

Ennek a tulajdonképpen *világnézet kialakítására* törekvő tanításnak — ismételjük — épen az új szerepű cicerói órák, de azon felül is általában a *klasszikus nyelvi órák* a legtermészetesebb és igen sok lehetőséget nyújtó alkalmai. Az ember rendeltetéséről, az emberi dolgok legjobb alakításáról való komoly eszmélkedés az ókor nagy szellemeinek legjellemzőbb és legmagasztosabb vonása volt.

A *homo humanus* szerepének ebben az értelemben való vállalása hozta meg Cicerónak a *praeceptor generis humani* nevet. Örendetes, hogy új tantervünk Cicerót gimnáziumainkban épen ehhez a legnemesebb és legfontosabb szerepéhez juttatta hozzá.

Kováts Gyula

A MENNYISÉGTAN KÖZÉPISKOLAI TANÍTÁSA.

Azzal kell kezdenem, hogy ez a kis tanulmány nemcsak mennyiségtan-szakos kartársaimnak szól. Sőt az első részét épen arra szántam, hogy minden pedagógus megismerhesse belőle a mennyiségtannak a középiskolai tantárgyak között való jelentőségét és szerepét.

A legutóbbi időben nagyon sok szó hangzott el a mennyiségtan tanítása ellen mind a nagyközönség köréből, mind pedig a hivatásos pedagógusok értekezletein. Az eredménye ennek az áramlatnak az lett, hogy a mennyiségtant az érettségi tantárgyak között is degradálták, (a mennyiségtanból az írásbeli vizsgát eltörölték), az óraszámot is több osztályban csökkentették. Az ellenszenv abból eredhetett, hogy a mennyiségtan tanítása nem volt kielégítő, aminek megint az az oka, hogy, sajnos, igen sok helyen nem arravaló kezekben volt. De ennek a vizsgálatára már a tanárképzés, sőt a tanárok társadalmi helyzetének tárgyalására vezethetne, s ez mostani tárgyunktól messze esik.

Bármilyen ok szülte, kétségtelen, hogy megvan a mennyiségtan iránti ellenszenv. Tehát megokolt, hogy a mennyiségtani oktatásról szóló tanulmányunkat eleve ezzel a kérdéssel kezdjük: kell-e egyáltalában a középiskolában a mennyiségtant tanítani? Természetesen itt a mennyiségtanon a szó általános használata szerint a felső osztályok anyagát értem: algebrát, planimetriát, trigometriát, a differenciál- és integrálszámítás elemeit, stb., nem az elemi számtant. Az egyszerű és általában az elemi számtan tanításának szükségességét, azt hiszem, senki sem vitatja.

Az ilyen értelemben feltett kérdésre a válaszom egyáltalában nem kategorikus »igen«, amint az olvasó talán matematikus szerzőtől elvárná. Például nem látom be, hogy miért kell olyan leányiskolában, melynek elvégzése az egyetemi tanulmányokra nem képe-

sít, a tanulókat trigonometriával, logaritmusokkal vagy éppen a differenciálszámítás elemeivel kinozni, ha minderre jól ugysem taníthatjuk meg őket, már csak a csekély óraszám, de sok esetben a hajlam és az érdeklődés hiánya miatt sem. Az iskolatípusok és az egyes iskolák általános célja szerint kell elbírálni, hogy tanítsuk-e a mennyiségtant.

A középiskola célja a tanterv megjelölése szerint: az életre nevelés és a világszemléleti alap megadása. Nézzük meg, hogy ennek a két célnak az eléréséhez mennyiben járulhatunk hozzá a mennyiségtani oktatással.

Legyen szabad mindenekelőtt egy megjegyzést tennem az életre való nevelésről. Az életre valójában csak maga az élet nevel és semmiféle iskola. Ha úgy értenők az iskolának az életre való nevelését, hogy az iskola adja meg mindazokat az ismereteket, amelyekre a tanulónak életpályáján szüksége lehet, sohase fejezhetnők be az iskolai képzést. Még a szakiskolák sem képesek ennek a célnak megfelelni. Hogy csak egy példát hozzak fel, a kereskedelmi iskolában három éven át tanul a növendék *könyvvitel-tant*, de *könyvelni* csak abban a bankban vagy irodában tanul meg az évek hosszú során, ahová tanulmányai elvégzésével alkalmazásba kerül. Tehát a szakiskola is csak azokat az alapismereteket adja meg, amelyeknek birtokában a végzett tanuló alkalmaztatási helyén meg tudja tanulni a rá váró feladatok elvégzésének módját. Még kevésbbé várhatunk ennél többet az általános célú középiskolától.

De számos más olyan ismeret vagy képesség van, amely az életben nagyon hasznos lehet: például bizonyos jogi ismeretek, gépírás, gyorsírás, autózvezetés, zene, sőt tánc is. Várhatjuk-e a középiskolától, hogy ezeknek az ismereteknek, illetőleg képességeknek elsajátítását tűzze ki célul az »életre való nevelés« jogcímen? Nem, a középiskola csak a képességet adhatja meg, a lelki struktúráját fejlesztheti odáig, hogy minden végzett növendéke maga megtanulhassa a főiskolán vagy az életben, amire életpályáján szüksége van. Ennek a képességnek a kifejlesztésében a matematikai oktatásnak helyes tanítás mellett igen nagy szerepe lehet.

Vizsgáljuk meg először, hogy milyen képességet fejleszthetünk ki a mennyiségtani oktatással. Elsősorban is a logikus gondolkodást. Ezt talán nem is kell bővebben megokolnom, csak arra hivatkozom, hogy a legtöbb középiskolai logikai tankönyv majdnem minden magyarázó példáját a matematikából meríti. Továbbá helyesen választott gyakorlati példák segítségével a tanuló gyakorlati érzékét, helyes ítélnőképességét növelhetjük és bizonyos valóság-érzetet fejleszthetünk ki benne. De ugyanígy előmozdíthatjuk a növendékek találékonyságának, kombinatív készségének a kifejlődését. Ezeknek a céloknak az elérésére a mennyiségtani oktatás,

ha nem is az egyetlen, de kétségtelenül a leghatásosabb eszközünk, de csak helyes tanítással.

Véőül a tanuló önbizalmát növelhetjük azáltal, hogy végzett munkáját saját magával ellenőriztetjük. Persze ehhez kezdettől fogva rá kell szoktatni a tanulót, hogy megoldott feladatának helyességéről meggyőződjék, más módon vagy más úton való számolással. Az ellenőrzött eredmény helyességében már teljesen bizonyos lehet a tanuló. Mégpedig, ami a lényeges, ezt a bizonyosságot pusztán saját munkája alapján, mások megkérdése vagy könyvekben való utánanézés nélkül érheti el. Semmilyen más tantárgyból kapott feladatát sem tudja ilyen módon önmaga ellenőrizni, ezért fontos ebben a tekintetben a mennyiségtan szerepe. Az említett bizonyossági tudat nemcsak önbizalmat és biztos fellépést ad, hanem további fejlődése folyamán ráviszi a tanulót arra, hogy más téren sem szabad mindent kritika nélkül elfogadnia, és bízhatik magában, hogy önmaga egyedül is képes az igazság felderítésére.

Természetesen ilyen módon a tanulók felet »meőtömiük« egy sereg mennyiségtani alapismerettel, mert hiszen bizonyos tárgyi tudás szükséges a gondolkozás és találékonyság övakorlására. Vajon elérhetnők-e ugyanazt a célt, ha talán nehezebben és nem olyan tökéletesen is, de más, fontosabb alapismeretek betanultatásával, olyan más tárgyi tudásnak a megadásával, amelynek a tanuló az életben több hasznát vehetné? Más szóval: nem hasznatlan dolgokat tanítunk-e a mennyiségtanban, és ha a tanuló gondolkozásának fejlesztésében elérünk is valami eredményt, nem fizetjük-e meg ezt túlságos drágán a tanuló idejének elfecsérlésével? Erre a kérdésre is nemmel kell felelnünk, ha megfigyeljük, hogy az életben milyen sok pályán hasznosíthatja a tanuló a mennyiségtani alapismereteit.

A mennyiségtan alkalmazása ma sokkal szélesebb területre terjed ki, mint még csak 30—40 évvel ezelőtt is. A fizikai és technikai alkalmazásokat, melyek általánosan ismeretesek, nem is említve, fölsorolhatom a kémiát, a biológiát, a statisztikát, az elméleti és övakorlati özdaságtant, mint amelyek mind használnak matematikai módszereket. Pár évvel ezelőtt két kitűnő orvos barátom fordult hozzám matematikai problémákkal, melyekre belgyógyászati kutatásaik során bukkantak, s így akár az orvostudományokat is belevehettem volna a fenti sorba. De nem akarom, hogy a talán valóban kivételes eset általánosítása miatt túlzással vádoljanak.

A fölsorolt tudományokban természetesen a matematikának különböző fejezetei találnak alkalmazást, legnagyobb részben, a valószínűségszámítás, a matematikai statisztika, az integrálszámítás, a differenciál-, sőt az integrálegyenletek elmélete is. Mindezt a kö-

zépiskolában természetesen nem taníthatjuk, de tanítanunk kell azokat az alapismereteket, amelyek birtokában a tanuló a szükséghez képest a mennyiségtant tovább tanulhatja.

A hatás e tudományágak és a mennyiségtan között kölcsönös. Ezt a kölcsönösséget a középiskolában arra hasznosíthatjuk, hogy jól megválasztott tárgyi feladatok és példák során becsempészhetünk a tanuló ismeretkörébe igen sok statisztikai, gazdaságtani, biológiai, stb. tárgyismeretet, melyeknek megismertetésére más tantárgyban alig van módunk.

Lássuk mármost, hogy mennyiben járul hozzá a mennyiségtani oktatás a középiskolának másik céljához, a helyes világszemléleti alap megadásához.

Az a tökéletes harmónia, amelyet a tanuló a mennyiségtanban és tantárgyai között csakis a mennyiségtanban talál meg, kétségtelenül hozzájárul ahhoz, hogy harmonikus világszemléletet alakítson ki magában. A mennyiségtanban vagy legalább is abban a részében, amelyet a középiskolában tanítunk, nincsenek egymástól eltérő felfogások, nincs vitatható állítás és nem lehet kétség az eredmény helyessége felől. Ezt a megnyugtatólag ható bevégeztséget és tökéletességet a helyes tanítással még hangsúlyozhatjuk. Többféleképen igazoljuk ugyanazt a tételt, sokszor geometriai és algebrai alakban is, mindig ugyanaz a tény bizonyul igaznak. Többféleképen oldjuk meg ugyanazt a feladatot, az eredmény — helyes számolással — mindig ugyanaz. A »kétszer kettő négy« bizonyossága segít a szilárd jellem megalapozásában és a vallásos nevelésben egyaránt.

A világszemlélet kialakítását a középiskola a klasszikus műveltség ismeretére alapozza. A tanuló megismeri a görög filozófusok és történetírók műveit. Vajjon Euklides nem épen annyira hozzátartozik-e a görög műveltséghez, mint Platon vagy Thukydides? Az elemi aritmetikában és geometriában pedig ma is lényegében Euklides műveit tanítjuk. Ennek elhagyásával nem nyújthatna a középiskola valóban klasszikus műveltséget.

Ha az olvasó a fentiek alapján elfogadta, hogy mennyiségtant kell tanítani a középiskolában, akkor még két kérdés marad hátra: a mennyiségtannak mely részeit és milyen módszerrel tanítsuk, röviden: »mit és hogyan« tanítsunk? Már szállóigévé vált erre a rövid kérdésre az a rövid felelet, hogy »keveset, de jól«. A következőkben ki akarom részletesen fejteni, hogy mi legyen ez a kevés és hogyan történhetik a tanítás véleményem szerint jól.

A tanítás tárgya az évszázadok során természetszerűleg változott, általában nagy késéssel követte magának a matematikának a fejlődését. Valaha az egyetemen tanították az alpműveleteket, a szorzást és az osztást, ma már megkíséreljük a középiskolában a differenciál- és integrálszámítás tanítását.

A mai tananyagról alig van mondanivalóm, mert hiszen azt a tanterv megszabja és változtatni rajta most nem lehet, de nem is volna kívánatos. Vitaálni csak azt lehetne, hogy bevált-e a differenciál- és integrálszámításnak a bevezetése. A magam részéről félek, hogy nem. Legalább is abban a formában nem, ahogy most tanítják. De még nem áll rendelkezésünkre elegendő tapasztalat, úgyhogy ezt a kérdést nem akarom most bolygatni. Inkább rátérek a legfontosabb kérdésre, hogy a tantervben kijelölt anyagot hogyan tanítsuk.

Általánosságban csak azt mondhatom: legyen a tanítás szemléletes és eleven. Meg kell cáfolnunk azt a köztudatban elterjedt helytelen véleményt, hogy a mennyiségtan »száraz tudomány«. Csak a középiskolai emlékek nyomán él ez a téves felfogás, mert hiszen az embereknek legnagyobb része csak ott találkozott a matematikával és az ottani tapasztalat alapján formálja ki véleményét. Lássuk hát, hogy mi teszi a középiskolai mennyiségtani oktatást szárazzá.

A matematika mint tudomány a legnagyobb mértékben gondolkodás-ökonómiai alapon dolgozik. Kialakított magának egy hatalmas formalizmust, amelynek a segítségével pusztán mechanikus úton oldhatja meg feladatait. A meggondolást csak az általános esetre vagy az egészen újszerű feladatok megoldásakor és ott is csak egyszer kell elvégezni. A képletekkel való számolás, sőt már az algebrai jelek használata is mind ezt a célt szolgálja. A matematika biztos és helyes alkalmazásához szükséges ennek a formalizmusnak az elsajátítása, s innen ered az, hogy ezt a formalizmust összecserélik a matematikával. Sok középiskolai tanár él abban a hitben, hogy ez a formalizmus a matematika, vagy legalább is úgy tanít, mintha ezt hinné. Pedig a matematika a gondolatoknak a sokasága, amelyek a formalizmust létrehozzák: A gondolatban van a szépség, az elevenség és a változatosság, a formalizmus a száraz, életnélküli eszköz. A formalizmus megöli a gondolatot, és sok tanár, aki csak formalizmust tanít matematika helyett, leszoktatja a tanulókat a gondolkozásról, pedig épen a matematikai oktatással kellene a tanulót önálló gondolkozásra nevelni.

Hogy konkrét példát mondjak erre, nézzük mindjárt az alsó osztályok tananyagában az ú. n. hármasszabályt. Egy példának a végiggondolásával kialakul a formalizmus: leírom a feltételt, alája a kérdőtételt s a szereplő ismert mennyiségek »keresztbe szorzásával« és egy osztással megkapom az eredményt. A további példákön már nem elemzik a »miértet«, csak a megtanult minta szerint való számolás folyik — a gondolat meghalt és életbe lép a formalizmus.

Az algebra tanításával azután még hatalmasabban kivirágzik a formalizmus. Hosszú, lehetőleg törtszám együtthatós algebrai ki-

fejezéseket osztatnak el egymással, hasonló kifejezésekből gyököt vonnak, azután jön az irracionális tört kifejezések gyöktelenítése és a többi sivár, lélekölő feladat. A matematika utálata a tanulóban az ilyen feladattal kezdődik: »ha öt munkás egy 14 méter hosszú, $1\frac{1}{2}$ méter széles, 3 méter magas falat 27 nap alatt épít fel, akkor ... stb.« és tart a legtöbbnél élete végéig. Megoldás közben gondolkodni nem szabad, megtanultad a »sémát«, számolj aszerint! Hogy ez sok iskolában valóban így van, jól tudom, mert a fiam négyest kapott egyszer, mert egy ilyen kérdésre, hogyha 6 zsemlye 30 fillér, mibe kerül 4 zsemlye, ahelyett, hogy szabályosan felírta volna a fő- és a kérdőtételt, némi gondolkodás után megmondta az eredményt.

A mennyiségtan alkalmazásának a célja *gyors és biztos számolás*. Mind a gyorsaság, mind a biztosság a számolás teljes mechanikussá tételével, tehát a gondolkodás lehető kiküszöbölésével érhető el. A mennyiségtan tanításának a célja azonban épen a gondolkodás fejlesztése, hogyan lehetne ezt elérni a gondolkodás kiküszöbölésével! De nehogy félreértsen a tisztelt olvasó. Nem lehet a matematika tanításából teljesen kihagyni a formalizmust, meg kell tanítani és gyakoroltatni is kell az algebrai kifejezésekkel való számolást, csak túlzásba ne essünk. Sohase adjunk a formális számolásra túlságosan bonyolult és hosszú feladatokat. Az elv az egyszerű példán is megérthető, sőt ott jobban, mert a bonyolult példában egyebé nehézségek inkább csak eltakarják a lényegét. Kerülnünk kell azt, hogy számítási eljárásokat az alsóbb osztályokban úgynevezett általános kifejezéseken (például indexes együtthatókkal fölirt n -ed fokú polinom) mutassunk be, amint több tankönyv is teszi. Téves az a hit, hogy a »matematikai szigorúság«-hoz szükséges ez az általános alakban való tárgyalás. De ez a kérdés már átvizsz a második tárgyalandó ponthoz, a matematikai *szigorúság* kérdéséhez.

Ebben is lényeges különbség van a tudományos és a didaktikai szempont között. A tudományos tárgyalásban teljesen mellőznünk kell a szemléletet, mert már sokszor tévútra vitt. Legfőképpen Weierstrass mutatott rá a múlt század utolsó évtizedeiben az ebből eredhető hibákra és ő küszöbölt ki a matematikából számos hibás bizonyítást. Az ő hatására lett a matematikusok törekvése az, hogy tételeiket »weierstrassi szigorúság«-gal bizonyítsák be. De tanítani különösen kezdőket, így nem lehet. A történelmi fejlődés folyamán is a szemlélet vezetett a legtöbb felfedezésre, a szigorú igazolás csak azután történt, sokszor nem is a felfedező által és esetleg csak évtizedek múlva. Csak egy igen nevezetes ellenpéldát említhetünk fel, amikor nem így volt. Ez az abszolút geometriának Bolyai János által történt megalkotása. De ebben Bolyait valóban nem vezethette a szemlélet, hiszen az abszolút geometria létezése épen

ellentmond a szemléletnek. Ő, mint ismeretes, a párhuzamosok axiómáját akarta bizonyítani olyan módon, hogy az axioma tagadásával felépített geometriai rendszernek önmagában való ellentmondását igyekezett megmutatni. Azonban ellentmondásra nem jutott és így látta be, hogy logikailag lehetséges az euklidesitől eltérő geometria is.

Erre a példára igazán elmondhatjuk, hogy a kivétel megerősíti a szabályt. És ha a legkiválóbb matematikusok saját felfedezéseiket a szemléletnek köszönhetik, hogyan követelhetnék meg a tanulóktól, hogy a szemlélet mellőzésével, elvont következtetésekkel értsék meg ezeket a fölfedezéseket! A szemléletet a tanításban a lehető legnagyobb mértékben használjuk ki. Ezzel tesszük a tanítást nemcsak könnyűvé, hanem elevenebbé is. A szemléletes tanításnak egyik fontos segédeszköze a rajzoltatás. Sokat rajzoltassunk és a feladatok (különösen az egyenletek) megoldására mindig ismer-tessük és gyakoroltassuk a grafikus módszereket is.

A szemléltetést különösen előmozdíthatjuk az algebrai tétel-eknek geometriai értelmezésével vagy épen geometriai módon, ábrázolással való tárgyalásával. (Például az $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ és más hasonló formuláknak paralelogrammák területével való szemléltetése, a másodfokú egyenletek gyökeinek szerkesztéssel való meghatározása és a szerkesztés elvégezhetőségének feltételéből a valós gyökök létezésének vizsgálata és i. t.)

Ezzel kapcsolatban említhetek meg egy elvi kérdést, amely sok vitára adott és ad még ma is alkalmat, hogy t. i. különválasztva, egymással párhuzamosan tanítsuk-e az algebrát és a geometriát, esetleg az óraszám megosztásával is, vagy pedig felváltva egymás után tanítsuk az algebrai és a geometriai részeket. Ebben a kérdésben felfogásom a következő. A mennyiség-tan egy tantárgy, mely algebrai, geometriai és analitikai fejezetekből áll. Ha algebra-ra és geometriára osztjuk föl, hova soroljuk a differenciál- és integrál-számítást? A fölosztással továbbá csak szaporítanak a tantárgyak számát, ez pedig épen nem kívánatos. Az óraszám megosztásával valamelyik részre csak heti egy óra jut, de mit lehet heti egy órai tanítással végezni? És mire jó külön tanítani az algebrában a számok arányát és a geometriában a háromszögek hasonlóságával kapcsolatban a távolságok arányát? Vagy az algebrában gyököt vonni számokból, értelmezni az irracionális számokat és a geometriában a Pythagoras tételével rátérni az inkommenzurábilis távolságokra és a másodfokú irracionális számok szerkesztésére? Sokkal egyszerűbb ezeket a részeket egyszerre tanítani. Mihelyt fölrajzoltattuk a számokra vonatkozó összefüggéseket, megvan már a geometriai kapcsolat, és rögtön ismertethetjük a dolog geometriai részét. A szétválasztás következménye volt az, hogy egyes tan-könyvírók kénytelenek voltak az algebrai tankönyvbe külön feje-

zetet iktatni be »az algebra és a geometria kapcsolata« címen. Ezt mind el lehet kerülni és az anyagot is rövidíteni lehet, ha mennyiségtan címén *egy* tantárgyat tanítunk, nem pedig kettőt vagy éppen hármat. Természetesen vannak külön algebrai és külön geometriai fejezetek, mint például a hatodik osztályos anyagban a kamatoskamatszámítás és a trigonometria. Ezeket egymás után taníthatjuk. De a járadékszámításban rajzoltatunk, grafikonokkal szemléltetjük a lineáris és a geometriai sor szerint való növekedést és felhasználjuk a hasonló háromszögekről tanultakat, a trigonometriában pedig algebrai és logaritmikus számolást is végzünk.

A részletekbe természetesen nem mehetek bele, ehhez egész könyvet kellene írnom. Általánosságban még csak a következőt akarom megjegyezni.

A mennyiségtan tanítása a következő három tevékenységből áll: 1. megismertetünk matematikai fogalmakat, 2. ezekre a fogalmakra kimondunk és bebizonyítunk bizonyos tételeket, 3. a tételek segítségével megoldunk adott feladatokat. Vegyük sorjában az egyes tevékenységeket.

Ami az elsőt illeti, a fogalmaknak *megismertetésére* van szükség, *nem* pedig valamilyen logikus rendszer szerinti *értelmezésére*. De megismertetni csak olyan fogalmat kell, amelyet a tanuló még nem ismer. Nincs tehát semmi célja annak, hogy az első osztályos tanulóval a természetes szám vagy az összeadás stb. definícióját betanultassuk. A tanuló nagyon jól tudja, hogy mi a szám, a nélkül, hogy az arról meglévő igen világos fogalmát szavakkal ki tudná fejteni. De nem is érzi ennek a szükségességét és még kevésbé látja be, hogy miért kelljen nehezen érthető vagy éppen érthetetlen definíciókat tanulnia olyan fogalmakra, amelyeket úgyis ért. Betanultatni például a számnak ilyen meghatározását, amelyet egy első osztályos tankönyvből írtam ki: »a szám nem mennyiség, hanem a mennyiség nagyságának a kifejezője« — nemcsak fölösleges megterhelése a tanulónak, hanem az emberi értelem és logika ellen való véték is.

Más, nehezebb fogalmak megértésében vezető elvünk legyen: »a fogalmak fokozatos elmélyítése«. Erre a középiskolai oktatásnak az a rendszere, hogy az anyag nagy részét három különböző fokon tanítjuk, nagyon alkalmas.

Ugyanez az elv vonatkozik a *bizonyításra*. Ne kísérreljük meg például a harmadik vagy a negyedik osztályos algebrában bebizonyítani, hogy az összeadás kommutatív művelet. A tanuló nem érti meg, hogy számára magától értetődő dolgokat miért kell bizonyítani. Még esetleg azt hiszi (előfordult!), hogy a tanár nem tudja vagy nem egészen biztos benne, s azért tartja szükségesnek a bizonyítást.

De amit bizonyítanunk kell, azt helyesen bizonyítsuk. A mennyi-

ségtani oktatásban egyszerűsíteni szabad és kell, de nem hamisítani. Az albizonyításokat és ugyanígy a circulus vitiosus tartalmazó definíciókat hagyjuk el. Ilyen definíciókat és bizonyításokat, sajnos, még tankönyvekben is találtam. (Például: az *összegben* annyi egység van, mint az összeadandókban *együttvéve*. Vagy: a mozgó pont *egyenest* ír le, ha mozgása közben *irányát* állandóan megtartja.)

Amit azonban az alsó osztályokban így elmulasztottunk, pótolhatjuk a nyolcadik osztályos összefoglalásban. Az új tanterv szerint a nyolcadik osztályra már alig marad új anyag, tehát sok időt lehet az összefoglalásra fordítani. Ha ez az összefoglalás ugyanolyan színvonalon folyik, mint amilyen az első vagy második fokon való tanítás történt, akkor teljesen célját téveszti. Gondoljuk meg, hogy a tanulók már pár évvel idősebbek lettek és logikát is tanultak. Most már megértik, ha a primitív fogalom helyett logikai rendszerbe illesztett meghatározásokat adunk, vagy ha a geometriát axiomatikus alapon építjük föl. Természetesen itt sem törekedhetünk teljességre; elég, hogyha képet adunk a tanulóknak a tudományos álláspontról. Beszélhetünk a természetes szám fogalmáról és kifejezhetjük a műveletek szabatos értelmezésére. A természetes számsor tulajdonságaiból bizonyíthatjuk például az összeadás asszociatív és kommutatív tulajdonságát, megemlítve, hogy hasonlóképpen bizonyíthatók a szorzás törvényei is. Bebizonyíthatjuk az összetett számok törzsszámokra való fölbontásának egyértelműségét és a többi olyan tételt, melyet az alsó osztályokban mint magától értetődő tényt már felhasználtunk. A tört számokat és a negatív számokat értelmezhetjük számpárokkal, mindig csak egy-egy példán mutatta meg az értelmezésből folyó tételeket.

A geometriában sem ismertethetjük a teljes axioma-rendszert, de megmagyarázhatjuk az axiomatizálás értelmét és célját. Föl- említhetjük a legegyszerűbb axiomákat. Különösképpen foglalkozunk a párhuzamosak axiómájával, hogy a Bolyai-féle geometriáról is mondassunk valamit, már csak azért is, hogy egyik legnagyobb magyar tudósunk jelentőségéről a tanulóknak valami fogalmat adhassunk.

A harmadik tevékenységről, a *feladatok megoldásáról* is csak azt mondhatom, hogy a tanulókkal nem kell túlságos sok feladatot számoltatnunk, de a feladatnak minden részletét meg kell velük beszélnünk. Különösen házi feladatnak nem szabad sokat kitűzni; a legtöbb esetben elég egyetlenegy feladat, mellyel a tanuló az iskolában hallottakat átismétli és gyakorolja. De szoktassuk hozzá a tanulókat már az első osztálytól kezdve ahhoz, hogy a feladat nincs megoldva addig, míg az eredményt próbával nem ellenőrizték. Ennek a jelentéséről már előbb szóltam.

Az alsó osztályokban a tanítás célja a helyes és biztos (numerikus) számolás. Már mondtam, hogy ne meghatározásokat tanítsunk és ne szisztematizáljunk, hanem törekedjünk arra, hogy a gyerekek fejben és írásban biztosan és lehetőleg gyorsan végezzék az alapműveleteket. A numerikus számolást a felsőbb osztályokban sem szabad elhanyagolni. Ma, sajnos, a tanulók elfelejtik a szorzást és az osztást, egyfelől a logaritmizálás túltengése miatt, másfelől azért, mert a tanár sem fordít rá kellő gondot. Iskolai dolgozatokról sokszor hallottam ilyen bírálatot: a megoldás elvben helyes, csak egy csekély összeadási hiba miatt jött ki képtelen eredmény, ezért még a dolgozat minősítése lehet jó. Ha rászoktattuk a tanulót, hogy a kiszámított eredményt mindig ellenőrizze, akkor nem fog képtelen eredményt kihozni. (Például egy jelesre minősített érettségi dolgozatban, az általános háromszög megoldásának feladatában a háromszög szögeinek összege 280 fok, de a megoldás *elvben* nagyszerű!)

Előbb említettem a »logaritmizálás túltengését«, erről kell még néhány szót szólnom. A legtöbb iskolában a hatodik osztálytól kezdve mindig, mindent logaritmusokkal számoltatnak. Ez azon a már említett káros következményen kívül, hogy a tanulók elfelejtik az alapműveleteket, még azt a téves hitet kelti a tanulóban, hogy legfontosabb számolási segédeszközünk a logaritmustábla. Pedig ellenkezőleg: a gyakorlati életben ma már úgyszólván sehol sem használják a logaritmustáblát, teljesen kiszorította a számológép és a logaráló. Különlleges számításokra a célnak megfelelő táblázatokat használnak. Ezek közül egyet, a kamatoskamat- és járadéktáblát a középiskolában is meg kell ismertetnünk, hogy a tanuló a logaritmustáblán kívül más számtáblázattal is tudjon bánni. Meg kell még említenem a logaritmustáblával kapcsolatban, hogy okvetlenül mutassuk meg a tanulóknak, hogyan lehet a logaritmusokat és a szögfüggvények értékeit kiszámítani. Nem szabad megelégedni azzal, hogy az érték megvan a táblában. A tanulóknak legyen meg az a tudata, hogy, ő maga is ki tudta volna számítani a táblából kiírt értéket.

További részletekbe e helyen már nem bocsátkozhatom. Kívánatos volna, az egész mennyiség-tani anyagnak didaktikai szempontból való részletes feldolgozása. De még inkább szükség volna a középiskolai tanároknak írt tankönyvre vagy vezérkönyvre, mert a helyes tanításnak elengedhetetlen feltétele a kellő szaktudás.¹ Hogy ebben a tekintetben a tanárok maguk is érzik a hiányokat, annak bizonyosságául fölemlítem Zibolen Endrének a Magyar Paedagogia L. évfolyamában megjelent tanulmányát.

Veress Pál.

¹ Szedésközben megjelent az »Elemi mennyiség-tan magasabb szempontból« c. könyvem I. kötete, mely e hiányt akarja pótolni.