mutatjuk be. Mivel az „életkor” nevű párhuzamos feladatunkra senki sem adott realisztikus választ, ezt a feladatot zéró varianciája miatt ki kellett hagynunk az analízisből. A Kaiser–Meyer–Olkin-mutató értéke 0,70 lett, ami azt jelzi, hogy az elemzésbe bevont kilenc feladatot a közöttük meglévő összefüggések szorossága „mérsékelten” teszi alkalmassá a faktoranalízisre. A 3. táblázatban a 0,5-es faktorsúly-határ fölötti faktorsúlyokat közöljük.

3. táblázat. Az „A” változat feladatainak faktoranalízise (a táblázatban csak a 0,5–nél nagyobb faktorsúlyok szerepelnek)

Feladat	*Faktor*			
	1	*2*	*3*	*4*
„barátok” standard			,836	
„deszkák” standard	,708			
„víz” standard			,698	
„buszok” standard	,735			
„futás” standard	,757			
„iskola” párhuzamos		,757		
„léggömbök" párhuzamos	,570			
„kötél” párhuzamos				,965
„edény” párhuzamos		,801		

A már említett „léggömbök” feladat, amelynél megfordult az eredmény, és a standard változat bizonyult nehezebbnek, közös faktorba került néhány standard feladattal. A „barátok” és „víz” feladatok standard változatai valószínűleg azért kerülhettek külön faktorba, mert ezek egyetlen összeadással megoldható, igen egyszerű feladatok voltak. Az „iskola” és „edény” feladatok közös jellemzője, hogy matematikai szempontból hiányos feladatok, amelyek eredményére legföljebb becslés adható. A „kötél” nevű feladat az előző kettőtől abban különbözik, hogy itt egyértelműnek és jól meghatározottnak tűnik a végeredmény, és a valós világból merített ismeretek (ti. a csomózáshoz szükség van pár centinyi szakaszra) segítségével a feladat egyetlen számadattal megválaszolható. Ha meg kellene neveznünk a faktorokat, akkor a második faktor esetében a „becslés”, míg a negyedik esetében a „rejtvény” szó lehet találó.

A 4. táblázatban a „B” változat eredményeit mutatjuk be. A Kaiser–Meyer–Olkin-mutató értéke itt 0,73, ami ugyancsak azt jelzi, hogy az elemzésbe bevont tíz feladatot a közöttük meglévő összefüggések szorossága mérsékelten teszi alkalmassá a faktoranalízisre. A táblázatban a 0,22-os faktorsúly-határunk fölötti faktorsúlyokat közöljük csak.

A faktorstruktúra a „B” változat esetében kevésbé jól interpretálható, és nincs biztosítva a változók egyöntetű faktorba sorolása sem. A negatív előjelű, ám magas abszolút értékű faktorsúlyok arra utalnak, hogy az illető feladat megoldottsága visszavezethető egy rejtett háttérváltozóra, ám ellentétes értelemben. Vagyis amennyiben a 3. faktor – a benne lévő pozitív faktorsúlyok alapján – olyan interpretációt nyerne, mint például „az elvégzett osztás eredményének megfelelő értelmezését igénylő feladatok", akkor az „iskola" nevű feladat standard változata lenne a legeklatánsabb példa arra, hogy milyenek az elvégzett osztás eredményének megfelelő értelmezését nem igénylő feladatok.

4. táblázat. A „B" változat feladatainak faktoranalízise (a táblázatban csak a 0,22-nál nagyobb faktorsúlyok szerepelnek)

Feladat	*Faktor*		
	1	*2*	*3*
„iskola" standard	,417		–,525
„léggömbök" standard	,597		
„életkor" standard	,417	,440	
„kötél" standard	,732		
„edény" standard	,649		
„barátok" párhuzamos	,253	,550	
„deszkák" párhuzamos			,823
„víz" párhuzamos	,510	–,310	
„buszok" párhuzamos	,511		,330
„futás" párhuzamos	,230	–,741	

Összefüggések a háttérváltozókkal

A felmérés során felvett tanulói kérdőívek lehetővé teszik néhány olyan számítás elvégzését, amelyek arra keresik a választ, hogy milyen, az iskolai teljesítményhez többé-kevésbé kötődő tényezőkkel áll kapcsolatban a teszten nyújtott teljesítmény. A következőkben a tesztteljesítmény kapcsolatát vizsgáljuk a következő háttértényezőkkel: a tanuló neme, a félévi matematika osztályzat, a tanulmányi átlag, a szülők iskolai végzettsége.

A tanulók neme és a teljesítmény

Legkézenfekvőbb módon kétmintás t-próbával tehetünk összehasonlítást a fiúk és a lányok eredményei között. Elsőként azt vizsgáljuk, a két tesztváltozat 5–5 párhuzamos feladatán elért eredményekben van-e jelentős különbség a fiúk és a lányok között (5. táblázat).

Mindkét változat esetében azt találtuk, hogy nincs jelentős különbség a fiúk és a lányok átlageredménye között. (A szórásokban sem volt statisztikailag jelentős eltérés.) A „B" változat esetében ugyanakkor közel kerültünk a pedagógiai vizsgálatokban általánosan használt 95%-os szignifikancia szinthez.

5. táblázat. Fiúk és lányok teljesítményének összehasonlítása a párhuzamos feladatokon (maximálisan elérhető pontszám: 5)

Nem	*„A" átlag*	*t*	*p*	*„B" átlag*	*t*	*p*
fiúk	0,89	0,32	0,75	0,67	1,80	0,07
lányok	0,91			0,51		

Az öt feladat együttese alapján számolt érték mellett érdemes feladatonként is megvizsgálni a nemek közötti különbségeket. Ám ott is csaknem minden esetben ugyanazt a következtetést tudjuk levonni. Az „A" változat esetében az elsőfajú hiba elkövetésének valószínűsége (p) 0,34 és 0,90 között változik. A „B" változatban viszont volt egy feladat, amelyben szignifikáns különbség mutatkozott a fiúk javára (p=0,01). A „deszkák" feladat párhuzamos változatában a fiúk átlaga 0,19, míg a lányoké 0,08. Elképzelhető, hogy a feladat szövege okozta ezt a különbséget. Feltehető, hogy a 10–11 éves fiúknak több tapasztalata van a deszkák fűrészelésének mikéntjével kapcsolatban, mint a lányoknak. A „B" változat többi feladatában a t-próba (illetőleg egy esetben a szórások nagy különbsége miatt a Welch-próba) 0,18 és 0,90 közötti p értékeket adott, ami azt jelenti, hogy nem tudjuk kellően nagy biztonsággal elvetni az átlagok egyezését kimondó nullhipotéziseket.

A félévi matematika osztályzat és a teljesítmény

A félévi matematikaosztályzat alapján négy részmintát képeztünk az „A" és a „B" változat esetében egyaránt. Az elégtelen és elégséges osztályzatúakat egy részmintába soroltuk. Korábbi külföldi tapasztalatok azt valószínűsítik, hogy a párhuzamos feladatokon nem feltétlenül érnek el jobb teljesítményt a jobb iskolai előmenetellel rendelkezők. Ezt az állítást meg is fordíthatjuk: a párhuzamos feladatokon elért jobb teljesítmény nincs jelentős hatással az iskolai előmenetelre. Ennek igazolására variancia-analízist végeztünk a félévi matematika osztályzat szerinti négy részminta összehasonlításával.

Az „A" változat párhuzamos feladatait tekintve azt tapasztaltuk, hogy a négy részmintán jelentős különbség van a szórások között (p<0,003 a Levene-szóráspróba esetében), így nem végezhető variancia-analízis. A Dunnett-féle T3 eljárással ugyanakkor megállapítható, hogy mely részcsoportok között van jelentős különbség. Eszerint az „iskola" feladatban a jelessel rendelkezők eredménye szignifikánsan jobb, mint a 2-essel és a 3-assal rendelkezőké. A „léggömbök" feladatban az 5-ös és a 2-es érdemjegyű tanulók között mutatható ki jelentős különbség. A „kötél" és „edény" feladatokban nincs szignifikáns különbség a különböző osztályzatú gyerekek között, míg az „életkor" feladat – amint azt említettük – senki számára sem volt realisztikus válasszal megoldható. Összehasonlításképpen érdemes megemlíteni, hogy ugyanakkor a standard feladatok esetén többször tudtunk a Dunnett-eljárással különbségeket kimutatni.

A „B" változat párhuzamos feladatait variancia-analízissel vizsgálva azt találtuk, hogy a „deszkák" és a „futás" feladatokban azonos szórások mellett elvégezhető volt az átlagok egyszerre történő összehasonlítása, és mindkét feladat esetében azonos átlagokat mutatott a próba. Tehát ennél a két feladatnál a félévi osztályzat szerint képzett részcsoportok átlagaiban nem volt különbség. A többi három feladat esetében a Dunnett–T3 eljárást alkalmaztuk. A „barátok” feladatban a jelessel rendelkezők átlaga szignifikánsan magasabb volt, mint az elégségessel és a közepessel rendelkezőké. A „víz” feladat esetében valamennyi részminta átlaga azonosnak tekinthető. Ellenben a „buszok” feladat viszonylag jól leképezi az osztályzatok szerinti sorrendet: az ötös tanulók valamennyi másik részmintánál jobb átlagot produkáltak, a négyes tanulók ugyanakkor a közepes matekosokat múlták felül szignifikánsan, ám az elégségessel rendelkezőket már nem.

A standard feladatokkal is elvégeztük a részminták szerinti összehasonlítást. Általánosságban teljesül, hogy a matematikából ötössel rendelkezők egy vagy több alacsonyabb osztályzatú részmintánál szignifikánsan jobb eredményt értek el. Az osztályzatok és a standard feladatokban nyújtott teljesítmények kapcsolatát szépen szemlélteti az „edény” feladat standard változatán elért eredmények Dunnett–T3 analízise. Ebben a feladatban valamennyi részminta felülmúlja teljesítményével a nála gyengébb osztályzattal jellemezhető többi részmintát, kivéve egy esetet: a közepes és jó osztályzatú gyerekek közötti különbség nem szignifikáns.

Összefoglalóan azt emeljük ki a variancia-analízissel kapcsolatos eredményekből, hogy a párhuzamos feladatokon nyert eredmények nem mutatnak szoros kapcsolatot a matematikai osztályzattal. A *Verschaffel, Greer* és *de Corte* (2000) által említett holland fejlesztő kísérlet, amely egyes feladatokban az enyhén fogyatékos gyermekek jobb teljesítményét mutatta ki, hangsúlyozta, hogy ennek hátterében a „didaktikai egyezmény” jelensége állhat. Mint korábban már utaltunk rá, a jobb iskolai eredménnyel rendelkező tanulók megtanulták, mit vár tőlük az iskola, és néha meggyőződésükkel ellentétes dolgokat is leírnak válaszként, ha úgy gondolják, az ismert elvárások alapján az lesz a jó megoldás.

A tanulmányi átlag és a teljesítmény

A tanulmányi átlag és a feladatok megoldottsága között hasonló összefüggéseket várhattunk, mint amit a matematika osztályzat és a teljesítmény között megfigyeltünk. Ennek oka, hogy korábbi vizsgálatok tanúsága szerint (lásd pl. *Csapó*, 2002), az egyes tantárgyak osztályzatai nagyon szorosan kapcsolódnak egymáshoz. A tizedesjegynyi pontossággal megadott átlagok esetében ugyanakkor a korrelációszámítás lesz az összefüggések vizsgálatának legmegfelelőbb módszere. Az elvégzett elemzések igazolták elvárásainkat.

Az „A” változatban a két legkönnyebb feladat, a „barátok” és „víz” standard változata nem kapcsolódik szignifikánsan az átlaghoz, szemben a többi standard feladattal. A párhuzamos feladatok közül ugyanakkor csupán a kakukktojás „léggömbök” feladat áll szignifikáns pozitív korrelációban a tanulmányi átlaggal. A „B” változat esetében magasabb korrelációs együtthatókat kaptunk. Valamennyi standard feladat esetén, és ezeken kívül a „víz” és „buszok” párhuzamos feladatoknál szignifikáns pozitív együtthatókat találtunk. A tanulmányi átlag és a feladatok megoldottsága közötti összefüggések vizsgálata tehát – más statisztikai módszer alkalmazásával – ugyanarra az eredményre vezetett: a párhuzamos feladatokon nyújtott teljesítmény viszonylag gyengébb összefüggést mutat a tanulmányi teljesítménnyel.

A szülők iskolai végzettsége és a teljesítmény

Gyakran vizsgált háttértényező a szülők iskolai végzettsége, noha az adatok pontossága és érvényessége általában megkérdőjelezhető. Tapasztalatunk szerint az általános iskolai korosztály leginkább tanári segítséggel képes pontos választ adni a kérdésre, A szülők iskolai végzettségével kapcsolatos adatok megbízhatóságának problémáját már a Monitor '95 eredményeinek közlői is jelezték (*Vári* és mtsai., 1997)

Mi most azzal a céllal használjuk ezt a háttérváltozót, hogy megerősítést találjunk a párhuzamos feladatokon elért eredmények meritokratizmusáról. Azt feltételezzük ugyanis, hogy az iskolai gyakorlatban nem annyira megszokott párhuzamos feladatokon kevésbé rendeződnek a tanulói eredmények a szülők iskolai végzettségének megfelelően. Ez a hipotézisünk annál is inkább plauzibilis, mivel ezt az összefüggést már megtaláltuk a szülők iskolai végzettségével szorosan összefüggő iskolai tanulmányi átlagok kapcsán.

Az „A" változat eredményeit Spearman-korrelációval elemezve a várakozásunktól eltérő kép alakult ki. Egyetlen feladat esetében találtunk szignifikáns pozitív korrelációt, mégpedig az „edény" feladat párhuzamos változatán, amely egy adathiányos, és éppen ezért becslésre feljogosító probléma. Még meglepőbb, hogy p=0,04 szinten az apa iskolai végzettségével mutatkozott az említett együttjárás. A „B" változat esetében több szignifikáns együtthatót találtunk. Két standard feladat, a „kötél" és „edény" esetében mindkét szülő iskolai végzettségével pozitív korrelációt mutatott a tanulói eredmény. A párhuzamos feladatok közül itt a „barátok" volt az, amelyben szignifikáns korrelációt találtunk, érdekes módon itt is az apa végzettségével. Összegezve azt állapíthatjuk meg, hogy csak néhány egyszerű matematikai szöveges feladat esetében találtunk szignifikáns korrelációt a tanulói teljesítmény és a szülők iskolai végzettsége között.

Összegzés

Tanulmányunkban egy hazai, egyszerű matematikai szöveges feladatok megoldottságát vizsgáló kutatás eredményeit közöltük. A felhasznált feladatok számos vizsgálatban szerepeltek korábban külföldön, így nemzetközi összehasonlításra volt lehetőségünk. Az elméleti háttér bemutatása során felvázoltuk a matematikai szöveges feladatok gondolkodáslélektani kutatásainak három mérföldkövét. Megállapítottuk, hogy a feladatok lehető legszélesebb körében tapasztalható jelenségek magyarázatára olyan modellt célszerű felhasználnunk, amely különböző szintű (lényegében tárgy- és metaszintű) gondolkodási folyamatokat ötvöz – még a legegyszerűbbnek tűnő feladatok esetében is.

A kapott eredmények szerint a vizsgálatban részt vett magyarországi tanulók hasonló teljesítményt nyújtottak, mint a korábbi nemzetközi felmérésekben szereplő tanulók. Korábbi tapasztalatokkal összhangban mi azt találtuk, hogy több szempontból is lényeges különbség van a hagyományos (standard) szöveges feladatok, és a valósággal kapcsolatos tudásunk alkotó felhasználást igénylő feladatok megoldottsága között. Megvizsgáltuk a teljesítménynek és néhány háttérváltozónak (nem, tanulmányi eredmény, szülő iskolai végzettsége) összefüggéseit.

Megállapíthattuk, hogy létezik a matematikai gondolkodásnak egy olyan területe, amelyen több ország hasonló problémákkal, a fejlesztés iránti hasonlóan erős igénnyel szembesül. A fejlesztés igényéből vezethető le, hogy kialakulóban van egy nemzetközi kutatói közösség, amely fontos feladatának tartja – a jelen felmérésben is bemutatott feladatokkal kapcsolatos problémák talaján állva – új osztálytermi tanítási–tanulási stratégiák kifejlesztését. Ezeknek a fejlesztő programoknak a közös jellemzőjét a következő kifejezés írhatja le: metakognícióra és kooperatív tanulásra alapozott fejlesztő eljárások.

A tanulmány elkészítésének alapjául szolgáló elméleti kutatás az OTKA támogatásával (F038222), a felmérés az MTA Képességkutató Csoport projektjének részeként valósult meg.

Köszönettel tartozom anonim bírálómnak, akinek segítő észrevételeit igyekeztem átültetni a tanulmány végleges változatába.

Irodalom

Csapó Benő (2002, szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.

Csíkos Csaba (1999): Újabb eredmények a Wason-feladattal kapcsolatban. *Pszichológia*, **29**. 1. sz. 5–27.

Csíkos Csaba (2003): Egy hazai matematikai felmérés eredményei nemzetközi összehasonlításban. *Iskolakultúra*, **13**. 8. sz. 20–27.

Csíkos Csaba és Dobi János (2001): Matematikai nevelés. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Tanulmányok a neveléstudomány köréből 2001*). Osiris Kiadó, Budapest, 355–372.

de Corte, E. (2001): Az iskolai tanulás: A legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók. *Magyar Pedagógia*, **101**. 4. sz. 413–434.

Hegarty, M., Mayer, R. E. és Monk C. A. (1995): Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology,* **87**. 1. sz. 18–32.

Kintsch, W. és Greeno, J. G. (1985): Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review,* **92**. 1. sz. 109–129.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R., és Arami, M. (2002): The effects of metacognitive training on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, **49**. 2. sz. 225–250.

Mayer, R. E. és Hegarty, M. (1998): *A matematikai problémák megértésének folyamata*. In: A matematikai gondolkodás természete. Vince Kiadó, Budapest. 41–63.

Reusser, K. és Stebler, R. (1997): Every word problem has a solution – the social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, **7**. 4. sz. 309–327.

Vári Péter és mtsai (1997): *Monitor '95: A tanulók tudásának felmérése*. OKI ÉK, Budapest.

Verschaffel, L., de Corte, E. és Borghart, I. (1997): Pre–service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, **7**. 4. sz. 339–359.

Verschaffel, L., de Corte, E. és Lasure, S. (1994): Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, **4**. sz. 273–294.

Verschaffel, L., de Corte, E., Lasure, S., van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. és Ratinckx, E. (1999): Design and evaluation of a learning environment for mathematical modeling and problem solving in upper elementary school children. *Mathematical Thinking and Learning*, **1**. 3. sz. 95–229.

Verschaffel, L., Greer, B. és de Corte, E. (2000): *Making sense of word problems.* Swets & Zeitlinger, Lisse.

Wyndhamn, J. és Säljö, R. (1997): A szöveges feladatok és a matematikai megértés. *Iskolakultúra*, **7**. 12. sz. 30–46.

Yoshida, H., Verschaffel, L. és de Corte, E. (1997): Realistic considerations in solving problematical word problems: Do Japanese and Belgian children students have the same difficulties? *Learning and Instruction*, **7**. 4. sz. 329–338.

ABSTRACT

CSABA CSÍKOS: THE DIFFICULTIES OF COMPREHENDING MATHEMATICAL WORD PROBLEMS IN 10–11-YEAR-OLDS

When focusing on simple arithmetic word problems that can be solved by using one basic operation, three milestones of theory development can be identified: (1) *Kintsch* and *Greeno* suggested a computational model that considers working memory constraints. Thus every arithmetic word problem can be solved in well-identified sequential steps, taking the limits of working memory into account. (2) In contrast to such sequential modeling, *Mayer* and *Hegarty* assumed ramifications and cycles in the reasoning process. They emphasised the importance of problem representation. (3) Several recent studies have revealed the 'over-automating' use of basic operational skills. According to *Verschaffel*, *de Corte* and *Lasure* (1994), *Reusser* and *Stebler* (1997) and many others' results, students fail to solve tasks that require (i) conscious decisions about the meaningfulness and the solvability of the task, and (ii) transformation or further interpretation of the 'final result' coming from the completed operation(s). Since numerous studies have revealed that students' responses to so-called real-life or authentic mathematical word problems indicated a poor level of understanding the real-life situation, this investigation used 20 mathematical word problems from *Verschaffel*, *de Corte* and *Lasure*'s (1994) work. The Hungarian version of this test contained the same 10 standard and 10 parallel tasks as the original test and was administered to 562 students aged 10–11 years. The results show that our students' achievement indicates the same level of understanding on the parallel tasks as it was revealed by former international findings reported by *Verschaffel, Greer* and *de Corte* (2000). In addition, the structure of the task battery and the connections between achievement and background variables are revealed by means of factor–analysis and correlation coefficients.

Magyar Pedagógia, **103**. Number 1. 35–55. (2003)

Levelezési cím / Address for correspondence: Csíkos Csaba, Szegedi Tudományegyetem, Neveléstudományi Tanszék. H–6722 Szeged, Petőfi S. sgt. 30–34.

Melléklet

Az „A” változat feladatai

1. Peti születésnapi bulit szervezett a tizedik születésnapja alkalmából. 8 fiú és 4 lány barátját hívta meg. Hány barátját hívta meg Peti a születésnapi bulijába?

   Válasz:

   Indoklás:

2. Bálint és Aliz ugyanabba az iskolába járnak. Bálint 17 kilométerre lakik az iskolától, Aliz pedig 8 kilométerre. Hány kilométerre lakik egymástól Bálint és Aliz?

   Válasz:

   Indoklás:

3. Pisti 5 darab, egyenként 2 méter hosszú deszkát vásárolt. Hány darab 1 méteres darabot tudott ezekből lefűrészelni?

   Válasz:

   Indoklás:

4. Nagypapa a 4 unokájának egy dobozban 18 léggömböt ad, amit az unokák egyenlően osztanak szét. Hány léggömböt kap egy–egy unoka?

   Válasz:

   Indoklás:

5. Egy boltos két ládában tartja az almát. Az első ládában 60 darab, a másodikban 90 darab alma van. Az összes almát beleteszi egy új, nagyobb ládába. Hány darab alma lesz ebben az új ládában?

   Válasz:

   Indoklás:

6. Robi 1987–ben született. Most 2002–t mutat a naptár. Hány éves Robi?

Válasz:

Indoklás:

7. Peti malacperselyében 690 forint van. Teljesen elkölti ezt a pénzt, és vásárol 10 darab játékautót, amelyek mind ugyanannyiba kerültek. Mennyibe került egy játékautó?

Válasz:

Indoklás:

8. Egy ember kötelet szeretne kifeszíteni két, egymástól 12 méterre lévő rúd között, de csak 1,5 méteres darabok vannak. Hány darabot kellene ezekből összekötöznie, hogy átérjen a kötél a két rúd között?

Válasz:

Indoklás:

9. Egy vitorlás hajó óránként 45 kilométeres sebességgel halad. Mennyi idő alatt tesz meg 180 kilométert?

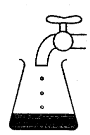
Válasz:

Indoklás:

10. Egyenletesen megengedve a vízcsapot, vízzel töltjük fel az ábrán látható üveget. Ha 10 másodperc elteltével 4 cm mély a víz az üvegben, milyen mély lesz 30 másodperc elteltével?

Válasz:

Indoklás:



A „B” változat feladatai

1. Kriszti gyalogtúrát tett. Délelőtt 8 kilométert haladt, délután pedig 15 kilométert. Hány kilométert tett meg Kriszti?

   Válasz:

   Indoklás:

2. Karcsinak 5 barátja van, Gyurinak pedig 6. Karcsi és Gyuri úgy döntöttek, hogy együtt rendeznek egy bulit. Meghívták valamennyi barátjukat, akik mind el is jöttek. Hány barát volt ott a partin?

   Válasz:

   Indoklás:

3. Kati, Hédi, Jancsi és Tomi kaptak a nagyapjuktól egy dobozt, amelyben 14 szelet csokoládé volt. A gyerekek elosztották egymás között úgy, hogy mindenkinek ugyanannyi jutott. Hány szelet csokoládé jutott egy unokának?

   Válasz:

   Indoklás:

4. Pisti 5 darab, egyenként 2,5 méter hosszú deszkát vásárolt. Hány darab 1 méteres darabot tudott ezekből lefűrészelni?

   Válasz:

   Indoklás:

5. Reggel Pistinek 1480 forintja volt a malacperselyében. Most 1650 forintja van a perselyben. Hány forinttal gyarapodott napközben a pénze?

   Válasz:

   Indoklás:

6. Ha egy tartályba beleöntünk 1 liter 80 °C–os és 1 liter 40 °C–os vizet, milyen hőmérsékletű vizet kapunk?

Válasz:

Indoklás:

7. Egy ember a 12 méter hosszú ruhaszárító kötelet 1,5 méteres darabokra vágja. Hány darabot kap így?

Válasz:

Indoklás:

8. 450 katonát kell buszokkal a gyakorlótérre szállítani. Egy katonai busz 36 katonát tud szállítani. Hány buszra van szükség?

Válasz:

Indoklás:

9. Jancsi legjobb eredménye a 100 méteres futásban 17 másodperc. Mennyi idő alatt fog ő lefutni 1 kilométert?

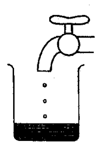
Válasz:

Indoklás:

10. Egyenletesen megengedve a vízcsapot, vízzel töltjük fel az ábrán látható üveget. Ha 10 másodperc elteltével 4 cm mély a víz az üvegben, milyen mély lesz 30 másodperc elteltével?

Válasz:

Indoklás:



Szegedi Tudományegyetem
Pedagógiai Tanszék

Felmérés – 2002 tavasz

Útmutató
a **Szöveges feladatok** teszt felvételéhez

A matematikai szöveges feladatokat tartalmazó tesztet Belgiumban fejlesztették ki, és az elmúlt évek során több országban kipróbálták.

A teszt megoldására egy „rendes” matematikaórán kerüljön sor. Az egymás mellett ülő tanulók különböző tesztváltozatokat kapjanak. A feladatok megoldására 30 perc adható. Kérjük, hogy a tesztet korábban befejező diákokat figyelmeztessék a megoldás ellenőrzésének fontosságára.

Hívják fel a tanulók figyelmét arra, hogy a nevüket a tesztre felírják!

A tesztlap kitöltésének megkezdése előtt a következő instrukció adható:

A feladatok megoldását a „Válasz:” mellé kell írni, de emellett az „Indoklás:” részen le kell írni a számításokat, ami alapján a választ a tanuló megkapta. Ugyancsak az „Indoklás:” rovatba kell írni, hogy ha valaki nem tudta megoldani a feladatot, akkor mi okozott neki nehézséget.

A munka megkezdése után a tanulók nem tehetnek föl hangosan kérdéseket. Az esetlegesen mégis elhangzó kérdéseikre pedig csak olyan jellegű válasz adható, mint pl.

„Kérlek, ne mondd most el, mi okoz problémát. Ha valami nem világos a feladatban, akkor írd le az „Indoklás:” rovatba!”

A munka befejezése után a teszteket ugyanazokban a borítékokban kérjük vissza, mint amelyekben kiküldtük.

Munkáját és közreműködését köszönjük!